



مشاهده پذیرهای تجربی گذار فاز شکلی از ارتعاشی به گامای ناپایدار هسته‌های زوج و فرد

مریم قبانوری^۱، مسعود صیدی^{۲*}

۱. پژوهشکده پلاسمای و گداخت هسته‌ای، پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای، سازمان انرژی اتمی، صندوق پستی: ۱۴۳۹۹-۵۱۱۱۳، تهران - ایران

۲. گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه ایلام، صندوق پستی: ۶۹۳۱۵-۵۱۶، ایلام - ایران

*Email: m.sayedi@ilam.ac.ir

مقاله‌ی پژوهشی

تاریخ دریافت مقاله: ۱۴۰۰/۵/۱۷ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۰/۱۰/۱

چکیده

در این مقاله به بررسی گذار فاز کوانتومی (QPT) زنجیره‌ی ایزوتوپی زون ($^{122-132}\text{Xe}$) در چارچوب مدل‌های اندرکنش بوزونی ۱ و بوزون - فرمیونی ۱ پرداخته شده است. ما برای مطالعه‌ی QPT در این زنجیره از مشاهده‌پذیرهایی مانند: انرژی بستگی، انرژی جداسازی دو نوترونی، انرژی واپاشی آلفا، $R_{4/2}$ و $B(E_2)$ استفاده کردیم. نتایج حاصل از محاسبات نشان داد که هسته‌های گذار در ناحیه‌های $U^B(\delta) \leftrightarrow SO^B(\epsilon)$ برای ایزوتوپ‌های زوج - زوج و $U^{BF}(\delta) \leftrightarrow SO^{BF}(\epsilon)$ برای ایزوتوپ‌های زوج - فرد به ترتیب Xe^{130} و Xe^{127} می‌باشند.

کلیدواژه‌ها: گذار فاز کوانتومی، انرژی جداسازی دو نوترونی، زنجیره‌ی ایزوتوپی زون، انرژی واپاشی آلفا

Experimental observables of shape phase transition from vibrational to Gamma- unstable in the odd and even nuclei

M. Ghapanvari¹, M. Seidi*²

1. Plasma and Nuclear Fusion Research School, Nuclear Science and Technology Research Institute, AEOI, P.O. Box: 14399-51113, Tehran - Iran

2. Department of Physics, Faculty of Basic Sciences, Ilam University, P.O.Box: 69315-516, Ilam - Iran

Research Article

Received 8.8.2021, Accepted 22.12.2021

Abstract

In this paper, Quantum Phase Transition (QPT) for the Xenon ($^{122-132}\text{Xe}$) isotopes chain in the frameworks of the IBM-1 and IBFM-1 is considered. In order to study the QPT in this chain, we have used the observables such as: binding energy, two neutron separation energy, Alpha decay energy, $R_{4/2}$ and $B(E_2)$. The results show that transitional nuclei in the regions of $U^B(\delta) \leftrightarrow SO^B(\epsilon)$ for even-even isotopes and $U^{BF}(\delta) \leftrightarrow SO^{BF}(\epsilon)$ for even-odd isotopes are ^{130}Xe and ^{127}Xe respectively.

Keywords: Quantum phase transition, Two neutron separation energy, Xenon isotopes chain, Alpha decay energy



استفاده از مشاهده‌پذیرهای ذکر شده می‌توان QPT را در چارچوب مدل برهم‌کش بوزونی (IBM) با بوزون‌های s و d مطالعه کرد. در چارچوب $IBM - sd$ ، QPT مرتبه‌ی اول و دوم بین شکل‌های کروی، تغییرشکل یافته کشیده و پخت در طول یک زنجیره از ایزوتوپ‌ها رخ می‌دهد [۱۸]. اولین بار در دهه ۸۰ دپرینک^۱، اسکولتن^۲ و یاکلو^۳ این نوع گذار فازها را در $IBM - sd$ کشف کردند [۱۹]. علاوه بر هسته‌های زوج - زوج QPT نیز می‌تواند در هسته‌های $A - A$ فرد رخ بدهد. مطالعه QPT این نوع هسته‌ها اولین بار توسط اسکولتن و بلاسی^۴ انجام شد [۲۰]. بعدها آلونسو^۵ و همکاران [۲۱] و نیز بویکات^۶ و همکاران [۲۲] شکل ساده‌ای از هامیلتونی مدل برهم‌کنش فرمیونی (IBFM) معرفی کردند که گذار فاز را در این نوع هسته‌ها به خوبی توصیف می‌کرد. اخیراً نامورس^۷ و همکاران QPT را به کمک روش تابع چگالی انرژی و مدل تزویج بوزون - فرمیون بررسی کردند [۲۳]. رهیافت توانمند دیگر برای بررسی QPT در چارچوب IBM و IBFM استفاده از جبر آفین (۱,۱) است که اولین با توسط پان^۸ و درایر^۹ ارایه شد [۲۴، ۲]. در سال‌های اخیر روش جبر آفین (۱,۱) مورد توجه بسیاری قرار گرفته است که از میان آن‌ها می‌توان به کارهای جعفریزاده^{۱۰} و همکاران اشاره کرد [۳، ۱۱].

کارایی عملکرد مشاهده‌پذیرهای فیزیکی جهت بررسی QPT از طریق بررسی زنجیره‌های مختلف اثبات می‌شود. زنجیره زنون یکی از این زنجیره‌ها است که به روشنی QPT را در ناحیه‌ی $(SO(5) \times U(5))$ به (E_6) می‌دانند. بررسی و شناسایی هر هسته‌ی گذار در هر زنجیره‌ی ایزوتوپی به لحاظ پدیده شناختی و درک بهتر ساختار هسته‌ها حائز اهمیت است. این مقاله شامل سه بخش است. در بخش اول مقاله، هامیلتونی IBM-۱ و IBFM-۱ به کمک جبر آفین (۱,۱) بررسی می‌کنیم و در بخش دوم به بررسی روش‌های مطالعه‌ی QPT می‌پردازیم. بخش آخر مقاله به بحث و نتیجه‌گیری در مورد QPT در زنجیره‌ی ایزوتوپی زنون اختصاص یافته است.

۱. مقدمه

انرژی بستگی و به طور خاص انرژی جداسازی دو نوترونی ($S_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}$) مشاهده‌پذیرهای بسیار حساسی به تغییرات تعداد نوترون‌ها در ساختار هسته هستند. از طریق این مشاهده‌پذیرها می‌توان گذار فاز کوانتومی (QPT) را در هسته‌ها مطالعه کرد [۱-۳]. به طور کلی گذار فاز به علت تغییر ناگهانی ساختار حالت پایه سیستم رخ می‌دهد که این نیز مرتبط با تغییر پارامترهای کنترلی سیستم است [۴]. پارامتر کنترلی می‌تواند تراز تحریک شده در ابرسانای دمای بالا، میدان مغناطیسی در سیستم کوانتومی هال، طول پراکندگی در گاز رقیق شده، تعداد نوکلئون‌ها در گذار فاز هسته‌ای و غیره باشد [۵-۷]. با مشاهده تغییرات صورت گرفته در کمیت‌های مربوط به جرم و شاعع هسته به علت تغییر پارامترهای کنترلی می‌توان نشانه‌های گذار فاز را دید. انتظار می‌رود چون این کمیت‌ها ارتباط بسیار نزدیکی با شکل هسته دارند، اطلاعات بسیار واضح و دقیقی در مورد رفتار گذار فاز فراهم کنند [۴].

کمیت‌هایی مانند: تلاقی ترازهای انرژی، نسبت انرژی حالت‌های 2^+ و 4^+ یعنی $R_{\frac{4}{2}}$ ، انرژی جدایی دو نوترونی و غیره می‌توانند بیانگر QPT باشند [۸-۱۰]. مشاهدات تجربی نشان می‌دهد $R_{\frac{4}{2}}$ نزدیک اعداد جادویی کمتر از ۲ است و برای هسته‌های بیضوی به سمت عدد تقریبی $\frac{3}{3}$ افزایش می‌یابد [۱۱]. البته $R_{\frac{4}{2}}$ (به غیر از نقاط دقیق مثل 2^+ و 3^+) به تنها‌ی ساختار را تعیین نمی‌کند بنابراین لازم است کمیت‌های دیگری مانند احتمال گذار چهار قطبی الکتروکمغناطیسی (B) و روند انرژی جدایی دونوترونی، انرژی واپاشی آلفا (E α) و انرژی واپاشی دو بتایی ($Q_{\alpha\beta}$) نیز برای بررسی احتمال گذار و تغییر شکل هسته‌ها بررسی شوند [۱۲-۱۴].

گذار بین باندهای متفاوت نیز برای بررسی تغییرات شکلی مهم هستند مثلاً گذار $2^+_1 \rightarrow 2^+_2$ در هسته‌های تغییر شکل یافته با تقارن محوری باند ارتعاشی β یا γ را به باند حالت پایه ارتباط می‌دهد [۱۵]. کمیت دیگری که تحولات ساختاری را نشان می‌دهد، گذارهای تک قطبی الکتروکمغناطیسی (E0) است. این گذارهای بین حالت‌های جمعی برانگیخته 0^+ و حالت پایه، مرتبط با تغییرات شکلی است [۱۵، ۱۶]. انتقال‌های ایزوتوبی، $\delta \langle r^{\alpha} \rangle$ ، نیز می‌تواند به عنوان کمیت مفید دیگری برای بررسی QPT مورد توجه قرار گیرد که میزان تفاوت در شاعع‌های حالت پایه نوکلئون‌های متفاوت با یک جفت نوترون را می‌دهد بنابراین تغییرات در ساختار را نشان می‌دهد [۱۵، ۱۷]. با



چارچوب جبر لی آفین $(1,1)$ به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} E^{(k)} &= \sum_{i=1}^k \frac{\varepsilon}{x_i} + \gamma v_d (v_d + 3) + \delta L(L+1) + \varepsilon \Lambda_1^\circ \\ \Lambda_1^\circ &= \varepsilon \left[c_s^\circ (v_s + \frac{1}{\varepsilon}) + c_d^\circ (v_d + \frac{5}{\varepsilon}) \right] \end{aligned} \quad (3)$$

عدد کوانتومی k در رابطه (3) وابسته به تعداد کل بوزون‌ها یعنی (N) است:

$$N = 2k + v_s + v$$

در رابطه فوق اعداد کوانتومی $v \equiv v_d$ و $v \equiv v_s$ به ترتیب ارشدیت مربوط به d و s بوزون‌ها می‌باشد. به منظور توصیف هسته‌های گذاری با عدد جرمی فرد، از پیشنهاد پان و درایر با بعد بینهایت استفاده می‌شود [۲۴، ۲۵]. در اصل روشی که برای توصیف هسته‌های گذاری زوج - زوج ارایه شد، به هسته‌های A فرد توسعه داده می‌شود. تقارن‌های بوز - فرمی متناسب با هر یک از تقارن‌های دینامیکی IBM-۱ است. بنابراین، ساختار جبر بوزون به صورت (4) در نظر گرفته می‌شود در حالی که ساختار جبر فرمیونی بستگی به مقادیر تکانه زاویه‌ای تک فرمیون (j) دارد. با استفاده از مولدهای جبر j $(1,1)$ هامیلتونی زیر برای هسته‌های A فرد با $j=1, 2$ در ناحیه (4) به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned} \hat{H} &= g S_+^+ S_-^- + \alpha S_1^\circ + \beta \hat{C}_r(O^B(5)) \\ &\quad + \delta \hat{C}_r(O^B(3)) + \gamma \hat{C}_r(Spin^{BF}(3)) \end{aligned} \quad (4)$$

که در آن داریم:

$$\begin{aligned} \hat{C}_r(Spin^{BF}(3)) &= \gamma G^{(1)} G^{(1)}, \\ G^{(1)} &= \left(d^\dagger \times \tilde{d} \right)^{(1)} - \frac{1}{2\sqrt{5}} \left(a_j^\dagger \times \tilde{a}_j \right)^{(1)} \end{aligned} \quad (5)$$

و به ازای $j=3, 2$ هامیلتونی IBM-۱ به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \hat{H} &= g S_+^+ S_-^- + \alpha S_1^\circ + \beta \hat{C}_r(Spin^{BF}(5)) \\ &\quad + \gamma \hat{C}_r(Spin^{BF}(3)) \end{aligned} \quad (6)$$

شبکه جبری این دو هامیلتونی در شکل‌های ۱ و ۲ ارایه شده‌اند.

۲. روش کار

۱۲ هامیلتونی IBM و IBFM در چارچوب جبر آفین $(1,1)$ در اینجا برای مطالعه‌ی رفتار سیستم‌های هسته‌ای در شرایط گذار فاز شکلی بین حدود تقارنی، مدل‌های IBM برای هسته‌های زوج - زوج و IBFM برای هسته‌های با عدد جرمی فرد، معرفی می‌کنیم. در محاسبه‌ی طیف انرژی قطری‌سازی هامیلتونی مهم‌ترین و مشکل‌ترین گام می‌باشد به خصوص زمانی که بعد فضای فاز بزرگ باشد. به منظور اجتناب از چنین مشکلاتی فنگ پان و درایر یک روش جبری مبتنی بر حدس بث درون چارچوب جبر آفین $(1,1)$ su برای هسته‌های گذار ناحیه (4) $\leftrightarrow SO^B(5)$ معرفی کردند [۲۴، ۲۵]. با استفاده از مولدهای جبر آفین $(1,1)$ su ، هامیلتونی IBM-۱ برای ناحیه گذار (4) $\leftrightarrow SO^B(5)$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\hat{H} = g S_+^+ S_-^- + \varepsilon S_1^\circ + \gamma \hat{C}_r(SO^B(5)) + \delta \hat{C}_r(SO^B(3)) \quad (1)$$

در رابطه (1) ثابت‌های g, ε, γ و δ پارامترهای حقیقی و $\hat{C}_r(SO^B(3))$ و $\hat{C}_r(SO^B(5))$ عملگرهای کازیمیر این گروه‌ها هستند، هم‌چنین مولدهای S_+^+ و S_1° عبارتند از:

$$\begin{aligned} S_+^\pm &= c_s S_+^\pm(s) + c_d S_+^\pm(d) \\ S_1^\circ &= c_s^\circ S_1^\circ(s) + c_d^\circ S_1^\circ(d) \end{aligned}$$

رفتار تقارنی رابطه (1) به ازای مقادیر مختلف پارامتر کنترلی c_s در زیر ارایه شده است [۲۴، ۲۵]:

$$\begin{cases} c_s = c_d \rightarrow SO^B(6) \text{ limit} \\ c_s = 0, c_d \neq 0 \rightarrow U^B(5) \text{ limit} \\ c_s \neq c_d \neq 0 \rightarrow U^B(5) \leftrightarrow SO^B(6) \text{ limit} \end{cases} \quad (2)$$

معمولًا $c_d = 1$ و $c_s = 0$ در نظر گرفته می‌شود. در قطری کردن هامیلتونین (1) از بسط لوران - فوریه ویژه حالات و مولدها استفاده می‌شود که به کمک آن ویژه مقادیر به صورت جملاتی از پارامترهای حقیقی c_s و ریشه‌های معادله بث به دست می‌آیند. بدین ترتیب طیف انرژی هامیلتونی IBM-۱ در

1. Bethe Ansatz



مقدار تجربی انرژی محاسبه کرد. این کار با روش حداقل مربعات امکان‌پذیر می‌باشد. انحراف معیار استاندارد در این برآورد از رابطه‌ی زیر حاصل می‌شود:

$$\sigma = \left(\frac{1}{N_{tot}} \sum_{i,tot} |E_{exp}(i) - E_{cal}(i)|^2 \right)^{1/2} \quad (8)$$

که در آن N_{tot} تعداد کل ترازهای انرژی مورد بررسی می‌باشد [۲۴، ۲].

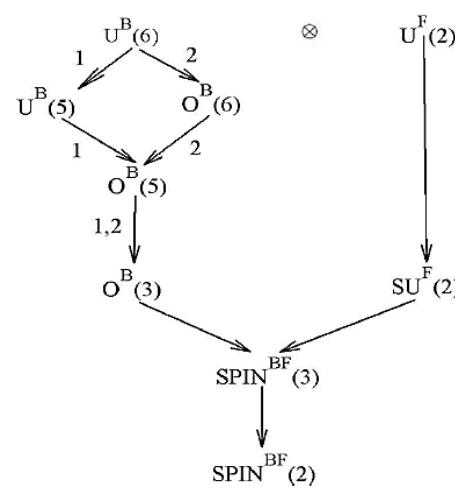
۲.۲ مشاهده‌پذیرهای بررسی QPT

به منظور بررسی گذار فاز کوانتومی در یک زنجیره‌ی ایزوتوپی برخی از مهم‌ترین مشاهده‌پذیرهای کوانتومی از قبیل انرژی بستگی، انرژی جدایی دو نوترونی، انرژی واپاشی دو بتایی، انرژی واپاشی آلفازا، R_{α} و $B(E2)$ در ادامه معرفی می‌شوند.

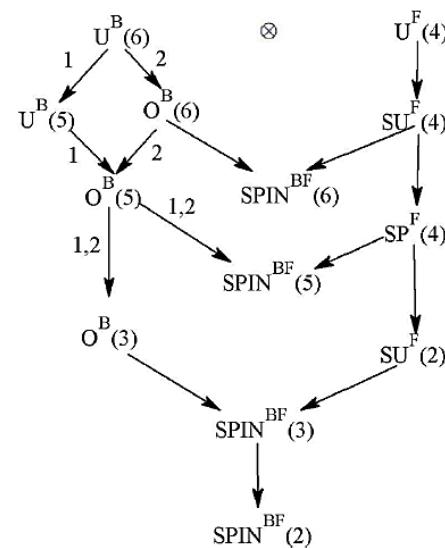
۱۰.۲.۲ انرژی بستگی (E_B)

انرژی بستگی مشاهده‌پذیر بسیار مهمی است که مبنای اندازه‌گیری و محاسبه‌ی انرژی جدایی دو نوترون، انرژی واپاشی آلفازا و انرژی واپاشی دوبتایی می‌باشد. انرژی بستگی تعریف شده در چارچوب IBM و IBFM دارای دو بخش عمومی (E_B^{gl}) و موضعی (E_B^{lo}) است. بخش E_B^{gl} مربوط به انرژی کپهای هسته‌ی می‌باشد و تغییرات در آن به کندی صورت می‌گیرد. این بخش، از هامیلتونی عمومی مدل حاصل می‌شود. بخش E_B^{lo} نسبتاً کوچک است و از ساختار خاص هسته مورد نظر نتیجه می‌شود [۲۵]. هامیلتونی‌های (۱) و (۴) به هامیلتونی‌های موضعی موسوم‌اند و E_B^{lo} سیستم را می‌دهند. می‌توان به این هامیلتونی‌ها بخش دیگری موسوم به هامیلتونی عمومی نیز اضافه کرد که تأثیر چندانی بر طیف انرژی و بهویژه انرژی‌های برانگیختگی درونی ندارد [۱۱، ۲۶]. بخش E_B^{gl} در مدل‌های sd -IBM و sd -IBFM مرتبط با عملگرهای کازیمیر جبر (۶) U می‌باشد. این بخش از انرژی پیوندی را می‌توان در جملاتی از تعداد بوزون‌های لایه‌ی ظرفیت (N) به صورت زیر نوشت:

$$E_B^{gl}(N) = E_C + AN + \frac{1}{2}BN(N-1) \quad (9)$$



شکل ۱. شبکه جبری در نمونه‌ای که یک سیستم با N بوزون و یک فرمیون با تکانه زاویه‌ای $j = 1/2$.



شکل ۲. شبکه جبری در نمونه‌ای که یک سیستم با N بوزون و یک فرمیون با تکانه زاویه‌ای $j = 3/2$.

مطابق با مدل IBM-۱ در اینجا نیز ویژه مقدار هامیلتونی‌های (۴) و (۶) به صورت زیر می‌باشند:

$$E^{(k)} \left(j = \frac{1}{2} \right) = \sum_{i=1}^k \frac{\epsilon}{x_i} + \beta v_d (\nu_d + 3) + \delta L (L+1) + \epsilon \Lambda_i^\circ + \gamma j (j+1) \quad (7)$$

$$E^{(k)} \left(j = \frac{3}{2} \right) = \sum_{i=1}^k \frac{\epsilon}{x_i} + \beta (\tau_1 (\tau_1 + 3) + \tau_2 (\tau_2 + 1)) + \epsilon \Lambda_i^\circ + \gamma j (j+1) \quad (7)$$

در ادامه با استفاده از معادله‌های (۳) و (۷) به منظور بهدست آوردن طیف انرژی با برچسب‌های کوانتومی مناسب و



$$R_{\frac{1}{2}} = 4.202$$

یکی از شاخصهایی که QPT را نشان می‌دهد $R_{\frac{1}{2}} = E(4^+)/E(2^+)$ است [۱۰]. محدوده‌های حدی تقارنی به خوبی در مثلث کاستن توصیف شده است. بر اساس معیار کاستن به ازای $R_{\frac{1}{2}}$ برابر با ۰.۲۵ و ۰.۳ هسته مورد نظر به ترتیب در حد (۵) $SO(5)$ و (۶) $U(6)$ قرار دارد [۱۱].

$$(B(E2)) \text{ میزان گذار}$$

به طور کلی عملگر گشتاور چند قطبی الکتریکی با تقریب طول موج‌های بلند به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\hat{O}(E,L,M) = \sum_{k=1}^A e(k) r(k)^l Y_{l,m} \quad (13)$$

در رابطه‌ی فوق جمع روی تمام نوکلئون‌های هسته می‌باشد و $e(k)$ بار نوکلئون k است. در بحث سیستم‌های بوزونی عملگر گشتاور چند قطبی الکتریکی برای i -امین بوزون عبارتست از:

$$\hat{O}(E,L,M) = \sum_{i=1}^N \hat{o}(E,L,M|\xi_i) \quad (14)$$

که در اینجا جمع روی تمام بوزون‌های فعال می‌باشد و هم‌چنین $\hat{o}(E,L,M|\xi_i)$ عملگر تانسوری رتبه L است که می‌توان آن را بر حسب کوانتش ثانویه به صورت زیر نوشت [۱۵]:

$$\begin{aligned} \hat{O}(E,L,M) &= \sum_{\ell' m' \ell_p m_p \ell_q m_q} (-1)^{\ell_q} \sqrt{\frac{2\ell_p + 1}{2\ell + 1}} \langle \ell_p, m_p \ell_q, -m_q | L, M \rangle \\ &\times \langle \ell_p, m_p \ell_q, -m_q | L', M' \rangle \times \frac{1}{\sqrt{2\ell_p + 1}} \\ &\times \langle p, \ell_p | \hat{o}(E,L) | q, \ell_p \rangle \times \left[b_{\ell_p}^\dagger \times b_{\ell_q} \right]_m^{\ell'} \end{aligned} \quad (15)$$

از بین گذارهای تابشی، گذار چهار قطبی الکتریکی مناسب‌ترین گذار برای اثبات QPT است که در برابر است با:

$$\hat{O}(E2, \mu) = \alpha (d_\mu^\dagger S + S^\dagger d) + \beta [d^\dagger \times \tilde{d}]_\mu \quad (16)$$

احتمال گذار الکتریکی یا مغناطیسی در واحد زمان از یک حالت تابشی اولیه با تکانه j_f به حالت نهایی با تکانه j_i برابر است با [۳۰]:

که در آن E_C انرژی مربوط به مغز هسته است. به طور کلی E_B^{lo} از تأثیر هامیلتونی‌های (۱) و (۴) بر حالت پایه سیستم به ازای برچسب‌های کوانتومی حالت پایه به دست می‌آید و نتیجه‌ی کلی در روابط (۷) ارایه شده است. مجموع این دو بخش، انرژی بستگی کل را می‌دهد که به کمک روش حداقل مربعات و داده‌های تجربی محاسبه می‌گردد [۲۵، ۱].

۲۰.۲.۲ انرژی جدایی دو نوترونی (S_{nn})

به کمک انرژی بستگی، مشاهده‌پذیر دیگری موسوم به انرژی جدایی دو نوترون تعريف می‌شود که برای بررسی QPT حائز اهمیت است. انرژی جدایی دو نوترون را می‌توان به صورت زیر تعريف کرد [۲۶، ۱]:

$$S_{nn}(N) = E_B(N) - E_B(N-1) \quad (10)$$

این رابطه کلی است و هم برای هسته‌های زوج و هم فرد قابل استفاده است. گذار مرتبه‌ی اول منجر به ناپیوستگی مشتق اول انرژی جداسازی دو نوترونی نسبت به پارامتر کنترل می‌شود. گذار مرتبه‌ی دوم یا ناپیوستگی مشتق دوم در نقطه‌ی بحرانی، تغییر شیبی را در انرژی جداسازی دو نوترونی القاء می‌کند. زامفیر^۱ و همکاران یک تغییر شیب همواری را در هسته‌هایی که متحمل QPT مرتبه‌ی دوم بین حددهای کروی (۵) $U(5)$ و چرخنده‌ی گاما ناپایدار (۶) $SO(6)$ می‌شوند را گزارش کردند [۲۷].

۳۰.۲.۳ انرژی واپاشی آلفا (Q_α)

معمولًاً گسیل خودبه‌خودی ذره‌ی آلفا در هسته‌های سنگین و فوق‌سنگین رخ می‌دهد [۲۸]. انرژی واپاشی آلفا زای یک هسته با Z_p پروتون و N_n نوترون به صورت زیر تعريف می‌شود [۲۹]:

$$\begin{aligned} Q_\alpha &= E_B(Z_p - 2, N_n - 2) - E_B(Z_p, N_n) \\ &+ E_B(2, 2) \end{aligned} \quad (11)$$

در چارچوب‌های IBM و IBFM رابطه‌ی (۱۱) را می‌توان بر حسب تعداد بوزون‌های لایه ظرفیت (N) به صورت زیر نوشت [۲۹، ۱]:

$$\begin{aligned} Q_\alpha &= E_B(N-2) - E_B(N) + E_B(2) \\ \text{که در آن } (2) \text{ انرژی بستگی هسته } {}^4He \text{ می‌باشد.} \end{aligned} \quad (12)$$

1. Zamfir

مجله علوم و فنون هسته‌ای

جلد ۱۰۲، شماره ۴، زمستان ۱۴۰۱، ص ۱۷-۲۷



جدول ۱. ثابت‌های طیف انرژی هسته‌های زوج - زوج					
	ε	γ	δ	c	ایزوتوپ
^{132}Xe	۱۵۷,۵	-۴,۱۹	۱۵,۳۳	۰,۸۳	
^{134}Xe	۱۸۲,۷	-۰,۰۷	۱۶,۶۷	۰,۸۲	
^{136}Xe	۳۰۰,۷	-۶,۶۲	۷,۰۸	۰,۷	
^{138}Xe	۳۷۲,۴	-۵,۲۸	۳,۷۶	۰,۵	
^{140}Xe	۲۹۹,۷	-۰,۹۱	۱۸,۴۱	۰,۰۸	
^{132}Xe	۴۳۷,۱	-۴,۰۹	۳۷,۸۹	۰,۰۰۵	

جدول ۲. ثابت‌های طیف انرژی هسته‌های زوج - فرد					
	ε	β	γ	δ	ایزوتوپ
^{132}Xe	۳,۴۴	-۱,۰۶	۹,۵۸	۰,۰۹	۰,۷۸
^{134}Xe	۲۵,۱	-۰,۰۲	۳۰,۱	-۱۸,۹	۰,۹
^{136}Xe	۶,۶۶	-۲,۸۲	۲۰,۸	-۱۰,۳	۰,۷
^{138}Xe	۴۰,۵	-۰,۷۲	۳۷,۴	-۱۷,۳	۰,۵۲
^{140}Xe	۱,۰۵	-۸,۰۲	۷,۲۶	-	۰,۵۵

با توجه به مقادیر c در جداول ۱ و ۲، هسته‌های گذار برای ایزوتوپ‌های زوج - زوج و فرد - زوج به ترتیب ^{138}Xe و ^{129}Xe پیش‌بینی می‌شوند؛ با این وجود مقدار پارامتر c به تنها‌ی به دلیل خطا برازش چندان قابل اعتماد نیست، بنابراین با استی مشاهده‌پذیرهای دیگر نیز پیش‌بینی c را تأیید کنند.

می‌توان به کمک ثابت‌های جداول ۱ و ۲ انرژی‌های بستگی را محاسبه کرد و از طریق آن انرژی واپاشی آلغاز و نیز انرژی جدایی دو نوترون را به دست آورد. نتایج در جداول ۳، ۴ و ۵ ارایه شده است.

داده‌های جدول‌های ۴ و ۵ در شکل‌های ۳ و ۴ نشان داده شده‌اند.

از نمودارهای ۱ و ۲ برای هسته‌های زوج و فرد می‌توان دید، تغییرات انرژی جدایی دو نوترون و نیز تغییرات انرژی واپاشی Xe آلغاز نسبت به تعداد نوترون‌ها در طول زنجیره ایزوتوپیک خطی است بنابراین نتایج ما پیش‌بینی‌های انجام شده در مراجع [۲۶، ۲۷] که پیشنهاد می‌کنند تغییرات انرژی جدایی دو نوترون نسبت به تعداد نوترون‌ها برای منطقه گذار $(U \leftrightarrow SO(5))$ خطی است را تأیید می‌کند. پس رفتار خطی و با شبی نسبتاً ملایم این مشاهده‌پذیرها حاکی از نوعی QPT مرتبه‌ی دوم می‌باشد. برای بررسی‌های دقیق‌تر به منظور مشخص کردن هسته‌های گذار (E)، اختلاف انرژی‌های پیوندی مجاور و نیز اختلاف انرژی‌های جداسازی دو نوترونی و انرژی‌های واپاشی آلغازی هسته‌های مجاور را مطالعه می‌کنیم.

$$T(L, j_i \rightarrow j_f) = \frac{8\pi(L+1)}{L[(2L+1)!]} \left(\frac{q}{\hbar}\right)^{2L+1} B(L, j_i \rightarrow j_f) \quad (17)$$

که در رابطه‌ی فوق $B(L, j_i \rightarrow j_f)$ ، احتمال گذار تقلیل یافته یا میزان گذار نامیده می‌شود و هم‌چنین L ، تکانه زاویه‌ای میدان تابشی است و کمیت $q = \Delta E/\hbar c$ وابسته به تغییر انرژی دو حالت درگیر در گذار یعنی $\Delta E = E_i - E_f$ می‌باشد.

$B(L, j_i \rightarrow j_f)$ با عنصر ماتریسی تقلیل یافته عملگر $\hat{O}(L, M)$ در ارتباط است. در این صورت احتمال گذار تقلیل یافته یا میزان گذار را می‌توان به کمک رابطه‌ی زیر محاسبه کرد:

$$:[31, 30] \quad (18)$$

$$B(L, j_i \rightarrow j_f) = \frac{|\langle j_f | \hat{O} | j_i \rangle|}{(2j_i + 1)}$$

این رابطه برای گذارهای الکترونیکی و مغناطیسی برقرار است.

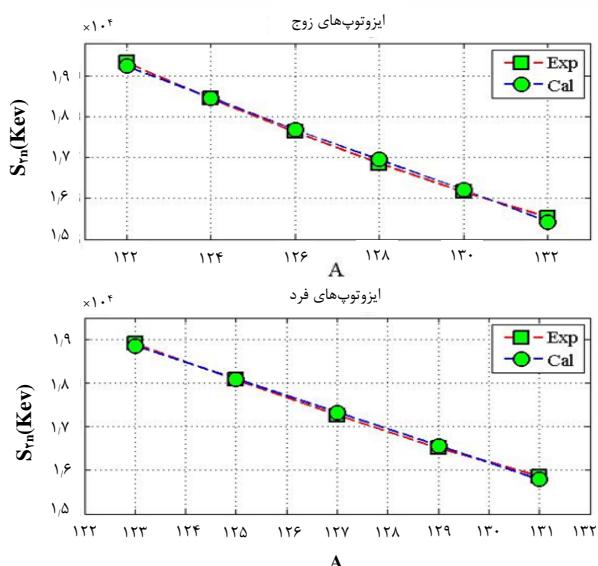
۳. بحث و نتایج

در این مقاله ما به کمک برخی از مشاهده‌پذیرها از قبیل: انرژی بستگی، انرژی واپاشی آلغاز، انرژی جدایی دو نوترون، $R_{4/2}$ و $B(E2)$ ، گذار فاز کوانتموی را در زنجیره ایزوتوپی زنون ($^{132-133}Xe$) بررسی می‌کنیم. داده‌های تجربی مربوط به این زنجیره از منابع [۲۲-۲۴] گرفته شده‌اند. برای محاسبه‌ی طیف انرژی و انرژی بستگی ایزوتوپ‌های زنون، ثابت‌های معادلات انرژی و انرژی بستگی را به کمک روش حداقل مربعات به دست آورده‌ایم. نتایج حاصل برای هسته‌های زوج و فرد در جداول ۱ و ۲ ارایه شده‌اند. توجه شود که در تمام این محاسبات پارامترهای بدون بعد $c_s := c_d$ در محدوده‌ی $0 \leq c_s = c_d = 1$ قرار دارند و پارامترهای ثابت ε ، δ ، γ و β در جداول ۱ و ۲ همگی برحسب هستند. پارامتر c برای تعیین نقطه‌ی گذار به کار می‌رود، به طوری که برای هسته‌های گذاری در ناحیه‌ی $(U \leftrightarrow SO(5))$ می‌باشد.

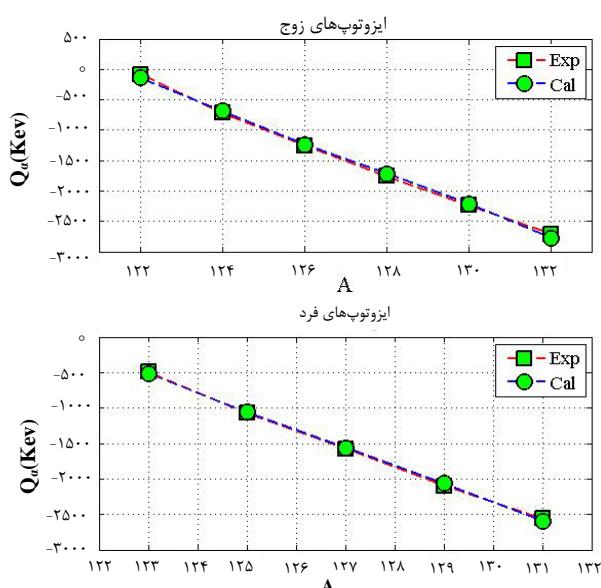


جدول ۵. گرمای واپاشی آلفا زنجیره ایزوتوپی زنون

	^{122}Xe	^{123}Xe	^{124}Xe
ایزوتوپ			
Q_α^{Exp} (KeV)	-۸۳	-۴۹۲	-۷۱۸
Q_α^{Cal} (KeV)	-۱۴۳	-۵۱۶.۸	-۶۸۸.۴
ایزوتوپ	^{125}Xe	^{126}Xe	^{127}Xe
Q_α^{Exp} (KeV)	-۱۰۷۰	-۱۲۵۷	-۱۵۷۴
Q_α^{Cal} (KeV)	-۱۰۵۹	-۱۲۳۷.۱	-۱۵۵۷.۶
ایزوتوپ	^{128}Xe	^{129}Xe	^{130}Xe
Q_α^{Exp} (KeV)	-۱۷۵۹.۹	-۲۰۹۸	-۲۲۴۰.
Q_α^{Cal} (KeV)	-۱۷۱۲.۵	-۲۰۶۴.۷	-۲۲۱۱.۸
ایزوتوپ	^{131}Xe	^{132}Xe	-
Q_α^{Exp} (KeV)	-۲۵۵۶.۹	-۲۷۱۰.۲	-
Q_α^{Cal} (KeV)	-۲۵۹۲.۷	-۲۷۷۴.۳	-



شکل ۳. انرژی‌های جدایی دو نوترونی در ایزوتوپ‌های زوج-زوج و فرد-زوج زنون.



شکل ۴. انرژی‌های واپاشی آلفا در ایزوتوپ‌های زوج و فرد-زوج زنون.

این مشاهده‌پذیرها بسیار حساس به تغییرات ناگهانی در ساختار هسته می‌باشند. برای محاسبه‌ی آن‌ها از روابط زیر استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} D\{E_B(N)\} = E_B(N) - E_B(N-1) \\ D\{S_{\gamma n}(N)\} = S_{\gamma n}(N) - S_{\gamma n}(N-1) \\ D\{Q_\alpha(N)\} = Q_\alpha(N) - Q_\alpha(N-1) \end{cases} \quad (19)$$

ما نتایج حاصل از این محاسبات را در جدول‌های ۶، ۷ و ۸ آورده‌ایم.

جدول ۳. انرژی‌های پیوندی زنجیره ایزوتوپی زنون

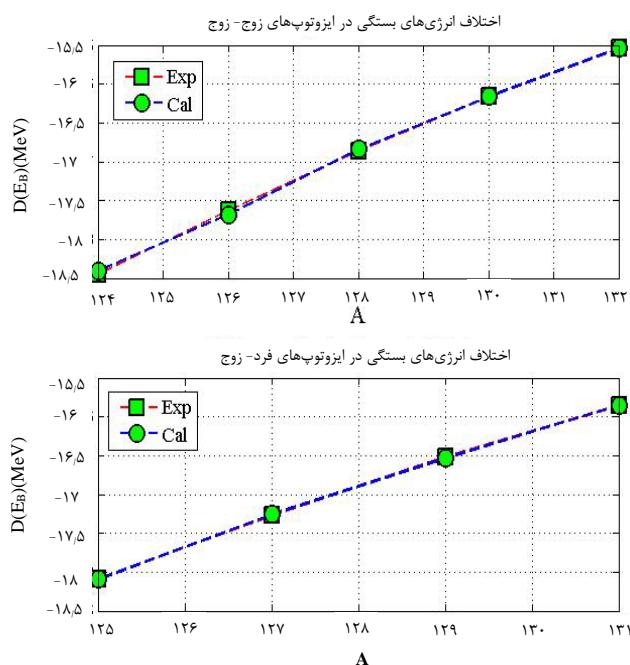
	^{122}Xe	^{123}Xe	^{124}Xe
ایزوتوپ			
E_B^{Exp} (MeV)	۱۰۲۸.۸	۱۰۳۵.۷	۱۰۴۶.۲
E_B^{Cal} (MeV)	۱۰۲۷.۸	۱۰۳۵.۸	۱۰۴۶.۲
ایزوتوپ	^{125}Xe	^{126}Xe	^{127}Xe
E_B^{Exp} (MeV)	۱۰۵۳.۸	۱۰۶۳.۸	۱۰۷۱.۱
E_B^{Cal} (MeV)	۱۰۵۳.۹	۱۰۶۳.۹	۱۰۷۱.۱
ایزوتوپ	^{128}Xe	^{129}Xe	^{130}Xe
E_B^{Exp} (MeV)	۱۰۸۰.۷	۱۰۸۷.۶	۱۰۹۶.۹
E_B^{Cal} (MeV)	۱۰۸۰.۷	۱۰۸۷.۷	۱۰۹۶.۹
ایزوتوپ	^{131}Xe	^{132}Xe	-
E_B^{Exp} (MeV)	۱۱۰۳.۵	۱۱۱۲.۴	-
E_B^{Cal} (MeV)	۱۱۰۳.۵	۱۱۱۲.۵	-

جدول ۴. انرژی‌های جدایی دو نوترونی زنجیره ایزوتوپی زنون

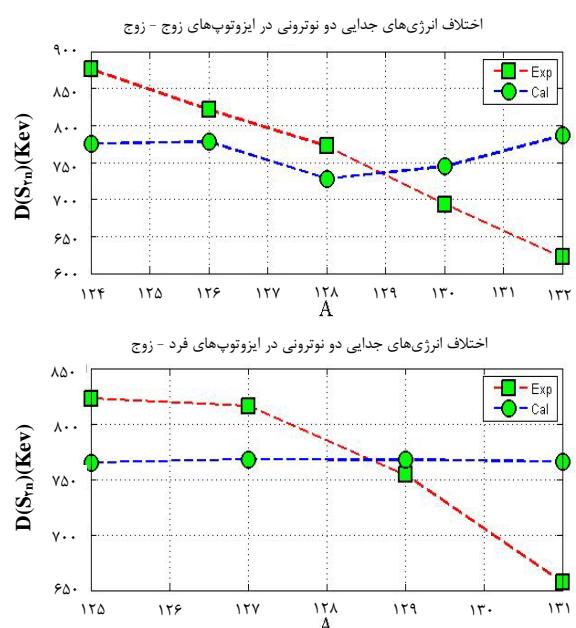
	^{122}Xe	^{123}Xe	^{124}Xe
ایزوتوپ			
$S_{\gamma n}^{Exp}$ (KeV)	۱۹۳۲۵	۱۸۹۱۰	۱۸۴۴۹
$S_{\gamma n}^{Cal}$ (KeV)	۱۹۲۳۷	۱۸۸۶۲	۱۸۴۶۱
ایزوتوپ	^{125}Xe	^{126}Xe	^{127}Xe
$S_{\gamma n}^{Exp}$ (KeV)	۱۸۰۸۷	۱۷۶۲۸	۱۷۲۷۱
$S_{\gamma n}^{Cal}$ (KeV)	۱۸۰۹۷	۱۷۶۸۳	۱۷۳۲۹
ایزوتوپ	^{128}Xe	^{129}Xe	^{130}Xe
$S_{\gamma n}^{Exp}$ (KeV)	۱۶۸۵۶	۱۶۵۱۷	۱۶۱۶۲۸
$S_{\gamma n}^{Cal}$ (KeV)	۱۶۹۵۵	۱۶۵۶۱	۱۶۲۱۱
ایزوتوپ	^{131}Xe	^{132}Xe	-
$S_{\gamma n}^{Exp}$ (KeV)	۱۵۸۶۰	۱۵۵۴۱	-
$S_{\gamma n}^{Cal}$ (KeV)	۱۵۷۹۵	۱۵۴۲۴	-



برای بررسی بهتر QPT، نتایج حاصل از محاسبات عددی که در جدول‌های ۶ تا ۸ ارایه شده است را در شکل‌های ۵ تا ۷ نشان داده‌ایم.



شکل ۵. اختلاف انرژی‌های بستگی در ایزوتوپ‌های زوج - زوج و فرد - زوج زون.



شکل ۶. اختلاف انرژی‌های جدایی دو نوترونی در ایزوتوپ‌های زوج - زوج و فرد - زوج زون.

جدول ۶. اختلاف انرژی‌های پیوندی هسته‌های زوج - زوج و فرد - زوج مجاور در زنجیره‌ی ایزوتوپی زون

	^{124}Xe	^{126}Xe	^{128}Xe
زوج - زوج			
$D(E_B^{Exp}(N))$	-18,45	-17,63	-16,86
$D(E_B^{Cal}(N))$	-18,39	-17,68	-16,83
زوج - زوج	^{130}Xe	^{132}Xe	-
$D(E_B^{Exp}(N))$	-16,16	-15,54	-
$D(E_B^{Cal}(N))$	-16,15	-15,53	-
زوج - فرد	^{125}Xe	^{127}Xe	^{129}Xe
$D(E_B^{Exp}(N))$	-18,08	-17,27	-16,5
$D(E_B^{Cal}(N))$	-18,09	-17,25	-16,5
فرد - فرد	^{131}Xe	-	-
$D(E_B^{Exp}(N))$	-15,86	-	-
$D(E_B^{Cal}(N))$	-15,8	-	-

جدول ۷. اختلاف انرژی‌های جداسازی دو نوترونی هسته‌های زوج - زوج و فرد - زوج مجاور در زنجیره‌ی ایزوتوپی زون

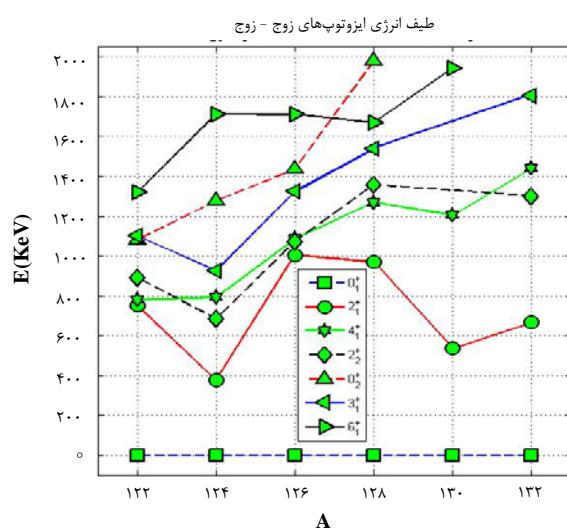
	^{124}Xe	^{126}Xe	^{128}Xe
زوج - زوج			
$D(S_{vn}^{Exp}(N))$	876	821	772
$D(S_{vn}^{Cal}(N))$	775,6	777,8	727,7
زوج - زوج	^{130}Xe	^{132}Xe	-
$D(S_{vn}^{Exp}(N))$	692,2	621,7	-
$D(S_{vn}^{Cal}(N))$	744,7	786,5	-
زوج - فرد	^{125}Xe	^{127}Xe	^{129}Xe
$D(S_{vn}^{Exp}(N))$	823	816	754
$D(S_{vn}^{Cal}(N))$	765,2	768,1	767,5
فرد - فرد	^{131}Xe	-	-
$D(S_{vn}^{Exp}(N))$	656,9	-	-
$D(S_{vn}^{Cal}(N))$	766,1	-	-

جدول ۸. اختلاف انرژی‌های واپاشی الگازی هسته‌های زوج - زوج و فرد - زوج مجاور در زنجیره‌ی ایزوتوپی زون

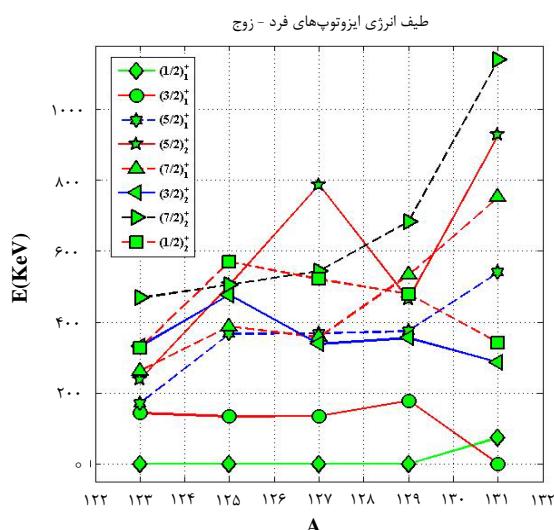
	^{124}Xe	^{126}Xe	^{128}Xe
زوج - زوج			
$D(Q_\alpha^{Exp}(N))$	635	532	50,29
$D(Q_\alpha^{Cal}(N))$	545,41	548,64	475,42
زوج - زوج	^{130}Xe	^{132}Xe	-
$D(Q_\alpha^{Exp}(N))$	480,1	470,2	-
$D(Q_\alpha^{Cal}(N))$	500,32	461,43	-
زوج - فرد	^{125}Xe	^{127}Xe	^{129}Xe
$D(Q_\alpha^{Exp}(N))$	578	50,4	524
$D(Q_\alpha^{Cal}(N))$	542,25	498,62	507,02
فرد - فرد	^{131}Xe	-	-
$D(Q_\alpha^{Exp}(N))$	458,8	-	-
$D(Q_\alpha^{Cal}(N))$	528,07	-	-



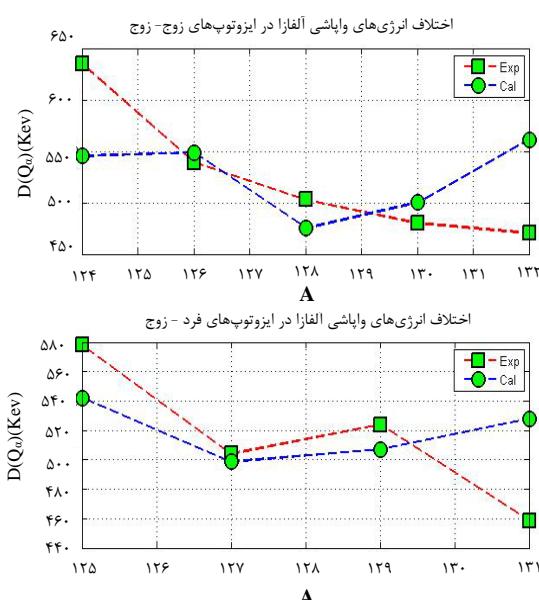
برای مشخص کردن دقیق تر هسته‌ی گذار مربوط به گذار ایزوتوب‌های زوج – فرد زنون به شواهد بیشتری نیاز است. برای این منظور ما مشاهده‌پذیرهای دیگری مانند $R_{\frac{4}{2}}$ و $B(E2)$ را بررسی می‌کنیم. برای محاسبه‌ی $R_{\frac{4}{2}}$ و $B(E2)$ ابتدا بایستی طیف انرژی ایزوتوب‌های زنون را محاسبه کرد. نتایج محاسبه‌ی طیف انرژی ایزوتوب‌های زوج – زوج در شکل ۸ و ایزوتوب‌های فرد – زوج در شکل ۹ ارایه شده است. انحراف معیار متوسط برای هسته‌های زوج – زوج $\bar{\sigma} = 202.6$ و برای هسته‌های زوج – فرد $\bar{\sigma} = 212$ محاسبه شد که این بیانگر توافق نسبتاً خوب پیش‌بینی‌های مدل با داده‌های تجربی می‌باشد.



شکل ۸. طیف انرژی ایزوتوب‌های زوج – زوج زنون.



شکل ۹. طیف انرژی ایزوتوب‌های فرد – زوج زنون.

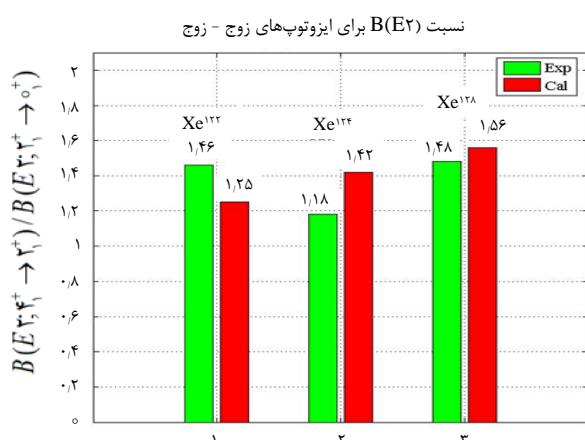


شکل ۷. اختلاف انرژی‌های واپاشی آلفا در ایزوتوب‌های زوج – زوج و فرد – زوج زنون.

با توجه به شکل ۵ نتایج تجربی و نظری هم‌خوانی بسیار خوبی با هم دارند به طوری که به نظر می‌رسد نمودارها برهمنمطیق شده‌اند. رفتار شبیب نمودار در شکل ۵ اطلاعاتی در مورد نقطه‌ی بحرانی نمی‌دهد. با این حال از شکل ۶ به نظر می‌رسد که در هسته‌های زوج تغییر رفتار شبیب نمودار، در حول و حوش هسته‌ای ^{128}Xe و ^{130}Xe اتفاق افتاده است. بنابراین این دو هسته می‌توانند به عنوان کاندیدای هسته‌ی گذاری انتخاب شوند.

به منظور تعیین نقطه‌ی گذاری در ایزوتوب‌های فرد زنون باید به نمودارهای $D\{Q_\alpha(N)\}$ و $D\{S_{\tau n}(N)\}$ توجه کرد. با توجه به شکل‌های ۶ و ۷ به نظر می‌رسد هسته‌ی گذار در ایزوتوب‌های زوج – فرد زنون، ^{129}Xe یا ^{127}Xe باشد. تغییر ناگهانی شبیب نمودار در شکل ۶، هسته‌ی ^{127}Xe را به عنوان هسته‌ی گذاری در ناحیه‌ی $U(5) \leftrightarrow SO(6)$ مطرح می‌کند. معیار دیگر $D\{Q_\alpha(N)\}$ ، QPT است. شکل ۷ به نحو کاملاً مطلوبی پیش‌بینی حاصل از $D\{S_{\tau n}(N)\}$ را تأیید می‌کند. در اینجا نیز هسته‌های ^{128}Xe و ^{130}Xe به عنوان ایزوتوب‌های زوج – زوج QPT در ناحیه‌ی گذار $U(5) \leftrightarrow SO(6)$ معروفی می‌شوند و ایزوتوب‌های ^{127}Xe و ^{129}Xe به عنوان هسته‌های گذار ایزوتوب‌های زوج – فرد زنون پیش‌بینی می‌شوند.





شکل ۱۰. نسبت $(E2)$ های هسته‌های زوج - زوج در زنجیره‌ی ایزوتوپی زنون.

۴. نتیجه‌گیری

در این مقاله گذار فاز کوانتومی در زنجیره‌ی ایزوتوپی زنون و در چارچوب مدل‌های IBM-1 و IBM-2 با تعمیم آن‌ها به جبر بی‌نهایت بعدی آفین $SU(1,1)$ بررسی شد. ما برای بررسی QPT از مشاهده‌پذیرهایی مانند: انرژی بستگی، انرژی‌های $B(E2)$ و ایپاشی آلفاز، انرژی‌های جدایی دو نوترون، و $R_{4/2}$ استفاده کردیم. محاسباتمان نشان داد که هسته‌های گذار در ناحیه‌ی $(E) \leftrightarrow SO(5)$ برای ایزوتوپ‌های زوج - زوج - فرد، Xe^{118} و Xe^{128} هستند چون تغییر شیب در شکل‌های ۶ و ۷ و نیز فاکتور c به دلیل خطای محاسباتی چندان مطمئن نیستند لذا باید به نتایج تجربی و مشاهده‌پذیرهایی که نتایج تجربی را تأیید می‌کنند تکیه کرد. یکی از مهم‌ترین این مشاهده‌پذیرهای ایزوتوپ‌های زوج - فرد ایزوتوپ Xe^{117} را تأیید می‌گردد.

مراجع

- M. Ghapanvari, et al, *High-spin level structure and Ground-state phase transition in the odd-mass 103-109 Rh isotopes in the framework of exactly solvable sdg- interacting boson-fermion model*, *Nuclear Phys. A*, **971**, 51 (2018).
- Feng Pan, J.P. Draayer, *Algebraic solutions of an sl-boson system in the $U(2l+1) \otimes O(2l+2)$ transitional region*, *J. Phys. A Math. Theor.*, **35**, 7173 (2002).
- M.A. Jafarizadeh, M. Ghapanvari, N. Fouladi, *Algebraic solutions for quantum phase transition in odd-mass-number nuclei*, *Phys. Rev. C*, **92**, 054306 (2015).
- S. Sachdev, *Quantum Phase Transitions Cambridge, Cambridge University Press* (2011).
- M. Vojta, *Quantum phase transitions*, *Rep. Prog. Phys.*, **66**, 2069 (2003).
- H. Löhneysen, et al, *Non-Fermi-liquid behavior in strongly correlated electron systems*, *Phys. Rev. B Condens. Matter*, **230**, 550 (1997).

با استفاده از طیف‌های انرژی، کمیت $R_{4/2}$ را برای ایزوتوپ‌های زوج - زوج و زوج - فرد محاسبه کردیم. نتایج حاصل در جدول ۹ ارایه شده است. با توجه به داده‌های جدول ۹ هسته‌ی گذار زوج - زوج، Xe^{117} پیش‌بینی می‌شود که با نتایج تجربی در توافق است. این پیش‌بینی قبلاً به کمک اختلاف انرژی‌های دو نوترون و واپاشی آلفاز تأیید شده است. بنابراین در مورد ایزوتوپ‌های زوج - فرد زنون، به نظر می‌رسد Xe^{117} ایزوتوپ گذار از $U(5) \leftrightarrow SO(5)$ باشد [۴۳].

به عنوان معیار مهم دیگر برای QPT، می‌توان به اشاره کرد. در نقطه‌ی بحرانی (E) نسبت مقادیر (۵) نسبت مقادیر $B(E2)$ کرد. در نقطه‌ی بحرانی (E) نسبت مقادیر (۵) یعنی:

$$B(E2; 4_1^+ \rightarrow 2_1^+)/B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$$

برابر با ۱.۶۸ می‌باشد [۴۴، ۲۶]. نسبت‌های مقادیر (۲) مربوط به ایزوتوپ‌های زوج-زنون در شکل ۱۰ نشان داده شده است.

داده‌های تجربی مربوط به باقی هسته‌های زوج-زنون در دسترس نبود به این دلیل فقط توانستیم نسبت $B(E2)$ مربوط به ایزوتوپ‌های ۱۲۲، ۱۲۴ و ۱۲۸ را محاسبه کنیم. اما در مورد هسته‌های زوج - فرد، $B(E2)$ و یا نسبت‌های آن کمیت مناسبی برای پیش‌بینی QPT نیست. با این وجود نسبت مقادیر $B(E2)$ هسته Xe^{117} را از میان ایزوتوپ‌های زوج - زوج زنون به عنوان ایزوتوپ گذاری تأیید می‌کند.

جدول ۹. مقادیر $R_{4/2}$ هسته‌های زوج - زوج و فرد - زوج در زنجیره‌ی ایزوتوپی زنون

	زنون - زوج	^{122}Xe	^{124}Xe	^{126}Xe
$R_{4/2}^{Exp}$	۲.۵	۲.۴۸	۲.۴۳	
$R_{4/2}^{Cal}$	۱.۰۳	۲.۱	۱.۰۸	
زنون - زوج	^{128}Xe	^{130}Xe	^{132}Xe	
$R_{4/2}^{Exp}$	۲.۳۳	۲.۲۴	۱.۷	
$R_{4/2}^{Cal}$	۱.۳۱	۲.۱	۲.۱۵	
زنون - فرد	^{134}Xe	^{135}Xe	^{137}Xe	
$\frac{E(v_d=2)}{E(v_d=1)} _{Exp}$	۲.۴۸	۲.۴۹	۲.۵۰	
$\frac{E(v_d=2)}{E(v_d=1)} _{Cal}$	۲.۴۸	۲.۶۶	۲.۵۷	
زنون - فرد	^{139}Xe	^{141}Xe	-	
$\frac{E(v_d=2)}{E(v_d=1)} _{Exp}$	۲.۲	۲.۲۴	-	
$\frac{E(v_d=2)}{E(v_d=1)} _{Cal}$	۲.۵۵	۲.۰۲	-	



7. F. Iachello, A. Arima, *The Interacting Boson Model*, Cambridge University Press, (1987).
8. J. Arias, C. Alonso, M. Lozano, *Nuclear structure studies of the odd-mass Ba and La isotopes with the IBFA-2 model*, *Nuclear Phys. A.*, **466**, 295 (1987).
9. Xin Guan, et al, *Ground state phase transition in the Nilsson mean-field plus standard pairing model*, *Phys. Rev. C*, **94**, 024309 (2016).
10. Yu Zhang, et al, *Excited-state quantum phase transitions in the interacting boson model: Spectral characteristics of 0^+ states and effective order parameter*, *Phys. Rev. C*, **93**, 044302 (2016).
11. R.F. Casten, *Shape phase transitions and critical-point phenomena in atomic nuclei*, *Nat. Phys.*, **2**, 811 (2006).
12. T. Thomas, et al, *Evidence for shape coexistence in ^{98}Mo* , *Phys. Rev. C*, **88**, 064305 (2013).
13. P. Van Isacker, J. Engel, K. Nomura, *Neutron-proton pairing and double- β decay in the interacting boson model*, *Phys. Rev. C*, **96**, 064305 (2013).
14. J. Kotila, et al, *Shape phase transitions in the interacting boson model: Phenomenological versus microscopic descriptions*, *Phys. Rev. C*, **85**, 054309 (2012).
15. P. Cejnar, J. Jolie, *Quantum phase transitions in the interacting boson model*, *Prog. Part. Nucl. Phys.*, **62**, 210-256 (2009).
16. J.M. Arias, J. Dukelsky, J.E. García-Ramos, *Quantum Phase Transitions in the Interacting Boson Model: Integrability, Level Repulsion, and Level Crossing*, *PRL*, **91**, 1765 (2003).
17. P. Von Brentano, et al, *Alternative Interpretation of Sharply Rising E0 Strengths in Transitional Regions*, *PRL*, **93**, 152502 (2004).
18. D.H. Feng, R. Gilmore, S.R. Deans, *Phase transitions and the geometric properties of the interacting boson model*, *Phys. Rev. C*, **23**, 1254 (1981).
19. A.E.L. Dieperink, O. Scholten, F. Iachello, *Classical Limit of the Interacting-Boson Model*, *PRL*, **44**, 1747 (1980).
20. O. Scholten, N. Blasi, *Description of the Europium isotopes in the interacting boson-fermion model*, *Nuclear Phys. A*, **380**, 509 (1982).
21. C. Alonso, et al, *UBF(5) to SUBF(3) shape phase transition in odd nuclei for $j=1/2, 3/2$, and $5/2$ orbits: The role of the odd particle at the critical point*, *Phys. Rev. C*, **79**, 014306 (2009).
22. M. Boyukata, et al, *Shape phase transition in odd-even nuclei: From spherical to deformed γ -unstable shapes*, *Phys. Rev. C*, **82**, 014317 (2010).
23. K. Nomura, T. Niksic, D. Vretenar, *Shape-phase transitions in odd-mass γ -soft nuclei with mass $A \approx 130$* , *Phys. Rev. C*, **96**, 014304 (2017).
24. F. Pan, J. Draayer, *New algebraic solutions for $SO(6) \leftrightarrow U(5)$ transitional nuclei in the interacting boson model*, *Nuclear Phys. A*, **636**, 156 (1998).
25. R. Fossion, et al, *Nuclear binding energies: Global collective structure and local shell-model correlations*, *Nuclear Phys. A*, **697**, 703-747 (2002).
26. J.E. García-Ramos, et al, *Two-neutron separation energies, binding energies and phase transitions in the interacting boson model*, *Nuclear Phys. A*, **688**, 735-754 (2001).
27. N. Zamfir, S. Anghel, G. Cata-Danil, *Phase/Shape Transitions and the Two Neutron Separation Energies*, *AIP Conference Proceedings*, **1072**, 118 (2008).
28. S.S.M. Wong, *Introductory Nuclear Physics*, (John Wiley & Sons, 2004).
29. Yu Zhang, et al, *Ground-state phase transition in odd- A and odd-odd nuclei near $N=90$* , *Phys. Rev. C*, **88**, 064305 (2013).
30. I. Talmi, *Simple models of complex nuclei*, Harvard Academic Publishers, (1993).
31. P. Cejnar, J. Jolie, R.F. Casten, *Quantum phase transitions in the shapes of atomic nuclei*, *RMP*, **82**, 2155 (2010).
32. T. Tamura, *Nuclear Data Sheets for $A = 122$* , *Nucl. Data Sheets*, **108**, 455-632 (2007).
33. S. Ohya, *Nuclear Data Sheets for $A = 123$* , *Nucl. Data Sheets*, **102**, 547-718 (2004).
34. J. Katakura, Z.D. Wu, *Nuclear Data Sheets for $A = 124$* , *Nucl. Data Sheets*, **109**, 1655-1877 (2008).
35. J. Katakura, *Nuclear Data Sheets for $A = 125$* , *Nucl. Data Sheets*, **112**, 495-705 (2011).
36. J. Katakura, K. Kitao, *Nuclear Data Sheets for $A = 126$* , *Nucl. Data Sheets*, **97**, 765-926 (2002).
37. A. Hashizume, *Nuclear Data Sheets for $A = 127$* , *Nucl. Data Sheets*, **112**, 1647-1831 (2011).
38. Z. Elekes, J. Timar, *Nuclear Data Sheets for $A = 128$* , *Nucl. Data Sheets*, **129**, 191-436 (2015).
39. J. Timar, Z. Elekes, B. Singh, *Nuclear Data Sheets for $A = 129$* , *Nucl. Data Sheets*, **121**, 143-394 (2014).
40. B. Jsingh, *Nuclear Data Sheets for $A = 130$* , *Nucl. Data Sheets*, **93**, 33-242 (2001).
41. Yu. Khazov, I. Mitropolsky, A. Rodionov, *Nuclear Data Sheets for $A = 131$* , *Nucl. Data Sheets*, **107**, 2715-2936 (2006).
42. Yu. Khazov, et al, *Nuclear Data Sheets for $A = 132$* , *Nucl. Data Sheets*, **104**, 497-790 (2005).
43. M.A. Jafarizadeh, et al, *Phase transition studies of the odd-mass $^{123-135}\text{Xe}$ isotopes based on $SU(1, 1)$ algebra in IBM*, *Int. J. Mod. Phys. E*, **25**, 1650048 (2016).
44. M.A. Jafarizadeha, et al, *Study of phase transition of even and odd nuclei based on q -deform $SU(1, 1)$ algebraic model*, *Nuclear Phys. A*, **972**, 86-106 (2018).

COPYRIGHTS

©2021 The author(s). This is an open access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution (CC BY 4.0), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, as long as the original authors and source are cited. No permission is required from the authors or the publishers.



استناد به این مقاله

مریم قپانوری، مسعود صیدی (۱۴۰۱)، مشاهده‌پذیرهای تجربی گذار فاز شکلی از ارتعاشی به گامای ناپایدار هسته‌های زوج و فرد، ۱۰۲، ۱۷-۲۷

DOI: 10.24200/nst.2022.1463

Url: https://jonsat.nstri.ir/article_1324.html