



رهیافت تحلیلی برای بررسی پراکندگی پروتون‌ها در مرز مواد ناهمگن در پروتون‌درمانی

فاطمه‌سادات رسولی*

گروه فیزیک هسته‌ای، دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، صندوق پستی: ۱۵۸۷۵-۴۴۱۶، تهران - ایران

*Email: rasouli@kntu.ac.ir

مقاله‌ی پژوهشی

تاریخ دریافت مقاله: ۱۴۰۰/۱/۱۷ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۰/۳/۲

چکیده

در پروتون‌درمانی، به‌عنوان یک روش درمانی مؤثر و کارآمد، بررسی رفتار پروتون‌های فرودی در ماده و رسم منحنی براگ، که برآیندی از سه فرایند توقف، پراکندگی و برهم‌کنش‌های غیرکشسان هسته‌ای است، بسیار اهمیت دارد. بررسی این رفتار در رهیافت محاسباتی، به دو روش مونت‌کارلو و تحلیلی قابل‌دستیابی است. اگرچه در رهیافت تحلیلی، مدل‌های مناسبی برای دستیابی به منحنی براگ در محیط‌های همگن به‌طور دقیق معرفی شده است، با این حال این بررسی در حضور ناهمگنی مواد (که در بافت‌های بدن اجتناب‌ناپذیر است) با چالش مواجه است. برای مطالعه رفتار پروتون‌ها در محیط ناهمگن، بررسی سه عامل پراکندگی، کاهش انرژی و تغییر شار در مرز مواد (لایه‌ها) ضروری است. در پژوهش حاضر به مطالعه نحوه پراکندگی باریکه پروتونی فرودی به تیغه‌هایی از مواد با ضخامت‌ها و جنس‌های مختلف با استفاده از نظریه فرمی-ایجز پرداخته شده است. نتایج نشان داد علاوه بر عمق نفوذ، جنس ماده نیز در میزان پراکندگی تأثیر کلیدی دارد. بررسی‌های مربوط به ترتیب قرارگیری لایه‌ها و مطالعه مربوط به اثر انرژی نشان‌دهنده عدم تأثیر قابل‌توجه ترتیب قرارگیری مواد در مسیر پرتو در پراکندگی نهایی و همچنین کاهش پراکندگی با افزایش انرژی باریکه بود. نتایج نشان داد این روش با تعیین پارامترهای مختلف و رسم نمودارهای فاز-فضا برای دستیابی به هدف موردنظر کارآمد بوده و نتایج به دست آمده برای حالت‌های نمونه حل شده، با انتظار ما از فیزیک مسئله هم‌خوانی دارد. به‌منظور اعتبارسنجی نتایج، مقادیر بیشینه زاویه پراکندگی محاسبه شده از روش تحلیلی با مقادیر مربوط به شبیه‌سازی با استفاده از کد مونت‌کارلو MCNPX مقایسه گردید.

کلیدواژه‌ها: منحنی براگ، پروتون‌درمانی، روش تحلیلی، نظریه فرمی-ایجز، توان پراکندگی

Analytical approach to study the scattering of protons at the boundary of stack of inhomogeneous slabs in proton therapy

F.S. Rasouli*

Department of Physics, K.N. Toosi University of Technology, P.O.Box: 15875-4416, Tehran - Iran

Research Article

Received 6.4.2021, Accepted 23.5.2021

Abstract

In proton therapy, as a prominent method for treating tumors, investigation of transport of the protons in the matter, which is a result of three main interactions of stopping, scattering, and nonelastic nuclear interactions, is highly important. In addition to the experimental method: Monte Carlo simulations and the analytical process. There are sufficiently accurate physical beam models in the analytical approach to approximate the depth-dose distribution. However, this study involves challenges in the presence of localized inhomogeneities, which are unavoidable in body tissues. Investigating the behavior of protons in such a medium is vital to investigate three factors, including scattering, energy distribution, and fluence reduction in the boundaries. The present study deals with the scattering of protons in the slabs of different lengths and materials using the Fermi-Eyges theory. The results showed that the material composition also has a key effect on the scattering of protons in addition to the depth of penetration. The studies on the arrangement of layers and the effect of energy on the scattering showed that the arrangement of materials in the beam path has no significant effect on the final result. The scattering decreases with increasing the energy of the incident beam. It was found that the results are confirmed with the expected physics of the solved problems. To validate the results, the maximum scattering angle of the analytical method was compared with those of the simulation using the MCNPX Monte Carlo code.

Keywords: Bragg curve, Proton therapy, Analytical method, Fermi-Eyges theory, Scattering Power

Journal of Nuclear Science and Technology

Vol. 100, No 3, 2022, P 13-23

مجله علوم و فنون هسته‌ای

جلد ۱۰۰، شماره ۲، تابستان ۱۴۰۱، ص ۲۳-۱۳



۱. مقدمه

پروتون‌درمانی به دلیل مزایایی که نسبت به درمان با پرتوهای نوترون و گاما دارد، به عنوان یکی از روش‌های مناسب پرتودرمانی خارجی مورد توجه واقع شده است. به طور کلی، برهم‌کنش پروتون‌ها با ماده را می‌توان به سه دسته تقسیم کرد: توقف^۱ (فرایندی که در اثر برخورد بسیار زیاد پروتون‌ها با الکترون‌های هدف رخ می‌دهد)، پراکندگی^۲ (ناشی از نیروی دافعه کولنی از بار مثبت هسته هدف) و برهم‌کنش‌های غیرکشسان هسته‌ای^۳ (ورود پروتون به هسته هدف و خارج شدن یک یا تعداد بیش‌تری پروتون یا نوترون از آن). رفتار کلی پروتون‌های فرودی در یک ماده، برایندی از این سه فرایند است. در بررسی فیزیک برهم‌کنش ذرات باردار با مواد، منحنی تغییرات دز برحسب عمق نفوذ در ماده و بیشینه دز منتقل شده، به ترتیب به عنوان منحنی براگ^۴ و قله براگ^۵ شناخته می‌شوند. علاوه بر روش تجربی، تعیین منحنی براگ در ماده هدف از طریق روش محاسباتی به دو صورت قابل بررسی است: استفاده از روش مونت‌کارلو، که با به کارگیری کدهای مختلف هسته‌ای قابل دست‌یابی است، و استفاده از روش‌های محاسبات تحلیلی.

در رهیافت تحلیلی، نظریه بورتفلد [۱] مدلی قدرتمند برای محاسبه دز ناشی از تابش پرتوهای پروتون در ماده به روش تحلیلی ارائه می‌دهد. اگرچه این مدل دز عمقی ناشی از پروتون‌های تک‌انرژی و با جهت تابش مستقیم به درون ماده را با در نظر گرفتن اثرات ناشی از پاشیدگی برد^۶ به درستی پیش‌بینی می‌کند، با این حال فقط برای محاسبه دز در محیط همگن به کار می‌رود؛ درحالی‌که در شرایط واقعی و به منظور شبیه‌سازی عملکرد پرتو درون بدن بیمار، به دلیل وجود حفره‌های هوا، استخوان، شش و به طور کلی تغییر جنس بافت در فواصل کوتاه، با محیط غیرهمگن سروکار خواهیم داشت. این حالت در اصطلاح ناهمگنی موضعی بافت^۷ نامیده می‌شود. به عبارت دیگر، در صورت وجود ناهمگنی در ماده هدف، که در شرایط بررسی و مطالعه بافت‌های واقعی اجتناب‌ناپذیر است، لزوم استفاده از تصحیحاتی برای محاسبه دز جذبی با دقت کافی ضروری به نظر می‌رسد. بررسی این حالت، که تاکنون تنها با استفاده از روش مونت‌کارلو امکان‌پذیر بوده، یکی از مهم‌ترین مسائل در این حوزه و در عین حال یکی از دشوارترین آن‌ها به

حساب می‌آید. این مسأله موردعلاقه بسیاری از پژوهشگران بوده و پیشنهادهایی برای دست‌یابی به دقت بالاتر در محاسبات دزیمتری به روش تحلیلی در حضور ناهمگنی ارائه شده‌اند [۲، ۳]. برجسته‌ترین این پژوهش‌ها مربوط به بررسی و تصحیح مدل پراکندگی پرتو در ماده و تعمیم نظریه فرمی-ایجس^۸ در حضور ناهمگنی و البته برای ذرات فرودی الکترون است [۴، ۵] که به نظر می‌رسد در مورد پروتون‌ها بیش‌تر برقرار باشد.

دست‌یابی به نحوه ترابرد پروتون در لایه‌های مختلف مواد نه تنها در مورد محاسبه دز برای بافت‌های واقعی مناسب است، بلکه برای محاسبات مربوط به طراحی طیف در روش تحویل باریکه غیرفعال (طراحی تعدیل‌کننده برد، پراکننده و ...) به روش تحلیلی نیز کاربرد خواهد داشت. برای دست‌یابی به حل صحیح برای تعمیم مدل بورتفلد به حالت حضور ناهمگنی در بافت، لازم است علاوه بر در نظر گرفتن مدل پراکندگی، کاهش شار و توزیع انرژی نیز در مرز دو (یا چند) ماده در نظر گرفته شوند. آن‌چه در این پژوهش مورد مطالعه قرار خواهد گرفت، بررسی مسأله پراکندگی در مرز مواد مختلف و ارائه راه‌حل موجود برای نزدیک شدن به حل این مسأله است.

۲. روش کار

۲.۲ نظریه پراکندگی چندگانه

هر پروتون در صورت عبور از نزدیکی هسته، به دلیل نیروی دافعه کولنی ناشی از بار مثبت هسته، پراکنده خواهد شد. در این فرایند، انتقال انرژی بسیار ناچیز بوده و تغییر جزئی در مسیر حرکت پروتون فرودی اتفاق خواهد افتاد. جز در موارد خاص، هر تک پراکندگی پروتون از هسته هدف بسیار ناچیز است و توزیع زاویه‌ای مشاهده شده از یک پروتون پراکنده از یک تیغه^۹، ناشی از ترکیبی از تعداد زیادی از این تک پراکندگی‌هاست. بنابراین فرایند پراکندگی بیش‌تر با نام پراکندگی چندگانه کولنی^{۱۰} شناخته می‌شود. نظریه‌های مربوط به پراکندگی چندگانه کولنی شکل توزیع زاویه‌ای پروتون‌های پراکنده شده را پیش‌بینی می‌کنند. این توزیع را می‌توان به طور تقریبی و برای زوایای کوچک، گاوسی در نظر گرفت. توزیع برای زوایای بزرگ‌تر، از این شکل فاصله خواهد گرفت.

در پروتون‌درمانی، مسأله پراکندگی از دو جنبه دارای اهمیت است: برای دست‌یابی به طراحی مناسب و بهینه و نیز فهم نحوه عملکرد و ترابرد پروتون‌ها درون بدن بیمار. در مطالعات نظری، مسأله اساسی تعیین شکل تابع توزیع زاویه‌ای به صورت تابعی از انرژی پروتون‌های فرودی و نیز جنس و

1. Stopping
2. Scattering
3. Nonelastic Nuclear Interactions
4. Bragg Curve
5. Bragg Peak
6. Range Straggling
7. Localized Tissue Inhomogenities

8. Fermi-Eyges Theory

9. Slab

10. Multiple Coulomb Scattering (MCS)



۳.۲ نظریه فرمی-ایجز

طبق مدل فرمی-ایجز، احتمال یافتن پروتون‌ها در عمق z ماده هدف در مکان عرضی x و زاویه θ از رابطه زیر محاسبه می‌شود [۹، ۸]:

$$P(x, \theta) dx d\theta = \frac{1}{2\pi\sqrt{B}} \exp\left(-\frac{A_x x^2 - 2A_x x \theta + A_\theta \theta^2}{2B}\right) dx d\theta \quad (3)$$

که در آن A_n ها ممان^۵های T نامیده شده و به صورت زیر تعریف می‌شوند [۷]:

$$A_n(z) = \int_0^z (z-u)^n T(u) du \quad (4)$$

و داریم:

$$B(z) = A_0 A_2 - A_1^2 \quad (5)$$

می‌توان نشان داد که مقدار B همواره بزرگ‌تر از صفر است [۱۰]. با توجه به ویژگی‌های بیان شده و رابطه (۲)، که در آن وابستگی به نقطه ورود به ماده هدف لحاظ شده است، این نظریه قابل بسط برای محاسبه توزیع زاویه‌ای پروتون‌ها در عبور از لایه‌هایی از ماده هدف است. در پژوهش حاضر، از این روش برای محاسبه توزیع زاویه‌ای پروتون‌های فرودی به چیدمانی از مواد با جنس‌های مختلف و در مرز تیغه‌ها استفاده خواهد شد.

۴.۲ بررسی پراکندگی در مرز لایه‌ها

برای بررسی پراکندگی در مواد با استفاده از نظریه فرمی-ایجز، در ابتدا لازم است به بررسی دیگرام‌های فاز-فضا^۶ پرداخته شود. این دیگرام‌ها، نمایش هندسی از ارتباط بین مکان پروتون و جهت‌گیری زاویه‌ای آن ارائه می‌دهند. در نمایش این نمودارها، فرض شده است پرتو در راستای محور z منتشر شود و x و y نشان‌دهنده مکان عرضی پروتون‌ها هستند. همچنین متغیرهای x' و y' به صورت شیب‌هایی تعریف می‌شوند که نماینده جهت حرکت پروتون‌ها در ماده (درواقع همان زوایای پراکندگی θ_x و θ_y) هستند (شکل ۱). بنابراین می‌توان گفت دیگرام‌های فاز-فضا نمایش x' بر حسب x ، یا y' بر حسب y در یک عمق مشخص z هستند. لازم به ذکر است که در این پژوهش، فقط مورد پراکنده‌های همگن مطالعه خواهد شد؛ به طوری که پراکندگی در راستاهای x و y یکسان باشند. بنابراین رسم یک دیگرام فاز-فضا برای یکی از این متغیرها کافی است. از این‌رو برای سادگی در نوشتار، در ادامه از θ_x به جای θ استفاده خواهد شد.

ضخامت ماده هدف است. مدل‌ها و نظریه‌های مختلفی در این زمینه ارائه شده است که از بین آن‌ها، نظریه ارائه شده توسط مولی‌یر^۱ به عنوان صحیح‌ترین و کامل‌ترین این نظریه‌ها شناخته می‌شود [۶].

علاوه بر مدل مولی‌یر، که از نظر جبری بسیار پیچیده است، نظریه مهم و کارآمد دیگری نیز ارائه شده که به پیش‌بینی توزیع زاویه‌ای پروتون‌ها برحسب مکان آن‌ها در ماده هدف پرداخته است. فرمی احتمال یافتن ذرات باردار پراکنده شده در اثر فرایند پراکندگی چندگانه کولنی در یک نقطه مشخص را محاسبه کرد. بعد از آن ایجز اثر کاهش انرژی را، که در مدل فرمی لحاظ نشده بود، به آن اضافه کرد. این نظریه که امروزه با نام فرمی-ایجز شناخته می‌شود [۴، ۵]، چنان‌که در این پژوهش خواهیم دید، قابل به کارگیری برای تابش ذرات باردار به چیدمانی از تیغه‌هایی از مواد همگن است. برای ورود به بحث مربوط به کارگیری این مدل، لازم است ابتدا کمیتی به نام توان پراکندگی^۲ مورد بررسی قرار گیرد.

۲.۲ توان پراکندگی

این کمیت در واقع نرخ افزایش میانگین مربعی زاویه ناشی از پراکندگی چندگانه کولنی است. برای هر عمق z درون ماده هدف، توان پراکندگی، که با T نمایش داده می‌شود، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$T(z) = \frac{d\langle\theta_x^2\rangle}{dz} \quad (1)$$

برای محاسبه T ، می‌توان از رابطه‌ای که فرمول دیفرانسیلی مولی‌یر^۳ نامیده شده، استفاده کرد [۷]:

$$T = f_{dM}(p_{v_1}, pv) \times \left(\frac{E_s}{pv}\right)^2 \frac{1}{X_s} \quad (2)$$

که در آن که $E_s = 15 \text{ MeV}$ و p_{v_1} به ترتیب مربوط به حاصل ضرب تکانه و سرعت در نقطه مورد نظر و نقطه ورود به ماده هدف هستند. همچنین f_{dM} ضریب تصحیح برای دست یابی به مقدار صحیح توان پراکندگی (و در نتیجه زاویه پراکندگی) است و X_s به عنوان طول پراکندگی^۴ شناخته می‌شود و وابسته به ویژگی‌های ماده هدف است.

1. Molière
2. Scattering Power
3. Differential Molière Formula
4. Scattering Length

5. Moment

6. Phase-Space Diagrams



با توجه به رابطه (۳)، در صورتی که چگالی احتمال برابر
 $e^{-\frac{1}{\tau}} \approx 61\%$ مقدار بیشینه‌اش باشد، خواهیم داشت:

$$F(x, \theta) = A_r x^2 - 2A_r x \theta + A_r \theta^2 = B \quad (12)$$

و چون همواره B بزرگ‌تر از صفر است (بخش ۳.۲)، این رابطه معادله یک بیضی را توصیف می‌کند که با توجه به این که F تحت تغییر $X \rightarrow -X$ و $\theta \rightarrow -\theta$ ناوردا باقی می‌ماند، مرکز آن در مبدأ قرار خواهد داشت.

برای یافتن بیشینه مقدار θ ، با قرار دادن $dF/dx = 0$ خواهیم داشت $\theta = \frac{A_1}{A_0} x$ با جایگذاری این مقدار در رابطه (۱۲) داریم:

$$\theta_{\max} = \pm \sqrt{A_0} = \langle \theta^2 \rangle^{1/2} \quad (13)$$

که مشخصاً در $x = \pm \frac{A_1}{\sqrt{A_0}}$ رخ می‌دهد. به‌طور مشابه داریم:

$$x_{\max} = \pm \sqrt{A_r} = \langle x^2 \rangle^{1/2} \quad (14)$$

که برای آن $\theta = \pm \frac{A_1}{\sqrt{A_r}}$ خواهد بود. $\theta_{\max}$ و $x_{\max}$ ابعاد مستطیل دربردارنده بیضی را مشخص خواهند کرد.

با توجه به این که در مورد یک بیضی مورب (برای حالت کلی که در شکل ۲ نمایش داده شده است) داریم:

$$x = A \cos t$$

$$y = -B \sin(t - \delta)$$

$$\alpha = \arctan(B / A)$$

$$\chi = 0.5 \arcsin(\sin 2\alpha \cos \delta)$$

$$\psi = 0.5 \arctan(\tan 2\alpha \sin \delta)$$

$$\delta = \arcsin(\tan 2\psi / \tan 2\alpha)$$

$$a = \frac{A^2 + B^2}{1 + \tan^2 \chi}, \quad b = a \tan \chi$$

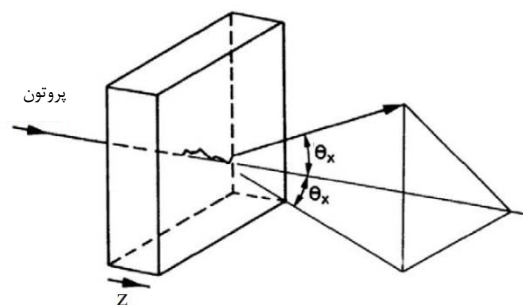
بنابراین برای رسم دیاگرام فاز- فضا می‌توان x و θ و δ را به‌صورت زیر مشخص کرد:

$$x = x_{\max} \cos t \quad (15)$$

$$\theta = -\theta_{\max} \sin(t - \delta) \quad (16)$$

$$\delta = \arcsin\left(\frac{A_1}{\sqrt{A_0 A_r}}\right) \quad (17)$$

که در آن t از 0 تا 2π تغییر می‌کند.



شکل ۱. طرحواره پراکندگی پروتون‌ها پس از عبور از یک تیغه در اثر پراکندگی چندگانه کولنی. شکل با کمی تغییر از مرجع [۱۱] گرفته شده است.

چنان‌که بیان شد، نظریه فرمی- ایجز احتمال یافتن ذرات باردار پراکنده شده در اثر فرایند پراکندگی چندگانه کولنی در یک نقطه مشخص با درنظر گرفتن اثر کاهش انرژی را به دست می‌دهد. طبق این مدل، احتمال یافتن پروتون‌ها در عمق z ماده هدف در مکان عرضی x و زاویه θ با کمک روابط (۳) تا (۵) محاسبه می‌شود. در صورتی که این توزیع بر حسب θ مورد نیاز باشد، می‌توان نشان داد:

$$P(x, \theta) = \frac{1}{2\pi\sqrt{B}} e^{-\frac{1}{2A_0} \left(x - \frac{A_1}{A_0} \theta\right)^2} e^{-\frac{1}{2A_r} \theta^2} \quad (6)$$

و بنابراین:

$$P(\theta) = \int_{-\infty}^{\infty} P(x, \theta) dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi A_0}} e^{-\frac{1}{2A_r} \theta^2} \quad (7)$$

از مقایسه این رابطه با توزیع گاوسی، می‌توان A_0 را معادل پهنای توزیع پراکندگی در نظر گرفت:

$$A_0 = \langle \theta^2 \rangle \quad (8)$$

که از رابطه (۴) برای $n=0$ نیز به‌راحتی قابل استنباط بود. هم‌چنین در صورتی که این توزیع بر حسب x مورد نیاز باشد، می‌توان نشان داد [۱۲]:

$$P(x, \theta) = \frac{1}{2\pi\sqrt{B}} e^{-\frac{1}{2A_0} \left(x - \frac{A_1}{A_0} \theta\right)^2} e^{-\frac{1}{2A_r} \theta^2} \quad (9)$$

و بنابراین:

$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi A_r}} e^{-\frac{1}{2A_r} x^2} \quad (10)$$

و مشابه با تعبیر فیزیکی که برای A_0 بیان شد، می‌توان پهنای x را به شکل زیر تعریف کرد:

$$A_r = \langle x^2 \rangle \quad (11)$$

به‌طور مشابه، تعبیر فیزیکی جالب‌توجهی برای A_1 و سایر کمیت‌های معرفی شده می‌توان یافت که بررسی آن‌ها خارج از بحث این مقاله است.



به همین ترتیب برای سایر ممان‌ها داریم:

$$\begin{aligned} A_1(z_r) &= \int_0^{z_r} (z_r - z') T(z') dz' \\ &= \int_0^{z_1} (z_r - z') T(z') dz' + \int_{z_1}^{z_r} (z_r - z') T(z') dz' \\ &= (z_r - z_1) A_{01} + A_{11} + \int_{z_1}^{z_r} (z_r - z') T(z') dz' \quad (21) \end{aligned}$$

9

$$\begin{aligned} A_0(z_r) &= \int_0^{z_r} T(z') dz' = \int_0^{z_1} T(z') dz' + \int_{z_1}^{z_r} T(z') dz' \\ &= A_{01} + \int_{z_1}^{z_r} T(z') dz' \quad (22) \end{aligned}$$

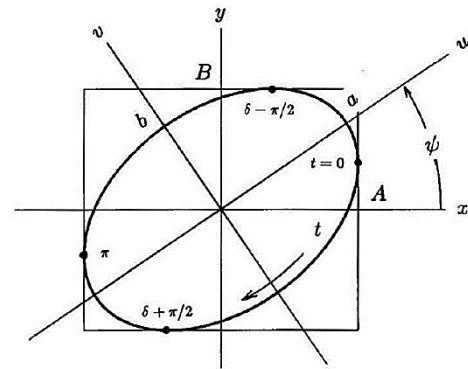
از آن‌جا که z_1 و z_2 کاملاً کلی هستند، می‌توانیم قرار دهیم $z_1 = 0$ و $z_2 = Z$. با استفاده از نمادگذاری A_n به عنوان ممان در نقطه صفر و A_n' به عنوان ممان در نقطه z رابطه‌های (20) تا (22) به صورت زیر قابل بازنویسی هستند:

$$\begin{aligned} A_0' &= A_0 + \int_0^z T(z') dz' \\ A_1' &= A_1 + A_0 z + \int_0^z (z - z') T(z') dz' \\ A_2' &= A_2 + 2A_1 z + A_0 z^2 + \int_0^z (z - z')^2 T(z') dz' \quad (23) \end{aligned}$$

به بیان دقیق‌تر، در صورتی که پرتوی با ممان A_n وارد تیغه شود، هنگام خروج از تیغه ممان آن A_n' خواهد بود. همچنین در صورتی که توان پراکندگی برای تیغه‌ای صفر باشد، مقدار B بعد از خروج از تیغه بدون تغییر خواهد بود:

$$\begin{aligned} B' &= A_0' A_2'^2 - A_1'^2 \\ &= A_0 (A_2 + 2A_1 z + A_0 z^2) - (A_1 + A_0 z)^2 \\ &= A_0 A_2 - A_1^2 \\ &= B \quad (24) \end{aligned}$$

بنابراین با استفاده از روابط ذکر شده، ممان‌ها در عمق دلخواه و پس از عبور از چیدمانی از مواد مختلف قابل محاسبه خواهند بود. در ادامه نتایج مربوط به چیدمان‌های مختلفی به عنوان نمونه گزارش شده است. چیدمان شماره ۱ شامل



شکل ۲. نمایش کلی از هندسه بیضی مورب.

۵.۲ محاسبه برای چیدمانی از مواد

در ادامه به تعمیم محاسبات ارائه شده در بخش‌های قبل برای مورد رسم نمودار فاز- فضا در عمق چیدمانی از مواد همگن پرداخته شده است. برای پرتوی که وارد تیغه‌ای همگن از عمق z_1 می‌شود، با توجه به رابطه (۴) می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} A_r(z_r) &= \int_0^{z_r} (z_r - z')^r T(z') dz' \\ &= \int_0^{z_1} (z_r - z')^r T(z') dz' + \int_{z_1}^{z_r} (z_r - z')^r T(z') dz' \quad (18) \end{aligned}$$

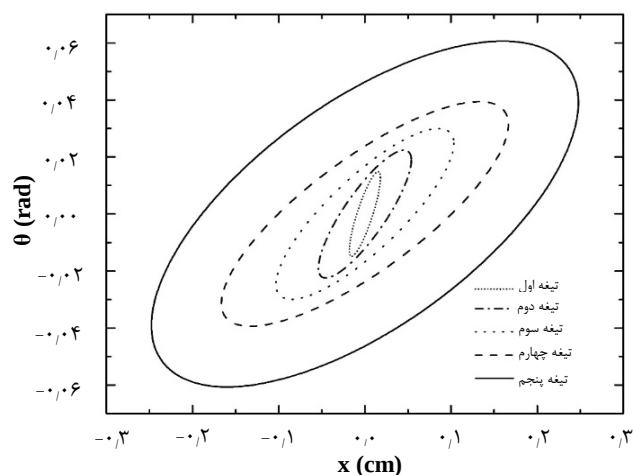
که در آن z_1 یک عمق میانی دلخواه $\langle z_1 \rangle$ و z' به عنوان مکان در عمق چیدمان مواد در نظر گرفته شده است. انتگرال اول در رابطه بالا به صورت زیر قابل بازنویسی است:

$$\begin{aligned} \int_0^{z_1} (z_r - z')^r T(z') dz' &= \int_0^{z_1} ((z_r - z_1) + (z_1 - z'))^r T(z') dz' \\ &= (z_r - z_1)^r A_{01} + 2(z_r - z_1) A_{11} + A_{21} \quad (19) \end{aligned}$$

که در آن A_{01} ، A_{11} و A_{21} به ترتیب معرف ممان مرتبه صفر، مرتبه اول و مرتبه دوم در عمق z_1 هستند. بنابراین رابطه (18) به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$\begin{aligned} A_r(z_r) &= \int_0^{z_r} (z_r - z')^r T(z') dz' \\ &= (z_r - z_1)^r A_{01} + 2(z_r - z_1) A_{11} + A_{21} \\ &\quad + \int_{z_1}^{z_r} (z_r - z')^r T(z') dz' \quad (20) \end{aligned}$$





شکل ۳. نمودار فاز- فضا در مرز هر تیغه برای تابش باریکه پروتون ۱۲۷ MeV تک‌انرژی به تیغه‌هایی از جنس آب و با ضخامت یکسان. پارامترهای مورد نیاز برای رسم این نمودار در جدول ۱ گزارش شده‌اند.

همان‌طور که مشاهده می‌شود، با افزایش عمق در ماده، بیشینه x و بیشینه زاویه پراکندگی مربوط به آن افزایش پیدا کرده است. در انتهای آخرین تیغه، یعنی پس از عبور پروتون‌ها از ۱۱/۴۲ cm آب، بیشینه x به ۲/۴۸ mm رسیده و بیشینه زاویه پراکندگی در انتهای تیغه‌ها به ترتیب تقریباً برابر ۰/۸۵ درجه، ۱/۲۸ درجه، ۱/۷۲ درجه، ۲/۲۶ درجه و ۳/۴۷ درجه است. نتایج به وضوح نشان می‌دهند که در خط طراحی پرتو برای پروتون‌درمانی، استفاده از آب به‌عنوان پراکنده و برای افزایش پهنای پرتو مناسب نخواهد بود، مگر این‌که ضخامت آن قابل‌ملاحظه باشد. از طرفی می‌توان گفت بافت‌های مختلف بدن، که پروتون‌ها در آن رفتاری مشابه آب از خود نشان می‌دهند، تأثیر قابل‌توجهی بر پراکنده‌کردن پرتو پس از ورود به بافت بدن نخواهند داشت.

نکته دیگری که می‌توان از داده‌های جدول ۱ استخراج کرد، مقدار پهنای توزیع است که مطابق توضیحات ارائه شده در بخش ۴.۲، می‌توان آن را معادل کمیت A_0 (رابطه ۸) در نظر گرفت. همان‌طور که مشاهده می‌شود، مقدار این کمیت در نفوذ از هر لایه به لایه بعدی افزایش یافته است؛ به عبارتی افزایش عمق منجر به افزایش پهنای توزیع شده است. با توجه به یکسان بودن جنس تیغه‌ها، این نتیجه را می‌توان مستقیماً به افزایش برهم‌کنش‌های پراکندگی با نفوذ پروتون‌ها در عمق نسبت داد. این نتیجه با رفتار مقادیر x_{max} و θ_{max} در این جدول نیز همخوانی دارد.

در ادامه به‌منظور راستی‌آزمایی محاسبات انجام شده، نتایج مربوط به بیشینه زاویه پراکندگی از انتهای تیغه‌های دوم تا پنجم با استفاده از شبیه‌سازی همین چیدمان و تابش انرژی ۱۲۷ MeV به آن با کد مونت‌کارلوی MCNPX مورد بررسی قرار گرفت. نتایج مربوطه، که در شکل ۴ برای زوایای مختلف

تیغه‌هایی با ضخامت یکسان حاوی آب که تحت تابش پروتون‌های با انرژی ۱۲۷ MeV قرار گرفته‌اند و چیدمان دوم شامل ضخامت‌های متفاوتی از تیغه‌هایی با مواد مختلف شامل سرب، لگزان و هوا که تحت تابش پروتون‌های ۲۳۰ MeV قرار دارند. به‌منظور بررسی پراکندگی در موادی مشابه بافت بدن، چیدمان شماره ۳ شامل چهار تیغه بافت نرم، استخوان، هوا (به عنوان بافت ریه) و آب با ضخامت‌های مختلف در نظر گرفته شده است. برای بررسی اثر ترتیب قرارگیری تیغه‌های مختلف و همچنین اثر تغییر انرژی پرتو فرودی بر روی پراکندگی در مرز مواد، چیدمان‌های شماره ۳ و ۴ (شامل بافت نرم و استخوان) انتخاب شده و مورد مطالعه قرار گرفتند. به‌منظور محاسبه کمیت طول پراکندگی (که در رابطه ۲ ظاهر شده است) برای ترکیبات، از رابطه زیر استفاده شده است [۷]:

$$\frac{1}{\rho X_s} = \sum_i \omega_i \left(\frac{1}{\rho X_s} \right)_i \quad (25)$$

که در آن ρ نماینده چگالی جرمی بوده و $X_{s,i}$ و ω_i به ترتیب طول پراکندگی و کسر جرمی عنصر i ام موجود در ترکیب را نمایش می‌دهند. برای نوشتن برنامه‌های مربوطه و انجام محاسبات از زبان برنامه‌نویسی C++ استفاده شده است.

۳. نتایج و بحث

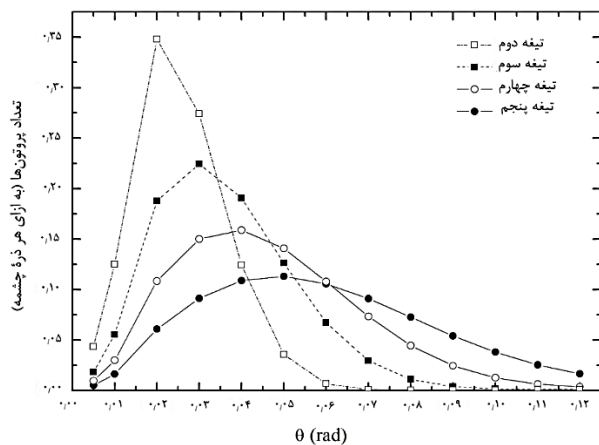
۳.۱. چیدمانی از مواد با ضخامت مساوی

در ابتدا حالت مربوط به عبور پرتو از تیغه‌هایی با جنس و ضخامت یکسان مورد بررسی قرار گرفته است. در این حالت، که چیدمان شماره ۱ نامیده شد، باریکه پروتون تک‌انرژی ۱۲۷ MeV به تیغه‌هایی از جنس آب و با ضخامت یکسان (هریک به ضخامت ۲/۲۶ cm) تابیده شد. برای این حالت، ممان‌ها و سایر پارامترهای مورد نیاز برای رسم نمودار فاز- فضا در مرز هر تیغه محاسبه شده و نتایج حاصل در جدول ۱ ارائه شده‌اند. شکل ۳ نیز نمودار فاز- فضای رسم شده با استفاده از این مقادیر در مرز هر تیغه را نمایش می‌دهد.

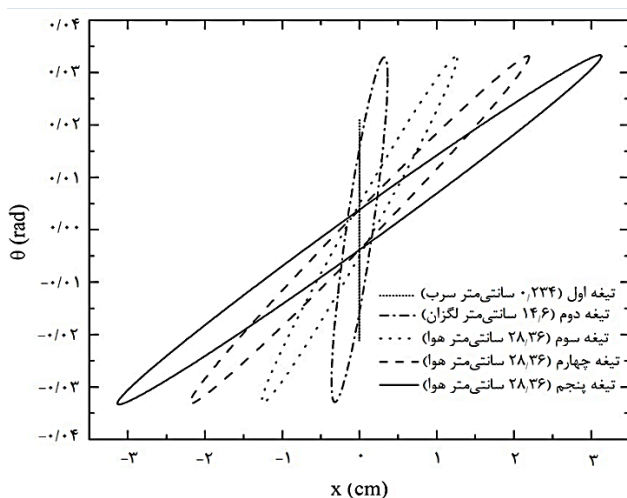
جدول ۱. ممان‌ها و پارامترهای مورد نیاز برای رسم نمودار فاز- فضا در مرز هر تیغه برای تابش باریکه پروتون ۱۲۷ MeV تک‌انرژی به تیغه‌هایی از جنس آب با ضخامت‌های یکسان

شماره تیغه	A_0 (rad ²)	A_1 (rad.cm)	A_2 (cm ²)	B (cm ² .rad ²)	x_{max} (cm)	θ_{max} (rad)
۱	2.19×10^{-2}	2.28×10^{-2}	3.27×10^{-2}	1.96×10^{-8}	۰/۱۸	۰/۱۴۸
۲	5.02×10^{-2}	1.02×10^{-2}	9.08×10^{-2}	4.23×10^{-7}	۰/۵۴	۰/۲۲۴
۳	8.96×10^{-2}	2.56×10^{-2}	1.07×10^{-2}	3.03×10^{-6}	۰/۱۰۳	۰/۲۹۹
۴	1.55×10^{-2}	5.23×10^{-2}	2.77×10^{-2}	1.57×10^{-5}	۰/۱۶۶	۰/۳۹۴
۵	3.67×10^{-2}	9.70×10^{-2}	6.14×10^{-2}	1.32×10^{-4}	۰/۲۴۸	۰/۶۰۶





شکل ۴. زاویه پراکندگی از سطح انتهایی تیغه‌های دوم تا پنجم (چیدمان شماره ۱) ناشی از تابش باریکه پروتونی ۱۲۷ MeV با استفاده از کد مونت کارلوی MCNPX. خطای نسبی داده‌ها کم‌تر از ۰/۰۵٪ است.



شکل ۵. نمودار فاز- فضا در مرز هر تیغه برای تابش باریکه پروتون ۲۳۰ MeV تک انرژی به چیدمانی از مواد به صورت سرب (به ضخامت ۰/۲۳۴ cm)، لگزان (به ضخامت ۱۴/۶ cm) و سه تیغه متوالی هوا (هر یک به ضخامت ۲۸/۳۶ cm) با استفاده از پارامترهای گزارش شده در جدول ۲.

چنان‌که در بخش مقدمه نیز بیان شد، بررسی پراکندگی پروتون‌ها در لایه‌های مختلف مواد نه تنها به مطالعات مربوط به طراحی خط باریکه مربوط است (مشابه چیدمان شماره ۲)، بلکه برای بررسی رفتار پروتون در بافت بدن که شامل لایه‌هایی از مواد مختلف با ضخامت‌های متفاوت است نیز مناسب خواهد بود. برای این منظور چیدمانی از مواد، با نام چیدمان شماره ۳، به صورت زیر در نظر گرفته شد: بافت نرم^۱ (به ضخامت ۲ cm)، استخوان (به ضخامت ۵ cm)، آب (با ضخامت ۳ cm)، و هوا (با ضخامت ۱۰ cm). در این محاسبات باریکه پروتون با انرژی فرودی ۱۵۰ MeV و به صورت تک‌انرژی در نظر گرفته شد. نمودار فاز- فضای این چیدمان در شکل ۶ نمایش داده شده

ارایه شده است، نشان می‌دهند که بیشینه زاویه پراکندگی با همین کمیت (θ_{max}) برای تیغه‌های دوم تا پنجم که در جدول ۱ گزارش شده‌اند، هم‌خوانی مناسبی دارد.

۲.۳ چیدمانی از مواد با جنس و ضخامت‌های متفاوت
در مرحله بعد چیدمانی از تیغه‌هایی از مواد در نظر گرفته شد که در آن هر تیغه جنس و ضخامت متفاوتی دارد. باریکه پروتون ۲۳۰ MeV تک‌انرژی به چیدمانی از مواد، که چیدمان شماره ۲ نامیده شد، به صورت زیر تاییده شده است: سرب (به ضخامت ۰/۲۳۴ cm)، لگزان (به ضخامت ۱۴/۶ cm)، و سه تیغه متوالی هوا (هریک با ضخامت ۲۸/۳۶ cm). مورد سه لایه آخر را، که برای بررسی پراکندگی صرف‌نظر از جنس ماده از یک نوع انتخاب شده‌اند، می‌توان به محاسبه پراکندگی در سه عمق مختلف یک تیغه تعبیر کرد.

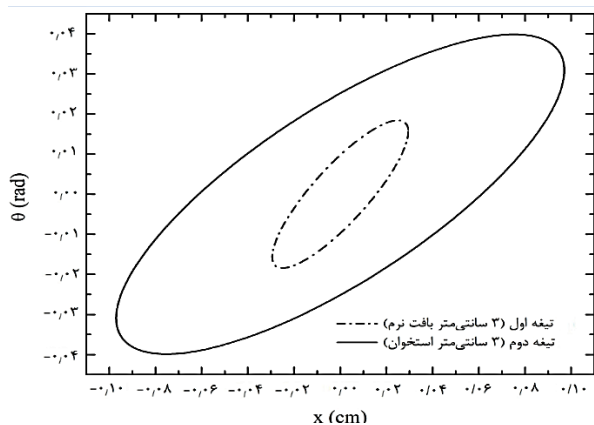
با توجه به روابط ارایه شده در بخش ۳، ممان‌ها و سایر پارامترهای مورد نیاز برای رسم نمودار فاز- فضا در مرز هر تیغه محاسبه شده و نتایج حاصل در جدول ۲ ارایه شده‌اند. هم‌چنین نمودار فاز- فضای رسم شده با استفاده از این مقادیر در شکل ۵ نمایش داده شده است.

چنان‌که مشاهده می‌شود، با نفوذ پروتون در عمق مواد، پراکندگی، به‌ویژه در مختصات مربوط به بیشینه X افزایش یافته است. در چیدمان انتخاب شده، این افزایش در بیش‌ترین حالت و پس از عبور از نزدیک به ۱ متر از مواد مختلف به 0.333 rad (۱/۹۱ درجه) رسیده است. البته ذکر مجدد این نکته که جنس ماده هدف در میزان پراکندگی پروتون‌های فرودی تأثیرگذار است، ضروری است. در این‌جا نیز مقادیر گزارش شده در جدول ۲ برای A_1 در واقع پهنای توزیع پراکندگی را نمایش می‌دهند. اگرچه با افزایش عمق در تیغه‌ها، این پهنای افزایش یافته است با این حال در سه تیغه آخر (به‌دلیل جنس تیغه‌ها که هوا است) این کمیت تغییری نکرده است. این موضوع مجدداً مؤید این مطلب است که عمق نفوذ در ماده تنها کمیت تأثیرگذار در مقدار پراکندگی نیست، بلکه جنس ماده نیز مؤثر خواهد بود.

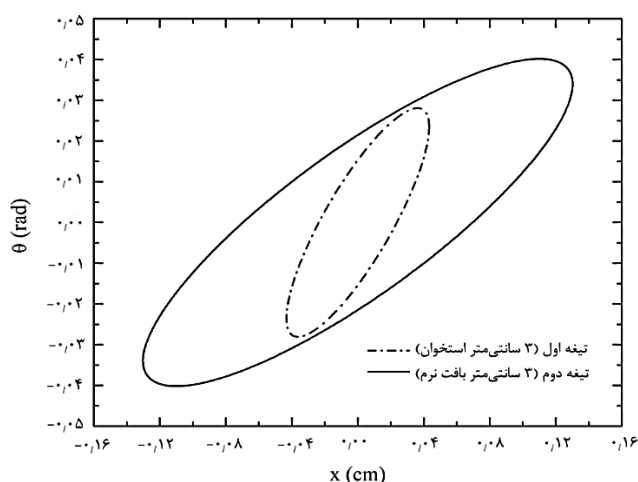
جدول ۲. ممان‌ها و پارامترهای مورد نیاز برای رسم نمودار فاز- فضا در مرز هر تیغه برای تابش باریکه پروتون ۲۳۰ MeV تک‌انرژی به چیدمانی از مواد به صورت سرب (به ضخامت ۰/۲۳۴ cm)، لگزان (به ضخامت ۱۴/۶ cm)، و سه تیغه متوالی هوا (هریک به ضخامت ۲۸/۳۶ cm)

شماره تیغه	A_0 (rad ²)	A_1 (rad.cm)	A_2 (cm ²)	B (cm ² .rad ²)	X_{max} (cm)	θ_{max} (rad)
۱	4.5×10^{-4}	4.98×10^{-5}	7.47×10^{-6}	8.84×10^{-10}	2.73×10^{-2}	۰/۰۲۱۲
۲	1.08×10^{-2}	1.05×10^{-2}	۰/۱۳۲	3.24×10^{-5}	۰/۳۶۳	۰/۰۳۳۳
۳	1.1×10^{-2}	4.13×10^{-2}	۱/۵۹۹	3.98×10^{-5}	۱/۲۶۵	۰/۰۳۳۰
۴	1.1×10^{-2}	7.24×10^{-2}	۴/۸۲۳	7.09×10^{-5}	۲/۱۹۶	۰/۰۳۳۲
۵	1.11×10^{-2}	1.04×10^{-1}	۹/۸۱۷	1.44×10^{-5}	۳/۱۲۳	۰/۰۳۳۳





شکل ۷. نمودار فاز- فضا در مرز هر تیغه برای تابش باریکه پروتون ۱۲۵ MeV تک‌انرژی به چیدمانی از مواد به‌صورت بافت نرم (به ضخامت ۳ cm) و استخوان (به ضخامت ۳ cm).

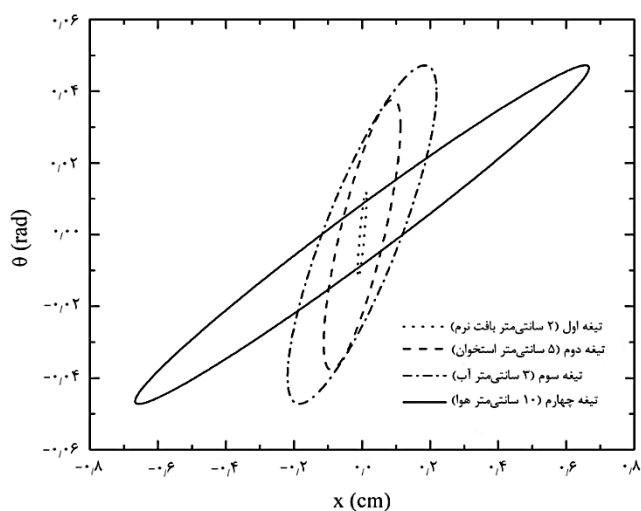


شکل ۸. نمودار فاز- فضا در مرز هر تیغه برای تابش باریکه پروتون ۱۲۵ MeV تک‌انرژی به چیدمانی از مواد به‌صورت استخوان (به ضخامت ۳ cm) و بافت نرم (به ضخامت ۳ cm).

یکی دیگر از پارامترهایی که لازم است برای تکمیل پژوهش در این زمینه مورد بررسی قرار گیرد، مطالعه اثر تغییر انرژی باریکه فرودی بر روی پراکندگی برای یک چیدمان غیرهمگن یکسان و ثابت است. برای این منظور، چیدمان شماره ۴ (شامل دو تیغه بافت نرم و استخوان) با انجام محاسبات جداگانه تحت تأثیر باریکه‌های فرودی ۱۰۰، ۱۲۵، ۱۵۰، ۱۷۵ و ۲۰۰ MeV قرار گرفت. نمودارهای فاز- فضا برای این پنج حالت در شکل ۹ نمایش داده شده است. این نتایج نشان می‌دهند بیشینه زاویه پراکندگی برای انرژی ۱۰۰ MeV در انتهای بافت نرم تا خارج شدن از تیغه استخوان، در حدود ۱۱۵٪ افزایش داشته است، در حالی‌که این اختلاف برای انرژی ۱۲۵ MeV به ۹۷٪، برای انرژی ۱۵۰ MeV به ۸۶٪، برای انرژی ۱۷۵ MeV به حدود ۷۸٪ و برای انرژی فرودی ۲۰۰ MeV به حدود ۷۵٪

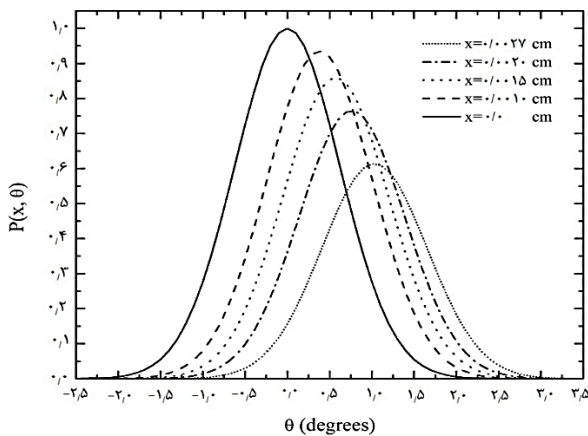
است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، با افزایش ضخامت مواد و ورود به تیغه‌های دورتر از محل ورود پرتو، پراکندگی افزایش داشته است، اگرچه لایه چهارم (هوا) زاویه پراکندگی را به طور قابل‌توجهی نسبت به لایه سوم افزایش نداده است. هم‌چنین پراکندگی در انتهای لایه اول (بافت نرم) بسیار ناچیز است اما پس از عبور از ۵ cm استخوان، به حدود ۲/۳ درجه رسیده است. این پراکندگی در انتهای لایه سوم (آب) ۲/۸۶ درجه خواهد بود.

به‌منظور بررسی اثر ترتیب قرارگیری مواد در فانتوم غیرهمگن بر روی پراکندگی، دو چیدمان درنظر گرفته شد: چیدمان شماره ۴ به‌صورت تیغه بافت نرم و سپس تیغه استخوان هریک به ضخامت ۳ cm، و چیدمان شماره ۵ به صورت تیغه استخوان و سپس تیغه بافت نرم هریک به ضخامت ۳ cm؛ به‌عبارتی در چیدمان شماره ۵، ترتیب تیغه‌ها نسبت به چیدمان شماره ۴ معکوس شده است. نتایج مربوط به نمودارهای فاز- فضا برای این دو چیدمان برای باریکه فرودی با انرژی یکسان ۱۲۵ MeV به‌ترتیب در شکل‌های ۷ و ۸ نمایش داده شده است. چنان‌که مشاهده می‌شود، اگرچه در انتهای تیغه اول برای هر یک از چیدمان‌ها پراکندگی متفاوت است (که به‌دلیل متفاوت بودن جنس بافت نرم و استخوان مورد انتظار است)، با این حال پس از عبور از ۶ cm ماده و در انتهای تیغه دوم، مقدار پراکندگی برای هر دو چیدمان تقریباً یکسان (با اختلاف جزئی در حدود ۹/۵٪) خواهد بود.

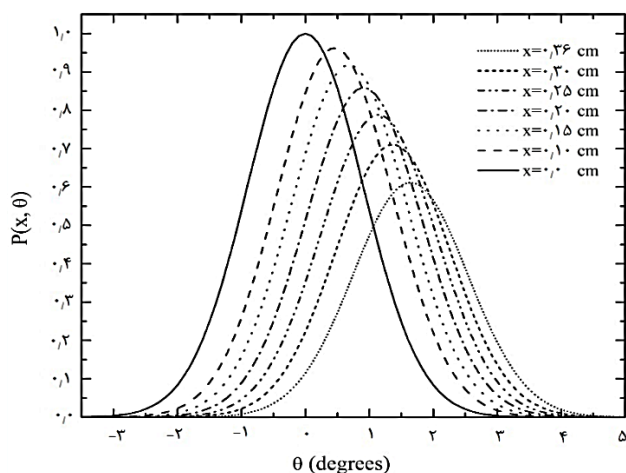


شکل ۹. نمودار فاز- فضا در مرز هر تیغه برای تابش باریکه پروتون ۱۵۰ MeV تک‌انرژی به چیدمانی از مواد به‌صورت بافت نرم (به ضخامت ۲ cm)، استخوان (به ضخامت ۵ cm)، آب (به ضخامت ۳ cm)، و هوا (به ضخامت ۱۰ cm).

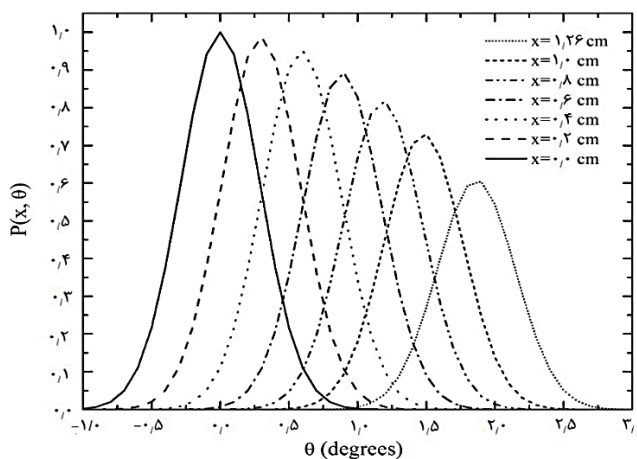




شکل ۱۰. توزیع زاویه‌ای برای زاویه پراکندگی پروتون‌های تابیده شده به چیدمان مورد بررسی در انتهای تیغه اول (سرب) با استفاده از نظریه فرمی - ایجز برای چند نمونه مکان عرضی (X).



شکل ۱۱. توزیع زاویه‌ای برای زاویه پراکندگی پروتون‌های تابیده شده به چیدمان مورد بررسی در انتهای تیغه دوم (لگزان) با استفاده از نظریه فرمی - ایجز برای چند نمونه مکان عرضی (X).

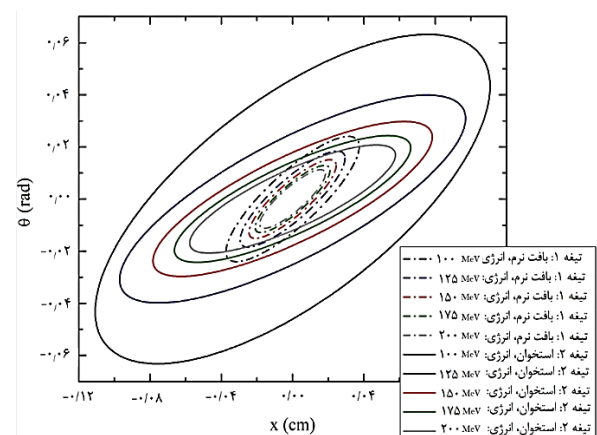


شکل ۱۲. توزیع زاویه‌ای برای زاویه پراکندگی پروتون‌های تابیده شده به چیدمان مورد بررسی در انتهای تیغه سوم (هوا) با استفاده از نظریه فرمی - ایجز برای چند نمونه مکان عرضی (X).

می‌رسد. به عبارت دیگر با افزایش انرژی، پراکندگی از تیغه دوم نسبت به تیغه اول کاهش یافته است. همچنین از مقایسه باریکه‌های مختلف با یکدیگر مشاهده می‌شود با افزایش انرژی مقدار پراکندگی کاهش پیدا کرده است. به عنوان مثال زاویه پراکندگی برای انرژی فرودی ۱۰۰ MeV از تیغه استخوان نسبت به باریکه فرودی ۲۰۰ MeV از همین تیغه در حدود ۳ برابر افزایش داشته است.

اگرچه نمودارهای فاز- فضای رسم شده الگوی مناسبی از نحوه پراکندگی پرتو فرودی در مرز هر تیغه را به دست می‌دهند، با این حال آنچه در مسأله تعیین دز عمقی در حضور ناهمگنی مواد دارای اهمیت است، دستیابی به توزیع زاویه‌ای پروتون‌ها در هر عمق دلخواه است. همان‌طور که در بخش ۲ بیان شد، نظریه فرمی - ایجز تابع توزیع زاویه‌ای مناسب برای این منظور را در اختیار قرار می‌دهد.

برای چیدمان مواد مورد بررسی در این قسمت، با توجه به مقادیر به دست آمده برای ممان‌ها (جدول ۲)، توزیع زاویه‌ای پروتون‌ها با استفاده از رابطه (۳) در مرز هر تیغه و در چند X مختلف (به عنوان نمونه) محاسبه شده‌اند. نتایج مربوط به پنج تیغه مورد بررسی در شکل‌های ۱۰ تا ۱۴ نمایش داده شده‌اند. همان‌طور که انتظار می‌رود، با افزایش فاصله عرضی، توزیع پراکندگی حول زاویه‌های بزرگ‌تر اتفاق می‌افتد، اما پهنای تابع (که به ممان‌ها وابسته است) در یک عمق مشخص ثابت باقی مانده است.



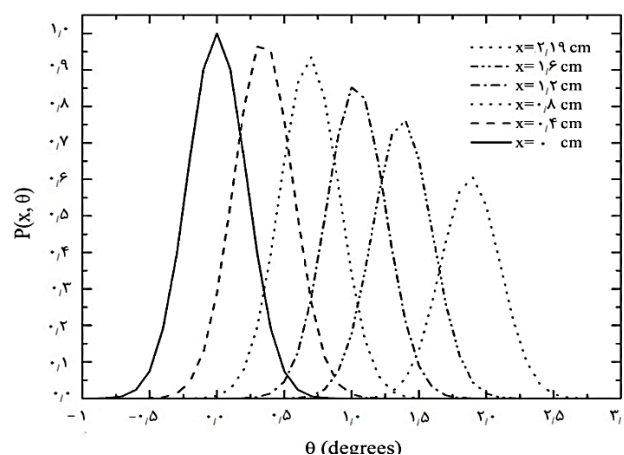
شکل ۹. نمودار فاز- فضا در مرز هر تیغه برای تابش باریکه پروتون با انرژی های ۱۰۰، ۱۲۵، ۱۵۰، ۱۷۵ و ۲۰۰ MeV تک‌انرژی به چیدمانی از مواد به صورت بافت نرم (به ضخامت ۳ cm) و استخوان (به ضخامت ۳ cm).



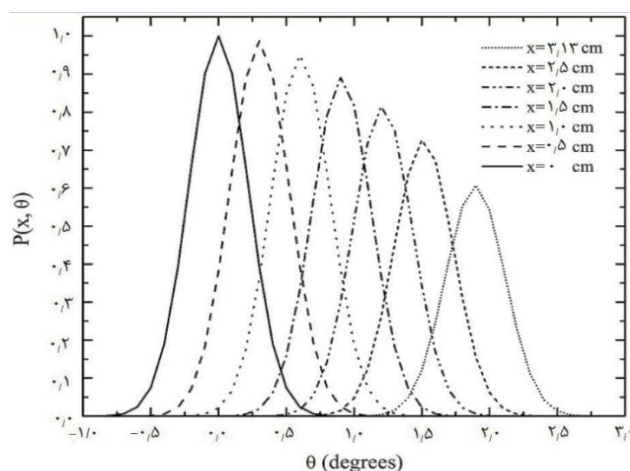
از این‌رو این روش علاوه بر زمان‌بر بودن، غیرقطعی^۱ است و نتایج به دست آمده می‌توانند در اجراهای مختلف (بسته به تعداد ذرات دنبال شده) دستخوش تغییر شوند.

با توجه به آن‌چه بیان شد، در هندسه‌های ساده می‌توان از روش تحلیلی با دقت و سرعت بالاتر استفاده کرد. در بررسی منحنی براگ به روش تحلیلی، مطالعه سه عامل در مرز هر دو ماده حایز اهمیت است: تعیین توزیع پراکندگی، تعیین توزیع انرژی و تعیین کاهش شار. در محیط‌های همگن و تک‌لایه، نظریه ارایه شده توسط بورتفلد (و تعمیم آن به حالت‌های تابش مورب پروتون‌ها به هدف و تابش با توزیع زاویه‌ای اولیه گاوسی [۱۳]) پیش‌بینی دقیقی از شکل منحنی براگ به دست می‌دهد. هم‌چنین با توجه به امکان محاسبه برد پروتون‌ها و احتمال رخ دادن برهم‌کنش‌های غیرکشسان هسته‌ای در هر ترکیب و مخلوط دلخواه [۱۴]، این مدل برای محاسبه دز در این مواد قابل بکارگیری است. بنابراین مسأله اساسی که مورد توجه پژوهشگران است، انجام این محاسبات برای محیط‌های ناهمگن و در مرز لایه‌های مواد از جنس‌های مختلف است.

در این پژوهش در بررسی پراکندگی، از مدل فرمی-ایجز، که توزیع پراکندگی را برحسب ممان‌های مربوط به توان پراکندگی به دست می‌دهد، برای بررسی پراکندگی در مرز مواد استفاده شد. برای چهار مسأله نمونه، شامل چیدمانی از مواد یکسان با ضخامت‌های مساوی و چیدمان‌هایی از مواد مختلف با ضخامت‌های متفاوت، توزیع پراکندگی در مرز تیغه‌ها محاسبه گردید. برای تیغه‌های با جنس یکسان آب (به‌عنوان معادلی برای بافت بدن)، نتایج نشان داد با افزایش عمق در ماده، بیشینه x و بیشینه زاویه پراکندگی مربوط به آن افزایش پیدا کرده و در انتهای آخرین تیغه، زاویه پراکندگی $۳/۴۷$ درجه است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت استفاده از آب به‌عنوان پراکنده و برای افزایش پهنای باریکه خروجی از شتاب‌دهنده مناسب نخواهد بود و از سوی دیگر، بافت‌های نرم بدن تأثیر قابل‌توجهی بر پراکنده‌سازی پرتو نخواهند داشت. این نتیجه با راهکار مرسوم استفاده از مواد با عدد اتمی بالا در طراحی خط باریکه پرتو برای پراکنده‌سازی آن همخوانی دارد [۱۵]. این روش در مورد بررسی پراکندگی در مرز تیغه‌های از جنس‌های مختلف نیز کارایی دارد. برای مسأله‌های نمونه بررسی شده در این پژوهش (چیدمانی شامل سرب، لگزان و هوا، و چیدمان‌های دیگری شامل بافت نرم، استخوان و آب برای شبیه‌سازی ناهمگنی بافت بدن)، نتایج مربوط به زاویه پراکندگی شدیداً به جنس ماده تیغه و ضخامت آن وابسته است.



شکل ۱۳. توزیع زاویه‌ای برای زاویه پراکندگی پروتون‌های تابیده شده به چیدمان مواد مورد بررسی در انتهای تیغه چهارم (هوا) با استفاده از نظریه فرمی-ایجز برای چند نمونه مکان عرضی (x).



شکل ۱۴. توزیع زاویه‌ای برای زاویه پراکندگی پروتون‌های تابیده شده به چیدمان مواد مورد بررسی در انتهای تیغه آخر (هوا) با استفاده از نظریه فرمی-ایجز برای چند نمونه مکان عرضی (x).

۴. نتیجه‌گیری

برای بررسی رفتار پروتون‌ها درون ماده (خط طراحی پرتو و یا پس از ورود به بافت بدن بیمار) و رسم منحنی براگ، صرف‌نظر از روش تجربی، از دو روش مونت‌کارلو و محاسبات تحلیلی می‌توان استفاده کرد. روش مونت‌کارلو بر پایه احتمال و روش‌های آماری استوار است و برای حل مسایلی از فیزیک که با سیستم‌هایی با چند درجه آزادی جفت شده سروکار دارند، بسیار مفید و راهگشاست. تاکنون کدهای هسته‌ای مختلفی برای حل مسائل مربوط به تراورد ذرات مختلف درون ماده طراحی شده و به طور گسترده‌ای مورد استفاده قرار گرفته‌اند. در همه این کدها، که بر اساس روش مونت‌کارلو استوار هستند، دقت محاسبات به وسیله تعداد ذرات تراورد شده تعیین می‌شود.



6. H.A. Bethe, *Molière's theory of multiple scattering*, *Phys. Rev*, **89**, 1256-1266 (1953).
7. B. Gottschalk, *On the scattering power of radiotherapy protons*, *Med. Phys*, **37**, 352-367 (2010).
8. Eyges, Leonard, *Multiple scattering with energy loss*, *Physical Review*, **74** (10), 1534 (1948).
9. Jette, David, *Electron dose calculation using multiple-scattering theory: A new theory of multiple scattering*, *Med. Phys*, **23** (4), 459-477 (1996).
10. D. Jette, *Electron dose calculation using multiple-scattering theory: A. Gaussian multiple scattering theory*, *Med. Phys*, **15**, 123-137 (1988).
11. D. Newhauser, R. Zhang, *The physics of proton therapy*, *Phys. Med. Biol*, **60**, R155-R209 (2015).
12. E. Pedroni, et al, *Experimental characterization and physical modelling of the dose distribution of scanned proton pencil beams*, *Physics in Medicine & Biology*, **50** (3), 541 (2005).
13. D. Jette, et al., *Oblique incidence for broad monoenergetic proton beams*, *Med. Phys*, **37**, 5683-5690 (2010).
14. F.S. Rasouli, S.F. Masoudi, D. Jette, *On the proton range and nuclear interactions in compounds and mixtures*, *Med. Phys*, **42**, 2364-2367 (2015).
15. B. Gottschalk, *Physics of Proton Interactions in Matter*, in *Proton therapy physics*, Edited by H. Paganetti, (2012), CRC Press.

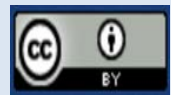
برای دستیابی به طرح کاملی از منحنی براگ، علاوه بر بررسی انجام شده برای پراکندگی زاویه‌ای، بررسی توزیع انرژی و همچنین کاهش شار نیز حایز اهمیت است. در مورد بررسی کاهش انرژی می‌توان از نظریه‌های بوهر، لاندائو و واولو استفاده کرد و کاهش شار نیز با در نظر گرفتن رابطه برد- انرژی در حضور پاشیدگی برد (ناشی از توزیع انرژی) قابل دستیابی است. در کنار هم قراردادن نتایج پژوهش حاضر و استفاده از نظریه‌های فوق برای محاسبات کاهش انرژی و کاهش شار، گامی مهم در راستای انجام محاسبات تحلیلی در حضور ناهمگنی بافت به شمار می‌رود.

مراجع

1. T. Bortfeld, *An analytical approximation of the Bragg curve for therapeutic proton beams*, *Med. Phys*, **24**, 2024-2033 (1997).
2. M. Goitein, *A technique for calculating the influence of thin inhomogeneities on charged particle beams*, *Med. Phys*, **5**, 258-264 (1978).
3. M. Urie, et al., *Degradation of the Bragg peak due to inhomogeneities*, *Phys. Med. Biol*, **31**, 1-15 (1986).
4. Jette, *Electron dose calculation using multiple-scattering theory: Localized inhomogeneities-A new theory*, *Med. Phys*, **182**, 123-132 (1991).
5. Jette, S. Walker, *Electron dose calculation using multiple scattering theory: Evaluation of a new model for inhomogeneities*, *Med. Phys*, **19**, 1241-1254 (1992).

COPYRIGHTS

©2021 The author(s). This is an open access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution (CC BY 4.0), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, as long as the original authors and source are cited. No permission is required from the authors or the publishers.



استناد به این مقاله

فاطمه سادات رسولی (۱۴۰۱)، رهیافت تحلیلی برای بررسی پراکندگی پروتون‌ها در مرز مواد ناهمگن در پروتون درمانی، ۱۰۰، ۱۳-۲۳

DOR: 20.1001.1.17351871.1401.43.2.2.7
 Url: https://jonsat.nstri.ir/article_1379.html

