

## محاسبه متوسط انرژی جنبشی کل پاره‌های شکافت ایزوتوپ‌های پلوتونیوم

مجتبی جمعیتی\*

گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، واحد نراق، دانشگاه آزاد اسلامی، صندوق پستی: ۳۷۹۶۱-۵۸۷۱۹، نراق - ایران

\*Email: drmjamiati@gmail.com

مقاله‌ی فنی

تاریخ دریافت مقاله: ۹۹/۹/۱ تاریخ پذیرش مقاله: ۹۹/۱۲/۱۴

### چکیده

در این پژوهش مقادیر انرژی جنبشی کل (TKE) پاره‌های شکافت نوترونی ایزوتوپ‌های پلوتونیوم با کمک مدل نقطه برشی محاسبه شده‌اند. نتایج به‌دست آمده با نتایج تجربی مقایسه شده تا پارامترهای موردنیاز در مدل نقطه برشی به‌دست آیند. بدین‌منظور، انرژی جنبشی کل پاره‌های شکافت  $^{239}\text{Pu}$ ،  $^{241}\text{Pu}$  و  $^{242}\text{Pu}$  که دارای مقادیر تجربی هستند، بررسی شده‌اند. مقادیر انرژی جنبشی کل پاره‌های شکافت دیگر ایزوتوپ‌های پلوتونیوم با کمک مقادیر پارامترهای به‌دست آمده در مدل نقطه برشی حدس زده شده‌اند. با کمک نتایج پارامترهای تغییر شکل پاره‌های شکافت به‌دست آمده، متوسط انرژی جنبشی کل پاره‌های شکافت سایر بقیه ایزوتوپ‌های پلوتونیوم محاسبه شده است. بیش‌ترین مقدار متوسط انرژی جنبشی کل پاره‌های شکافت برای ایزوتوپ‌های پلوتونیوم در حدود ۱۸۵ MeV است.

**کلیدواژه‌ها:** انرژی جنبشی کل پاره‌های شکافت، مدل نقطه برشی، شکافت نوترونی، توزیع انرژی پاره‌های شکافت

## Calculation of the total kinetic energy distributions for neutron fission of plutonium isotopes

M. Jamiati\*

Department of Physics, Faculty of Basic Sciences, Naragh Branch, Islamic Azad University, P.O. Box: 58719-37961, Naragh - Iran

Technical Paper

Received 21.11.2020, Accepted 4.3.2021

### Abstract

In the present study, the total kinetic energy (TKE) values of neutron fission fragments of plutonium isotopes were calculated using the scission point model. The deformation parameters were obtained for neutron fission of plutonium 239, 241, and 242 by comparing the calculated results with experiments in the scission point model. TKE values were evaluated for neutron fission of other plutonium isotopes with these deformation parameters. Using the results of the fission deformation parameters, the average kinetic energy of all neutron fission fragments for the rest of the plutonium isotopes is calculated. The maximum average kinetic energy of all neutron fission fragments for plutonium isotopes is 185 MeV.

**Keywords:** Total kinetic energy, Scission point model, Neutron fission, Energy distribution of fission fragments



## ۱. مقدمه

از ابتدای کشف شکافت، اندازه‌گیری انرژی جنبشی پاره‌های شکافت به‌عنوان یکی از ویژگی‌های این فرایند بسیار مورد توجه بوده است [۵-۱]. با این وجود پژوهش‌های کمی بر روی انرژی جنبشی ایزوتوپ‌های پلوتونیوم صورت گرفته است [۶-۱۵]. قسمت زیادی از انرژی شکافت به‌صورت انرژی جنبشی پاره‌های آن آزاد می‌شود. با توجه به پایداری تکانه خطی، انرژی جنبشی پاره‌های شکافت سبک‌تر بیش‌تر از انرژی جنبشی پاره‌های سنگین‌تر است. از طرفی متوسط انرژی جنبشی پاره‌های شکافت جمع انرژی جنبشی دو پاره شکافت مکمل است بنابراین شکل تابع توزیع انرژی جنبشی کل (یعنی مقادیر انرژی جنبشی کل برحسب اعداد جرمی پاره‌های شکافت) متقارن است.

نتایج تجربی نشان می‌دهند که معمولاً توزیع انرژی جنبشی کل همه واکنش‌ها یک منحنی ملایم در ناحیه نامتقارن و چند بیشینه محلی در ناحیه متقارن دارد [۴]. البته این تغییرات زیاد در ناحیه متقارن را گروه [۱۶] به ضخامت نمونه آزمایشگاهی مربوط می‌داند ولی به‌طور کلی نتایج انرژی جنبشی کل در ناحیه متقارن خیلی قابل پیش‌بینی نیستند.

نتایج تجربی انرژی جنبشی کل پاره‌های شکافت با چند مدل (تئوری) بررسی می‌شوند: مدل‌های وابسته به زمان [۱۷، ۱۸] که محاسبات پیچیده و طولانی دارند و مدل‌های مستقل از زمان یا ایستا که ساده‌تر و دارای پارامترهای کم‌تر هستند. در این میان مدل نقطه‌برشی<sup>۱</sup> [۱۹] که توسط ویلکینز در سال ۱۹۷۶ ارائه شد یکی از معروف‌ترین مدل‌های فیزیکی است که برای محاسبه انرژی شکافت و توزیع جرمی پاره‌های شکافت از سال‌ها پیش استفاده می‌شود. در پژوهش حاضر نیز از این مدل با توجه به رابطه ۱، که توسط آندره برای محاسبه انرژی جنبشی پاره‌های شکافت (بعد از شکافت) ارائه شده، استفاده شده است. در مدل برشی تعمیم‌یافته از روش‌های آماری برای به‌دست آوردن ویژگی‌های شکافت با تغییراتی در انرژی پتانسیل سیستم شکافت به بررسی انرژی و توزیع جرمی پاره‌های آن پرداخته می‌شود. مدل قطره مایع و لایه‌ای برای بررسی انرژی پتانسیل هسته به‌کار می‌روند که در اینجا کاربردی ندارند.

اساس مدل نقطه برشی بر این است که ویژگی‌های شکافت را می‌توان با کمک سیستم متشکل از دو پاره شکافت مکمل در زمان نقطه برش به‌دست آورد. در این سیستم دو پاره شکافت

به‌طور هم‌محور و در فاصله مماسی معین ( $d$ ) از یک‌دیگر قرار دارند. به این ترتیب با کمک سیستم مذکور و با استفاده از روابط آماری تمام ویژگی‌های واکنش‌ها را می‌توان به‌دست آورد. مدل دیگری که خیلی به مدل برشی ویلکینز شبیه است مدل دو کره‌ای<sup>۲</sup> [۲۰] است که توسط رابن بیان شده است. در این مدل نیز سیستم شکافت دو کره مجزا در نظر گرفته می‌شود. رابن با کمک این مدل به محاسبه متوسط انرژی جنبشی کل و تعداد نوترون‌های تأخیری کل واکنش‌ها پرداخت و نتایج نسبتاً خوبی نیز به‌دست آورد [۲۰]. در این روش با محاسبه مقدار انرژی تحریکی کل<sup>۳</sup> تعداد نوترون‌های تأخیری برای هر جفت پاره شکافت مکمل به‌دست می‌آید. اخیراً مدل دیگری با نام سیستم دو هسته‌ای<sup>۴</sup> [۲۱، ۲۲] مطرح شده است که ساختار آن شبیه به دو مدل یاد شده است. مدل سیستم دو هسته‌ای هم در محاسبه انرژی پاره‌های شکافت [۲۳] و هم در رسم تابع توزیع جرمی [۲۱] نتایج خوبی داشته است.

هدف از این پژوهش محاسبه انرژی جنبشی کل شکافت است. مدل‌های مختلفی برای محاسبه این انرژی به روش نظری وجود دارند که روش محاسبه انرژی جنبشی کل در آن‌ها متفاوت است. رابن مقادیر انرژی آزاد شده از شکافت را برابر با مقدار انرژی جنبشی و انرژی تحریکی<sup>۵</sup> سیستم در نظر گرفته است. هم‌چنین وی مقدار انرژی جنبشی را برابر با انرژی کولنی و انرژی قبل از نقطه برش<sup>۶</sup> ( $E_{pre}$ ) انتخاب کرده است. درحالی‌که رابن با تقریب مقدار  $E_{pre}$  را به‌دست آورد، در مدل‌های وابسته به زمان [۱۸] معمولاً درصدی از انرژی کولنی برای محاسبه آن در نظر گرفته شده است. بنابراین در این‌جا برای محاسبه انرژی جنبشی از  $E_{pre}$  استفاده نشده است. از سوی دیگر استرید [۲۴] مقدار انرژی هسته‌ای را به انرژی کولنی و  $E_{pre}$  اضافه کرد. نکته مهم آن است که آندره [۲۳] در مدل تعمیم‌یافته خود بدون در نظر گرفتن  $E_{pre}$  مقادیر انرژی جنبشی کل را تنها با استفاده از انرژی کولنی و انرژی هسته‌ای به‌دست آورده است. با کمک این روش مقادیر انرژی جنبشی کل هسته ایزوتوپ‌های توریم به‌دست آمده است [۲۵]. در این‌جا با کمک این مدل، انرژی جنبشی کل ایزوتوپ‌های هسته سنگین‌تر پلوتونیوم بررسی خواهد شد.

2. Two Spheroid Model
3. Total Excitation Energy
4. Dinuclear System
5. Excitation Energy
6. Pre-Scission Point Energy (Epre)

1. Scission Point Model



مجموع تغییر شکل دو قطبی پاره‌های شکافت ( $\beta_i$ ) ارایه شده و مورد بحث قرار می‌گیرند. با کمک این نتایج و با توجه به نتایج مقاله [۲۸]، مقادیر انرژی جنبشی سایر ایزوتوپ‌های پلوتونیوم به دست می‌آیند.

## ۲. روش محاسبات

آندره [۷] رابطه ساده‌ای برای محاسبه انرژی جنبشی کل به صورت زیر ارایه کرده است:

$$TKE(A_i, \beta_i) = V_{coul}(A_L/A_H, \beta_i, R_i) + V_{nuc}(A_L/A_H, \beta_i, R_i) \quad (1)$$

که در آن  $A_L/A_H$  هسته‌های پاره‌های شکافت سنگین‌تر و سبک‌تر،  $\beta_i$  پارامتر تغییر شکل دو قطبی هر یک از پاره‌های شکافت و  $R_i$  شعاع هسته هر یک از پاره‌های شکافت است. پتانسیل کولنی دو پاره شکافت که در فاصله مماسی معین قرار دارند با در نظر گرفتن تغییر شکل دو قطبی و چرخش دلخواه به صورت زیر محاسبه می‌شود [۲۹، ۳۰].

$$V_{coul} = 1.44 \frac{Z_L Z_H}{D} \left( 1 + \frac{2}{\sqrt{3} \pi D^2} (\beta_1^2 R_1^2 + \beta_2^2 R_2^2) + \frac{3}{\sqrt{3} \pi D^2} (\beta_1^2 R_1^2 + \beta_2^2 R_2^2) + \frac{9}{14 \pi D^4} (\beta_1^2 R_1^4 + \beta_2^2 R_2^4) + \frac{27 \beta_1^2 R_1^2 \beta_2^2 R_2^2}{10 \pi D^4} \right) \quad (2)$$

در این رابطه، جملات سمت راست در واقع مرتبه‌های تغییر شکل پاره‌های شکافت و  $D$  فاصله مرکز دو پاره شکافت است که داریم:

$$D = d + R_L + R_H \quad (3)$$

مقدار فاصله مماسی بین دو پاره شکافت  $d$  در تطابق با مراجع [۱۹، ۲۸] ۱٫۴ fm در نظر گرفته شده است. انرژی پتانسیل هسته با رابطه تقریبی دو هسته مماسی به صورت زیر به دست می‌آید [۲۶، ۲۷]:

$$V_{nuc} = V_{prox} = 4\pi\gamma b \left( \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2} \right) \Phi \left( \frac{d}{r_{12}} \right) \quad (4)$$

همان‌طور که ذکر شد، آندره [۲۳] در مدل نقطه برشی تعمیم‌یافته مقدار انرژی جنبشی کل را برابر انرژی کولنی و هسته‌ای دو پاره شکافت در نظر گرفته است. از طرفی اخیراً رابطه اصلاح شده‌ای برای انرژی کولنی توسط دنیسو ارایه شده است که با کمک این رابطه و مقدار تقریبی انرژی هسته‌ای (بلاکی) [۲۶، ۲۷] انرژی جنبشی کل پاره‌های شکافت ایزوتوپ‌های پلوتونیوم محاسبه شده‌اند. البته بدیهی است که تقریب بلاکی برای هسته‌های سنگین مانند ایزوتوپ‌های پلوتونیوم استفاده می‌شود.

ویلیکینز تغییر شکل هسته‌ها را برابر با نسبت قطر بزرگ به کوچک انتخاب کرده است در حالی که در این محاسبات مقدار تغییر شکل با پارامتر چهار قطبی تغییر شکل  $\beta_i$  پاره‌های شکافت بیان می‌شود. در بررسی پارامتر تغییر شکل هسته باید توجه داشت که اختلاف در تعریف در این مدل‌ها به وضوح بیان نشده است و هر دو مدل از نماد یکسان  $\beta_i$  استفاده کرده‌اند، در حالی که مقدار پارامتر تغییر شکل این دو مدل یک واحد با هم اختلاف دارند. از طرف دیگر انتخاب مقدار فاصله مماسی دو پاره شکافت  $d$  متفاوت است. در این‌جا مقدار آن برابر با ۱٫۴ fm مطابق با محاسبات ویلیکینز (بنیانگذار این مدل) [۱۹] انتخاب شده است.

آندره با اصلاح این مدل به بررسی ساختارهای ریز انرژی جنبشی پرداخت. اخیراً توابع توزیع انرژی جنبشی کل پاره‌های شکافت فوتونی<sup>۲</sup> با کمک مدل برشی بررسی شده‌اند [۲۸]. در مطالعه اخیر توزیع انرژی جنبشی شکافت بسیاری از واکنش‌ها بررسی شده است که نشان می‌دهد مقادیر انرژی جنبشی کل برای ایزوتوپ‌های یک عنصر تغییرات کمی دارند. در این‌جا با کمک این رویکرد مقادیر انرژی جنبشی کل برای ایزوتوپ‌های پلوتونیوم به دست می‌آید. البته باید توجه داشت که مقادیر انرژی جنبشی کل هسته‌ها با اعداد جرمی فرد و زوج معمولاً با هم اختلاف قابل توجهی دارند؛ به همین منظور بهتر است ایزوتوپ‌ها را به دو دسته زوج و فرد تقسیم کرده و هر دسته جداگانه بررسی شوند.

در بخش بعد (بخش ۲) روش محاسبه انرژی جنبشی کل به طور مفصل بیان شده است. سپس با کمک این روش مقادیر انرژی جنبشی برای سه ایزوتوپ پلوتونیوم ۲۴۲، ۲۴۱ و ۲۳۹ که دارای داده‌های تجربی هستند به دست خواهند آمد (بخش ۳). هم‌چنین با کمک مقادیر تجربی انرژی جنبشی کل، مقادیر



در این رابطه  $\epsilon = \frac{d}{b}$  است که در آن  $b$  پارامتر پخش شدگی<sup>۳</sup> سطح هسته است و برابر با  $0.88 \text{ fm}$  فرمی در نظر گرفته می شود.

اعداد اتمی پاره‌های شکافت نیز با کمک رابطه معروف توزیع چگالی غیرقابل تغییر<sup>۴</sup> به صورت زیر به دست می آید [۳۵، ۳۴]:

$$Z_{UCD} = \frac{Z_{cn}(A+v)}{A_{cn}} \quad (12)$$

که  $v$  تعداد نوترون قبل از زمان برشی<sup>۵</sup> است و با مقایسه با نتایج تجربی مقدار آن صفر در نظر گرفته شده است.  $Z_{cn}$  و  $A_{cn}$  عدد جرمی و عدد اتمی هسته مرکب هستند.

با استفاده از روابط بیان شده در این بخش، در ادامه مقادیر انرژی جنبشی کل پاره‌های شکافت را برای ایزوتوپ‌های پلوتونیوم محاسبه و بررسی خواهند شد.

### ۳. نتایج و بحث

در شکل ۱ متوسط انرژی جنبشی کل پاره‌های شکافت به کمک مدل ارایه شده در بخش قبل برای پلوتونیوم ۲۴۲ رسم شده است. با استفاده از نتایج تجربی موجود برای متوسط انرژی جنبشی کل، پارامتر تغییر شکل بر حسب عدد جرمی پاره‌های شکافت به صورت زیر به دست می آید:

$$\beta_i = \begin{cases} 0.5 & \text{for } 125 < A_i < 139 \\ 0.55 & \text{for } A_i > 139 \end{cases} \quad (13)$$

البته مقادیر تغییر شکل دوقطبی برای پاره‌های شکافت با اعداد جرمی کم‌تر از ۱۲۵ تغییر (نوسانات) زیادی دارند و امکان ارایه آن‌ها مشابه رابطه ۱۳ میسر نیست. مقادیر  $\beta$  برای هر یک از پاره‌های شکافت به طور جداگانه در جدول ۱ گزارش شده‌اند (مشابه مرجع [۲۲]).

که  $C_i$  شعاع مرکزی سوزمن<sup>۱</sup> برای پاره‌های شکافت است:

$$C_i = R_i - \frac{b^2}{R_i} \quad (5)$$

شعاع هر پاره شکافت با رابطه نیمه تجربی

$$R_i(\text{fm}) = 1.28R_{o,i} + 0.8R_{o,i}^{-1} - 0.76 \quad (6)$$

بیان می شود [۳۱]، که  $R_{o,i}$  شعاع تغییر شکل پاره شکافت است. از آنجا که در مدل برشی مورد استفاده، برای تغییر شعاعی همواره از هماهنگ‌های کروی استفاده می شود [۲۹، ۳۰].  $R_{o,i}$  بر حسب هماهنگ‌های کروی به صورت زیر به دست می آید:

$$R_{o,i}(\theta) = R_o \sum (1 + \beta_i Y_{i_0}(\theta)) \quad (7)$$

$Y_{i_0}$  هماهنگ‌های کروی و  $\theta$  زاویه محور تقارن با محور شکافت است و داریم:

$$R_o = \sqrt[3]{A_i} \quad (8)$$

در رابطه ۴،  $\gamma$  ضریب کشش سطحی است که به صورت زیر تعریف می شود [۳۲]:

$$\gamma = 0.9517 \sqrt{(1 - 2.61/\gamma^2)(1 - 2.61/\gamma^2)} \text{ MeV / fm}^2 \quad (9)$$

در این رابطه داریم:

$$I_i = \frac{N_i - Z_i}{A_i} \quad (10)$$

$A_i$  و  $Z_i$  به ترتیب اعداد اتمی، جرمی و تعداد نوترون هر پاره شکافت هستند. در رابطه ۴،  $\Phi$  تابع تقریبی جهانی<sup>۲</sup> است و به صورت زیر تعریف می شود [۳۳]:

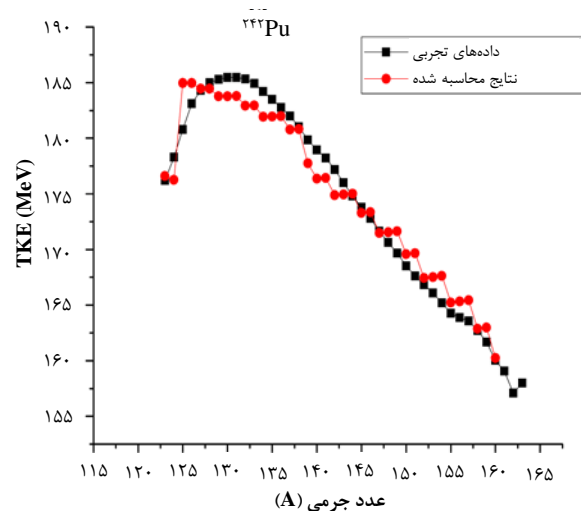
$$\Phi(\epsilon) = \begin{cases} -1.7817 + 0.9270\epsilon + 0.169\epsilon^2 - 0.0514\epsilon^3 & \text{for } 0 \leq \epsilon \leq 1.9475 \\ 4.41e^{-\epsilon/0.7176} & \text{for } 1.9475 \leq \epsilon \end{cases} \quad (11)$$



$$\beta_i = \begin{cases} 0.47 & \text{for } 130 < A_i < 143 \\ 0.6 & \text{for } A_i > 143 \end{cases} \quad (15)$$

مانند ایزوتوپ پلوتونیوم ۲۴۲، برای شکافت این دو ایزوتوپ مقادیر تغییر شکل پاره‌های شکافت با اعداد جرمی کمتر از ۱۳۰ تطابق خوبی ندارند. برای تطبیق بهتر مقادیر تجربی و تئوری، مقادیر تغییر شکل دوقطبی برای این پاره‌های شکافت در جدول ۲ ارائه شده است.

مشابه مقادیر تغییر شکل دوقطبی برای پاره‌های شکافت پلوتونیوم ۲۴۲ در جدول ۱، در جدول ۲ نیز مقادیر تغییر شکل دوقطبی پاره‌های شکافت با نزدیک شدن به اعداد جرمی ۱۲۰ (شکافت متقارن) بیش‌تر می‌شوند. از آن‌جا که مقدار ۱/۱ برای تغییر شکل هسته زیاد است (زیرا تغییر شکل دوقطبی هسته با گشتاور دوقطبی و چهار قطبی مغناطیسی هسته نسبت مستقیم دارد [۲۳])، پس امکان تشکیل پاره‌های شکافت در ناحیه متقارن بسیار کم است.



شکل ۱. انرژی جنبشی کل پاره‌های شکافت برای پلوتونیوم ۲۴۲ به همراه مقادیر تجربی [۶].

جدول ۱. پارامتر تغییر شکل پاره‌های شکافت پلوتونیوم ۲۴۲

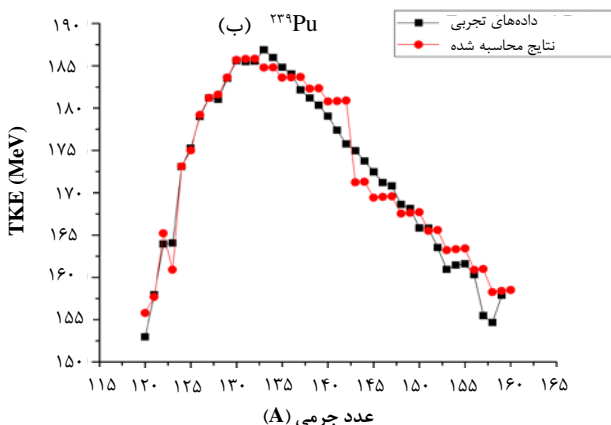
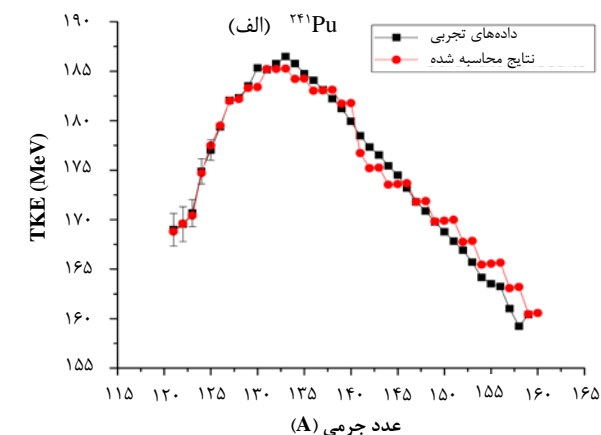
$A_1$	۱۲۳	۱۲۴	۱۲۵
$\beta_1 = \beta_2$	۰.۶۵	۰.۶۱۵	۰.۵۶۶

همان‌طور که در جدول ۱ مشاهده می‌شود، مقادیر تغییر شکل دوقطبی پاره‌های شکافت متقارن (ناحیه متقارن) افزایش می‌یابند. افزایش این مقادیر در این ناحیه نشان‌دهنده احتمال کم‌تر تشکیل این پاره‌های شکافت است که برای یک شکافت نامتقارن (مثل پلوتونیوم ۲۴۲) بدیهی به نظر می‌رسد زیرا در شکافت نامتقارن، احتمال تشکیل پاره‌های شکافت متقارن کم‌تر است. هم‌چنین با توجه به این‌که برای افزایش تغییر شکل دوقطبی، انرژی بیش‌تری لازم است که باید از واکنش تأمین شود و مقدار انرژی در واکنش‌ها نیز معین است، پس اگر پاره شکافتی با تغییر شکل دوقطبی زیاد تشکیل شود احتمال تشکیل آن کاهش می‌یابد. با این روش، متوسط انرژی جنبشی کل پاره‌های شکافت برای پلوتونیوم ۲۴۱ و پلوتونیوم ۲۳۹ محاسبه شده و همراه با مقادیر تجربی در شکل ۲ نمایش داده شده‌اند.

با استفاده از نتایج تجربی برای متوسط انرژی جنبشی کل پلوتونیوم ۲۴۱ می‌توان پارامتر تغییر شکل را بر حسب عدد جرمی پاره‌های شکافت به‌صورت زیر به‌دست آورد:

$$\beta_i = \begin{cases} 0.47 & \text{for } 130 < A_i < 141 \\ 0.55 & \text{for } A_i > 141 \end{cases} \quad (14)$$

این پارامتر برای پلوتونیوم ۲۳۹ به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:



شکل ۲. انرژی جنبشی کل پاره‌های شکافت برای (الف) پلوتونیوم ۲۴۱ (ب) پلوتونیوم ۲۳۹ به‌همراه مقادیر تجربی آن‌ها که به‌ترتیب از مراجع [۷] و [۸] برداشته شده‌اند.

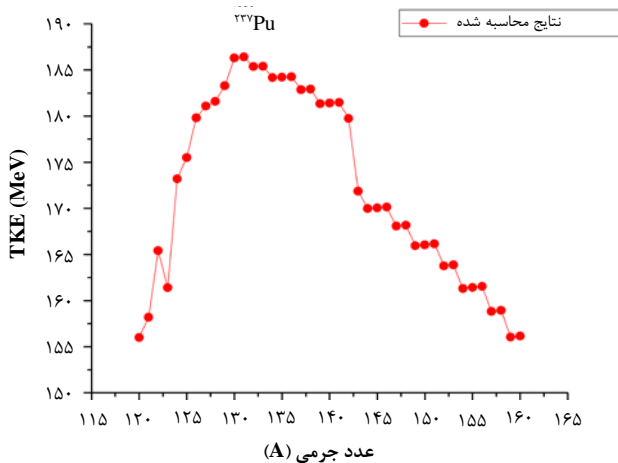
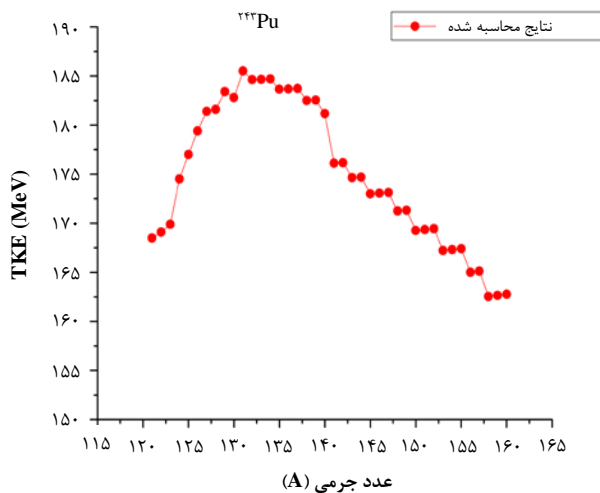


جدول ۲. پارامتر تغییر شکل پاره‌های شکافت پلوتونیوم ۲۳۹ و ۲۴۱

۱۳۰	۱۲۸	۱۲۸	۱۲۷	۱۲۶	۱۲۵	۱۲۴	۱۲۳	۱۲۲	۱۲۱	۱۲۰	A <sub>۱</sub>
۰/۴۷	۰/۵۱	۰/۵۵	۰/۵۶	۰/۶	۰/۶۸	۰/۷۳	۱/۱	۰/۹۵			$\beta_{۱,۲}^{۲۳۹}\text{Pu}$
۰/۵۱	۰/۵۱	۰/۵۴	۰/۵۴	۰/۵۸	۰/۶۳	۰/۶۸	۰/۷۹	۰/۸۱	۰/۸۳		$\beta_{۱,۲}^{۲۴۱}\text{Pu}$

جدول ۳. مقادیر انرژی جنبشی کل برای پاره‌های شکافت  $^{239}\text{Pu}$  در مراجع مختلف

مراجع A	۱۲۰	۱۲۱	۱۲۲	۱۲۴	۱۲۵
[۲۳]	۱۵۲	۱۵۷	۱۶۳	۱۷۳	۱۷۹
[۲۷]	۱۶۴	۱۶۵	۱۶۷	۱۷۳	۱۷۶
[۲۸]	۱۶۴	۱۶۶	۱۷۱	۱۷۴	۱۷۷
این کار	۱۵۵	۱۵۸	۱۶۵	۱۷۳	۱۷۵

شکل ۳. متوسط انرژی جنبشی کل پاره‌های شکافت  $^{239}\text{Pu}$ .شکل ۴. متوسط انرژی جنبشی کل پاره‌های شکافت  $^{241}\text{Pu}$ .

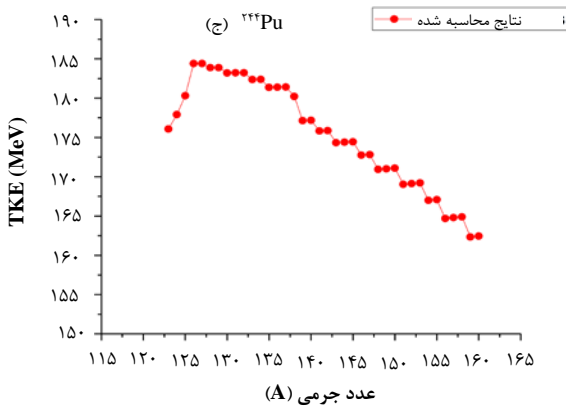
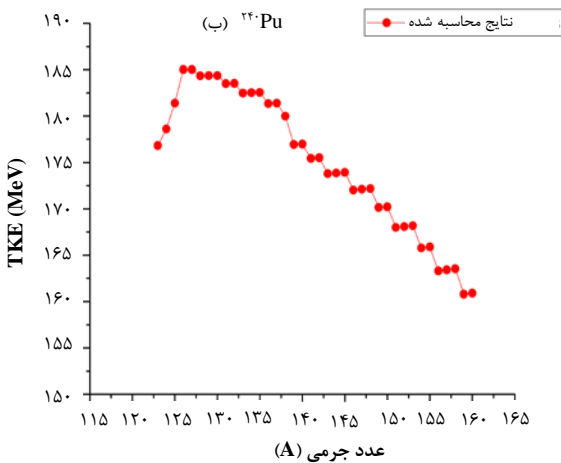
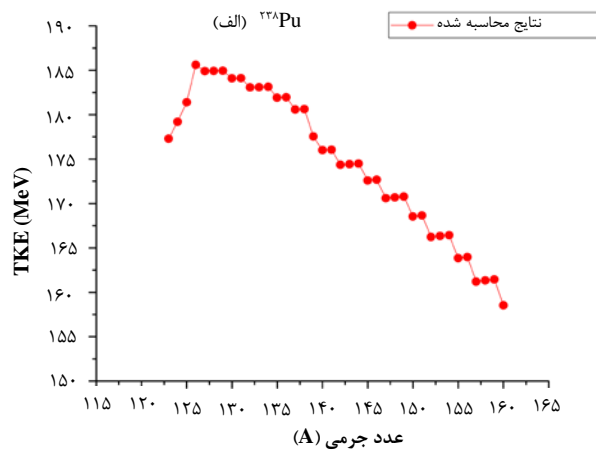
هم‌چنین همان‌طور که در جدول ۳ دیده می‌شود، مقادیر انرژی جنبشی کل پاره‌های شکافت برای شکافت پلوتونیوم ۲۳۹ در محدوده متقارن معمولاً تغییرات زیادی دارند. این تغییرات برای واکنش‌های دیگر نیز دیده می‌شوند [۳۶-۳۹]. گوک [۳۱] این نوسانات را به ضخامت نمونه آزمایشگاهی مربوط دانسته است. اما در هر حال با توجه به این تغییرات، نتایج تغییر شکل به‌دست آمده در محدوده متقارن می‌تواند تغییرات زیادی داشته باشد.

مقادیر نتایج تجربی از مرجع EXFOR [۴۰] استخراج شده‌اند. در این مرجع داده‌های تجربی به‌صورت فرمت نوشتاری سازگار با بیش‌تر نرم‌افزارهای رسم نمودار ارائه شده است. همان‌طور که در جدول ۳ مشاهده می‌شود، به‌ترتیب برای محاسبه انرژی جنبشی کل پاره‌های شکافت  $^{239}\text{Pu}$  از مقادیر پارامترهای تغییر شکل پاره‌های شکافت  $^{239}\text{Pu}$  استفاده شده است و برای محاسبه انرژی جنبشی کل پاره‌های شکافت  $^{241}\text{Pu}$  از مقادیر تغییر شکل پاره‌های شکافت  $^{241}\text{Pu}$  که عدد جرمی آن نزدیک‌تر است، استفاده شده است. هم‌چنین برای محاسبه انرژی جنبشی کل پاره‌های شکافت، ایزوتوپ‌های زوج پلوتونیوم از مقادیر تغییر شکل پاره‌های شکافت  $^{242}\text{Pu}$  استفاده شده است.

به این ترتیب متوسط انرژی جنبشی کل پاره‌های شکافت  $^{239}\text{Pu}$  در شکل ۳ رسم شده است. مشاهده می‌شود که متوسط انرژی جنبشی کل پاره‌های شکافت  $^{239}\text{Pu}$  بیشینه‌ای در حدود عدد جرمی ۱۳۰ داشته و کمینه‌ای برای پاره‌های شکافت متقارن دارند (مانند سایر اکتینیدها [۲۵]).

در شکل ۴ متوسط انرژی جنبشی کل پاره‌های شکافت  $^{241}\text{Pu}$  رسم شده است. شباهت زیادی بین این مقادیر و مقادیر انرژی جنبشی کل در شکل ۳ مشاهده می‌شود که مربوط به فرد بودن عدد جرمی این هسته‌ها است.





شکل ۵. متوسط انرژی جنبشی کل پاره‌های شکافت الف)  $^{238}\text{Pu}$ ، ب)  $^{240}\text{Pu}$ ، ج)  $^{244}\text{Pu}$ .

در شکل ۵ متوسط انرژی جنبشی کل پاره‌های شکافت الف)  $^{238}\text{Pu}$ ، ب)  $^{240}\text{Pu}$  و ج)  $^{244}\text{Pu}$  رسم شده‌اند. نتایج نشان می‌دهند که مقادیر انرژی جنبشی ایزوتوپ‌های پلوتونیوم رفتاری شبیه ایزوتوپ‌های توریوم دارند [۲۵]. البته به دلیل افزایش زیاد از مقادیر تغییر شکل پاره‌های شکافت ایزوتوپ‌های پلوتونیوم، به‌ویژه برای هسته  $^{239}\text{Pu}$  در مقایسه با این مقادیر برای ایزوتوپ‌های توریوم، می‌توان نتیجه گرفت که محاسبه متوسط انرژی جنبشی کل با کمک رابطه ۱ برای هسته‌های سبک‌تر از اکتینید نتایج بهتری نسبت به اکتینیدهای سنگین‌تر مانند پلوتونیوم دارد. بنابراین مناسب‌تر است که مانند مرجع [۲۴] در این معادله یک مقدار  $\epsilon$  برای محاسبه انرژی جنبشی کل هسته‌های سنگین‌تر در نظر گرفته شود. این بدان معنی است که مقدار انرژی قبل از نقطه برشی<sup>۱</sup> در مدل رابن برای اکتینیدهای سبک با مقدار انرژی هسته‌ای پاره‌های شکافت برابر بوده و در مدل استرید [۲۴]، مقدار  $\epsilon$  برای اکتینیدهای سبک صفر است. اما با افزایش عدد جرمی اکتینیدها، این مقادیر دیگر صادق نیستند.

#### ۴. نتیجه‌گیری

متوسط انرژی جنبشی کل پاره‌های شکافت برای ایزوتوپ‌های پلوتونیوم به کمک مدل نقطه برشی، محاسبه و رسم شده است. مقدار فاصله مماسی بین دو پاره شکافت  $d$ ،  $1/4 \text{ fm}$  در نظر گرفته شده است. تغییر شکل هسته‌های شکافته شده  $\beta$  با کمک مقادیر تجربی به‌دست آمده‌اند. از آن‌جا که برای چند پاره شکافت مقدار  $\beta$  بیش‌تر از ۱ شده است، مناسب است که در محاسبات انرژی جنبشی کل اکتینیدهای سنگین، مقدار  $\epsilon$  به رابطه ۱ اضافه شود.

بیش‌ترین مقدار متوسط انرژی جنبشی کل پاره‌های شکافت برای ایزوتوپ‌های پلوتونیوم در حدود  $185 \text{ MeV}$  است که با افزایش عدد جرمی کمی تغییر کرده و برای شکافت پلوتونیوم با عدد جرمی فرد، افزایش می‌یابد. هم‌چنین توزیع انرژی جنبشی کل ایزوتوپ‌های پلوتونیوم یک منحنی ملایم است ولی تغییرات متوسط انرژی جنبشی کل پاره‌های شکافت به‌دلیل نامتقارن بودن شکافت برای پاره‌های شکافت نزدیک به ناحیه متقارن افزایش می‌یابد.



- W. Lang, et al, *Nuclear charge and mass yields for  $^{235}\text{U}(n_{th}, f)$  as a function of the kinetic energy of the fission products*, *Nucl. Phys. A* **345**, 34 (1980).
- F.J. Hambsch, et al, *Fission mode fluctuations in the resonances of  $^{235}\text{U}(n, f)$* , *Nucl. Phys. A* **491**, 56 (1989).
- R. Hentzschel, et al, *Mass, charge and energy distributions in the very asymmetric fission of  $^{249}\text{Cf}$  induced by thermal neutrons*, *Nucl. Phys. A* **571**, 427 (1994).
- Yu.V. Pyatkov, et al, *Manifestation of fine structures in the fission fragment mass-energy distribution of the  $^{233}\text{U}(n, f)$* , *Nucl. Instrum. Methods, A* **488**, 381 (2002).
- L. Dematte, et al, *Fragments' mass and energy characteristics in the spontaneous fission of  $^{236}\text{Pu}$ ,  $^{238}\text{Pu}$ ,  $^{240}\text{Pu}$ ,  $^{242}\text{Pu}$ , and  $^{244}\text{Pu}$* , *Nucl. Phys. A* **617**, 331 (1997).
- V.G. Vorob'yeva, et al, *Mass yields and kinetic energy of fragments for fission of plutonium isotopes*, *Conf. on Neutron Physics*, Kiev 1973, **3**, 270 (1973).
- H. Thierens, et al, *Fragment Mass and Kinetic Energy Distributions for  $^{242}\text{Pu}(sf)$ ,  $^{241}\text{Pu}(n(th), f)$ , and  $^{242}\text{Pu}(\gamma, f)$* , *Physical Review, Part C, Nuclear Physics*, **29**, 498 (1984).
- K. Nishio, et al, *Measurement of Fragment Mass Dependent Kinetic Energy and Neutron Multiplicity for Thermal Neutron Induced Fission of Plutonium-239*, *J. of Nuclear Science and Technology*, **32**, 404 (1995).
- E. Allaert, et al, *Energy and mass distributions for  $^{241}\text{Pu}(n, f)$ ,  $^{242}\text{Pu}(sf)$  and  $^{244}\text{Pu}(sf)$  fragments*, *Nuclear Physics, A* **380** (1), 61-71 (1982).
- H. Thierens, et al, *Kinetic energy and fragment mass distributions for  $\text{Pu } 240 (sf)$ ,  $\text{Pu } 239 (n, th, f)$ , and  $\text{Pu } 240 (\gamma, f)$* , *Physical Review, C* **23** (5), 2104 (1981).
- P. Schillebeeckx, et al, *Comparative study of the fragments' mass and energy characteristics in the spontaneous fission of  $^{238}\text{Pu}$ ,  $^{240}\text{Pu}$  and  $^{242}\text{Pu}$  and in the thermal-neutron-induced fission of  $^{239}\text{Pu}$* , *Nuclear Physics, A* **545** (3), 623-645 (1992).
- Chemey, Alexander, et al, *Total kinetic energy and mass yields from the fast neutron-induced fission of  $^{239}\text{Pu}$* , *The European Physical Journal, A* **56** (11), 1-13 (2020).
- F. Caitucoli, et al, *Mass and energy characteristics of the  $^{241}\text{Pu}(n, f)$  fragments*, *Nuclear Physics, A* **369** (1), 15-24 (1981).
- M. Asghar, et al, *Fission Fragment Energy Correlation Measurements for the Thermal Neutron Fission of  $^{239}\text{Pu}$  and  $^{235}\text{U}$* , *Nuclear Physics, Section A*, **311**, 205 (1978) DOI: 10.1016/0375-9474(78)90510.
- C. Tsuchiya, et al, *Simultaneous Measurement of Prompt Neutrons and Fission Fragments for  $^{239}\text{Pu}(n, f)$* , *J. of Nuclear Science and Technology*, **37**, Issue.11, 941 (2000). DOI: 10.3327/jnst.37.941.
- A. Göök, et al, *Correlated mass, energy, and angular distributions from bremsstrahlung-induced fission of  $^{234}\text{U}$  and  $^{232}\text{Th}$  in the energy region of the fission barrier*, *Phys. Rev. C* **96**, 044301 (2017).
- M.D. Usang, et al, *Correlated transitions in TKE and mass distributions of fission fragments described by 4-D Langevin equation*, *Scientific Reports*, **9**(1), 1-9 (2019).
- M. Albertsson, et al, *Correlation studies of fission-fragment neutron multiplicities*, *Physical Review, C* **103** (1), 014609 (2021).
- B.D. Wilkins, E.P. Steinberg, R.R. Chasman, *Scission-point model of nuclear fission based on deformed-shell effects*, *Phys. Rev. C* **14** (5), 1832-1863 (1976).
- A. Ruben, H. Marten, D. Seeliger, *Energy partition in nuclear fission*, *Z. Phys. A* **338**, 67 (1991).
- G.G. Adamian, N.V. Antonenko, W. Scheid, *In: Christian Beck (Ed.), Clusters in Nuclei, vol. 2, in: Lect. Notes, Phys., vol. 848*, Springer-Verlag, Berlin, 165 (2012).
- H. Pasca, et al, *Extraction of potential energy in charge asymmetry coordinate from experimental fission data*, *Eur. Phys. J. A* **52**, 369 (2016).
- A.V. Andreev, et al, *Possible explanation of fine structures in mass-energy distribution of fission fragments*, *Eur. Phys. J. A* **22**, 51 (2004).
- Ch. Straede, C. Budtz-Jørgensen, H-H. Knitter,  *$^{235}\text{U}(n, f)$  fragment mass-, kinetic energy-and angular distributions for incident neutron energies between thermal and 6 MeV*, *Nuclear Physics, A* **462** (1), 85-108 (1987).
- M. Jamiaty, *Kinetic Energy Distribution for Neutron-induced fission of Thorium Isotopes*, *Physics of Atomic Nuclei*, **83** (6), 803 (2020).
- J. Blocki, W.J. Swiatecki, *A generalization of the Proximity Force Theorem*, *Ann. Phys. NY* **132**, 53 (1981).
- J. Blocki, et al, *Proximity forces*, *Ann. Phys. NY* **105**, 427 (1977).
- P. Mehdipour K, *Kinetic Energy Distribution for Photofission of light Actinides*, *Phys. Rev. C* **102** 044612 (2020).
- V. Yu. Denisov, T.O. Margitych, I.Yu. Sedykh, *Mass yields and kinetic energy of fragments from fission of highly-excited nuclei with  $A \leq 220$* , *Nucl. Phys. A*, **958**, 101-128 (2017).
- C. Karthika, M. Balasubramaniam, *Scission point model for the mass distribution of ternary fission*, *Eur. Phys. J. A* **55**, 59 (2019).
- J. Blocki, et al, *A generalization of the Proximity Force Theorem*, *Ann. Phys. NY* **132**, 53 (1981).
- K.R. Vijayaraghavan, M. Balasubramaniam, W. Von Oertzen, *Collinear versus triangular geometry: A ternary fission study*, *Phys. Rev. C* **90**, 024601 (2014).
- J. Blocki, W.J. Swiatecki, C.F. Tsang, *A generalization of the Proximity Force Theorem*, *Ann. Phys. NY* **132**, 53 (1981).

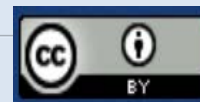




34. H. Umezawa, S. Baba, H. Baba, *Systematic behaviour of the most probable charge in the medium-energy fission*, *Nucl. Phys. A.* **160** (1), 65-98 (1970).
35. N. Sugarman, A. Turkevich, *Radiochemical Studies: The Fission Product*, edited by C. D. Coryell and N. Sugarman McGraw-Hill, New York, **1951** (3), 1396.
36. H.W. Schmitt, J.H. Neiler, F.J. Walter, *Fragment Energy Correlation Measurements for  $^{252}\text{Cf}$  Spontaneous Fission and  $^{235}\text{U}$  Thermal-Neutron Fission*, *Physical Review*, **141**, 1146 (1966).
37. K. Nishio, et al, *Multi-parametric Measurement of Prompt Neutrons and Fission Fragments for U(nth, f)*, *Journal of Nuclear Science and Technology*, **35**(9), 631-642 (1998).
38. R. Vandenbosch, *Dependence of fission fragment kinetic energies and neutron yields on nuclear structure*, *Nuclear Physics*, **46**, 129 (1963).
39. J.P. Unik, et al, *Proc. Third Symp. on physics and chemistry of fission, Rochester, 1973*, **19** (IAEA, Vienna, 1974 (International Atomic Energy Agency (IAEA): RN:45029055)).
40. *EXFOR Experimental Nuclear Reaction Data Base* (2017), <http://www-nds.iaea.org/EXFOR>.

**COPYRIGHTS**

©2021 The author(s). This is an open access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution (CC BY 4.0), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, as long as the original authors and source are cited. No permission is required from the authors or the publishers.



استناد به این مقاله

مجتبی جمعیتی (۱۴۰۱)، محاسبه متوسط انرژی جنبشی کل پاره‌های شکافت ایزوتوپ‌های پلوتونیوم، ۹۹، ۱۵۶-۱۶۴

**DOR:** 20.1001.1.17351871.1401.43.1.17.0**Url:** [https://jonsat.nstri.ir/article\\_1360.html](https://jonsat.nstri.ir/article_1360.html)