



## محاسبه انرژی تحریکی کل پاره‌های شکافت نوترونی ایزوتوپ‌های پلوتونیوم و بررسی روش محاسبه سیستماتیک آن

پیام مهدی پور کلدیانی، مجتبی جمعیتی\*

گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، واحد نراق، دانشگاه آزاد اسلامی، صندوق پستی: ۵۸۷۱۹-۳۷۹۶۱، نراق - ایران

\*Email: drmjamiati@gmail.com

### مقاله‌ی پژوهشی

تاریخ دریافت مقاله: ۱۴۰۰/۳/۱۰ | تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۰/۶/۷

### چکیده

در این پژوهش مقادیر انرژی تحریکی کل (TXE) پاره‌های شکافت نوترونی برای ایزوتوپ‌های پلوتونیوم با استفاده از دو روش محاسبه شده‌اند. ابتدا نتایج انرژی تحریکی کل پاره‌های شکافت محاسبه شده دو روش برای شکافت  $^{239}\text{Pu}$  با هم مقایسه شده‌اند. سپس مقادیر TXE محاسبه شده با روش دوم را بر اساس مقادیر TXE روش اول که از تعریف اصلی نتیجه می‌شوند، بهینه‌سازی نمودایم. با این بهینه‌سازی توزیع جرمی برای ایزوتوپ‌های  $^{241}\text{Pu}$  و  $^{242}\text{Pu}$  که دارای مقادیر تجربی برای انرژی جنبشی کل پاره‌های شکافت هستند به دست آمدند. هم‌چنان، توزیع جرمی انرژی تحریکی کل پاره‌های شکافت نوترونی بقیه ایزوتوپ‌های پلوتونیوم با هر دو روش پیش‌بینی شده‌اند. مقادیر انرژی تحریکی کل پاره‌های شکافت برای ایزوتوپ‌های پلوتونیوم بین ۱۵ تا ۳۵ MeV می‌باشند که در ناحیه متقاضی افزایش چشمگیری دارند.

**کلیدواژه‌ها:** انرژی تحریکی کل پاره‌های شکافت، مدل نقطه برشی، شکافت نوترونی، تغییر شکل پاره‌های شکافت

## Calculation of the total excitation energy for neutron fission of plutonium isotopes and investigation of its systematic method

P. Mehdipour Kaldiani, M. Jamiati\*

Department of Physics, Faculty of Basic Sciences, Naragh Branch, Islamic Azad University, P.O. Box: 58719-37961, Naragh - Iran

### Research Article

Received 31.5.2021, Accepted 29.8.2021

### Abstract

In this study, the values of total excitation energy (TXE) of fission fragments are calculated for neutron fission of Plutonium isotopes using two methods. At first, the calculated TXE values using two methods are compared for neutron fission of plutonium 239. Then, the calculated TXE values using the second method are improved based on the results of the first method. TXE distribution of plutonium 241 and 242, which have the measured fission fragment total kinetic energy, are calculated using two methods and according to the method modification. Also, the TXE distributions for neutron fission of other plutonium isotopes are predicted. The values of total excitation energy of fission fragments for plutonium isotopes are between 15 MeV and 35 MeV. The TXE values have a sudden increase in the symmetric region.

**Keywords:** The total excitation energy, Scission point model, Neutron fission, The deformation of fission fragments



آن‌ها مستقل از زمان هستند و محاسباتی ساده‌تر و پارامترهای کمتری دارند که مورد توجه قرار گرفته‌اند. البته این مدل‌ها نیز در این اواخر پیشرفت‌هایی داشته‌اند که به کارگیری و بررسی آن‌ها می‌تواند مسایل مبهم در شکافت را توضیح دهد.

معروف‌ترین مدل ایستا، مدل نقطه برشی [۱۴] که توسط ویلکینز در سال ۱۹۷۶ ارایه شده است. این مدل خصوصیات شکافت را با فرض یک سیستم مشکل از دو پاره شکافت مکمل در زمان نقطه برش به دست می‌آورد. در این سیستم، دو پاره شکافت به طور هم‌محور و در فاصله مماسی معین (d) از یکدیگر قرار دارند. با همین سیستم دو ذره‌ای و البته با روابط آماری تمام خصوصیات شکافت محاسبه می‌گردند. مدل دیگر که ایده‌ای شبیه به همین مدل را دارد، مدل دو کره‌ای است که توسط رابن [۱۵] بیان شده است. نتایج محاسبه شده این مدل با مقادیر تجربی بسیار سازگار است. البته رابن بیشتر به بررسی متواتر از جنبشی کل و محاسبه تعداد نوترون‌های تأخیری کل واکنش‌ها پرداخته است. در محاسبه تعداد نوترون‌های تأخیری بر حسب پاره شکافت مکمل، وی باید مقادیر انرژی تحریکی کل را محاسبه کرده باشد ولی به نظر می‌رسد این مقادیر با روش متداول‌تر (روش اول) انجام گردیده است. نکته بر جسته کارهای وی این است که پارامترهای مورد نیاز به صورت روابط ساده‌ای از اعداد جرمی و اتمی بیان شده‌اند. به این ترتیب متغیرهای شکافت با روابط ساده‌ای قابل محاسبه می‌گردند. یکی از این روابط رابطه بیان شده برای انرژی گامای گسیل شده توسط پاره‌های شکافت در واکنش است. رابن برای محاسبه این انرژی هسته‌های اکتنید یک رابطه خطی بیان نموده است. در این پژوهش مانند کارهای رابن سعی شده است مقدار انرژی تحریکی کل شکافت پاره‌های شکافت را به صورت سیستماتیک و با ساده‌ترین روابط (روش دوم) به دست آوریم.

در روش سیستماتیکی، مقادیر TXE با جمع انرژی داخلی و انرژی تغییر شکل محاسبه می‌شوند. در این محاسبات انرژی داخلی بر اساس مدل گاز فرمی بر حسب دمای داخلی و چگالی تراز در نظر گرفته می‌شود. با این روش تمام پارامترهای مورد نیاز برای محاسبه TXE بر حسب اعداد جرمی پاره‌های شکافت بیان خواهد شد. البته در این پژوهش برای بررسی و اصلاح روش سیستماتیک از مقادیر محاسبه شده توسط روش اول استفاده شده است. به این ترتیب که بعضی از پارامترهای مورد استفاده در روش دوم برای تطبیق بهتر نتایج روش دوم با نتایج روش اول، اصلاح شده‌اند.

## ۱. مقدمه

از ابتدای کشف شکافت، اندازه‌گیری انرژی حاصل از شکافت بسیار مورد توجه بوده است. بر این اساس تحقیقات زیادی برای بررسی انرژی شکافت ایزوتوب‌های پلوتونیوم صورت گرفته است [۱-۶]. می‌دانیم انرژی شکافت به صورت انرژی جنبشی و انرژی تحریکی پاره‌های شکافت آزاد می‌شود. از طرفی انرژی شکافت (مقدار Q) به سادگی قابل محاسبه است. پس یکی از راههای محاسبه انرژی تحریکی، تفاضل مقدار Q واکنش از مقدار انرژی جنبشی شکافت است. اما روش‌های دیگری نیز برای محاسبه این انرژی قابل استفاده است. برای محاسبه با این روش‌ها، پارامترهای شکافت به کار می‌روند. در این پژوهش با مقایسه مقادیر محاسبه شده با دو روش، به بررسی پارامترهای شکافت خواهیم پرداخت.

از طرف دیگر معمولاً برای محاسبه تعداد نوترون‌های آنی یک واکنش، مقدار انرژی تحریکی را بر مقدار MeV ۸ تقسیم می‌کنند [۷]. به این ترتیب محاسبه مقادیر انرژی تحریکی نقش مهمی برای تعیین تعداد نوترون‌های آنی شکافت دارد. از این رو بررسی و محاسبه انرژی تحریکی ایزوتوب‌های پلوتونیوم مهم است.

برای محاسبه TXE به مقادیر انرژی جنبشی کل نیاز است. مقادیر انرژی جنبشی کل پاره‌های شکافت برای اکتنیدها با استفاده از مدل نقطه برشی [۸-۱۰] محاسبه شده‌اند. در این مقالات مقادیر تغییر شکل پاره‌های شکافت نیز به دست آمد اند که در این پژوهش از این مقادیر برای ایزوتوب‌های پلوتونیوم [۱۱] استفاده می‌شود.

می‌دانیم متواتر از جمع ارژی تحریکی کل پاره‌های شکافت برابر با جمع ارژی تحریکی دو پاره شکافت مکمل است. بنابراین شکل تابع توزیع ارژی تحریکی کل بر حسب اعداد جرمی پاره‌های شکافت متقارن است.

از طرفی مدل قطره مایع به صورت کلاسیک و بدون در نظر گرفتن انرژی مداری نمی‌تواند شکل نامتقارن تابع توزیع جرمی پاره‌های شکافت اکتنیدها را مشخص کند. البته این مدل می‌تواند مقدار کل انرژی حاصل از شکافت را مشخص کند ولی بررسی بقیه کمیت‌های شکافت مانند انرژی تحریکی شکافت با کمک مدل‌های دیگری صورت می‌گیرد. گروهی از این مدل‌ها وابسته به زمان (دینامیکی) و گروه دیگر ایستا هستند. از گروه هسته‌ها می‌پردازند اخیراً بسیار مورد توجه قرار گرفته‌اند [۱۱-۱۳]. ولی گروه دوم یا ایستا یعنی مدل‌هایی که روابط



از طرفی مجموع سه انرژی تغییر شکل، اتلاف و تحریکی درونی انرژی‌های تشکیل‌دهنده انرژی تحریکی کل هستند.

$$TXE(A_L, A_H) = E_{def}(A_L, A_H) + E_h + E_{dis}. \quad (3)$$

همچنین مجموع انرژی کولنی و انرژی جنبشی قبل از نقطه برش انرژی جنبشی کل شکافت است.

$$TKE(A_L / A_H) = E_{Coul}(A_L / A_H) + E_{pre}, \quad (4)$$

به این ترتیب ساده‌ترین راه محاسبه انرژی تحریکی کل پاره‌های شکافت به صورت زیر است:

$$TXE(A_L, A_H) = Q(A_L / A_H) + E_{cn} - TKE(A_L / A_H). \quad (5)$$

اما بعضی از محققان انرژی جداسازی نوترون را به این معادله اضافه کردند [۱۷، ۱۸].

$$TXE(A_L, A_H) = Q(A_L / A_H) + B_n + E_{cn} - TKE(A_L / A_H), \quad (6)$$

مقادیر انرژی تحریکی کل پاره‌های شکافت با رابطه اخیر به عنوان روش اول در این پژوهش بیان شده است.

## ۲.۰ روش دوم

از طرفی انرژی داخلی برابر با انرژی‌های تحریکی و اتلاف است.

$$E_{int} (= E_h + E_{dis}) \quad (7)$$

پس با ترکیب رابطه اخیر با رابطه (۳) خواهیم داشت:

$$TXE(A_i) = E_{def}(A_L, A_H) + E_{int}. \quad (8)$$

در مدل TSM انرژی تغییر شکل را با کمینه نمودن انرژی تغییر شکل در لحظه شکافت به دست آورده‌اند [۱۵].

$$E_{def} = \frac{E_{coul}}{4\alpha e^2 Z_i^2 (Z - Z_i)^2}, \quad (9)$$

ویلکینز تغییر شکل هسته‌ها را برابر با نسبت قطر بزرگ به قطر کوچک انتخاب کرده است در حالی که در این پژوهش مقدار تغییر شکل پاره‌های شکافت با پارامتر چهارقطبی تغییر شکل  $\beta_i$  بیان می‌شود. باید توجه داشت که این اختلاف در پارامتر تغییر شکل هسته‌ها برای این مدل‌ها معمولاً به وضوح بیان نمی‌شوند. همچنین معمولاً در محاسبات از نماد یکسان  $\beta_i$  استفاده شده است. این در حالی است که اختلاف بین مقدار پارامتر تغییر شکل در این دو مدل یک واحد است.

همچنین باید توجه داشت که اختلاف قابل توجهی بین مقادیر انرژی جنبشی کل پاره‌های شکافت برای هسته‌های مادر با اعداد جرمی فرد و زوج وجود دارد [۱۶]. به این منظور در این پژوهش ایزوتوپ‌های زوج و فرد پلوتونیوم به طور جداگانه بررسی شده‌اند.

در بخش ۲ روش محاسبه انرژی تحریکی کل پاره‌های شکافت به دو روش بیان می‌گردد. سپس در بخش ۳ مقادیر انرژی تحریکی کل پاره‌های شکافت با کمک این دو روش برای سه ایزوتوپ پلوتونیوم ۲۳۹، ۲۴۱ و ۲۴۲ که مقادیر انرژی جنبشی کل تجربی آن‌ها مشخص هستند، به دست آمدند. در انتهای مقادیر انرژی تحریکی کل پاره‌های شکافت برای بقیه ایزوتوپ‌های پلوتونیوم به دست آمدند. همچنین به بررسی کلی مقادیر محاسبه شده TXE پرداخته‌ایم.

## ۲. روشهای محاسبه انرژی تحریکی کل ۱.۲ روش اول

معادله پایه‌ای برای توازن انرژی‌های شکافت به صورت زیر است:

$$Q(A_L / A_H) + E_{cn} = E_{pre} + E_{coul}(A_L / A_H) + E_{def}(A_L, A_H) + E_{dis} + E_h, \quad (1)$$

که  $A_L$  و  $A_H$  به ترتیب اعداد جرمی پاره‌های شکافت سبک‌تر و سنگین‌تر هستند.  $V_{coul}$  پتانسیل کولنی بین دو پاره شکافت است که در فاصله مماسی معینی از هم قرار دارند.  $E_{def}$  انرژی تغییر شکل پاره‌های شکافت سنگین‌تر و سبک‌تر در لحظه جدایی است.  $E_{pre}$  انرژی جنبشی قبل از نقطه برش است.  $E_{dis}$  به ترتیب انرژی‌های اتلاف<sup>۱</sup> و تحریکی درونی هستند.  $E_h$  انرژی تحریکی هسته مادر (انرژی فرودی) است.

فاکتور  $Q$  با رابطه زیر به دست می‌آید:

$$Q = M(A, Z) - \sum M(A_i, Z_i), \quad (2)$$

### 1. Dissipative Energy



که در آن  $\tau$  دمای داخلی است و می‌دانیم [۲۴].

$$\tau = \frac{4T}{2\pi^2 A^{1/3}} \quad (17)$$

دمای  $T$  با کمک مدل عمومی ابرشاره<sup>۱</sup> به دست می‌آید.

$$T = \sqrt{(E + E_{pair} - E_{con})/\alpha}, \quad (18)$$

در این رابطه  $E$  انرژی تحریکی و  $E_{con}$  انرژی تراکم<sup>۲</sup> هستند.

به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$E_{con} = \frac{\gamma\alpha}{2\pi^2} E_{pair}, \quad (19)$$

که داریم:

$$E_{pair} = 12 / \sqrt{A_i} \quad (20)$$

و پارامتر چگالی تراز به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\alpha = \tilde{\alpha}(1 + E_{shell}(1 - e^{-\gamma'E})/E), \quad (21)$$

که:

$$\gamma' = 0.05 \quad (22)$$

$$\tilde{\alpha} = 0.984A - 0.253A^{1/3} + 2.07\sqrt[3]{A} - 4.04. \quad (23)$$

اعداد اتمی پاره‌های شکافت نیز با کمک رابطه معروف توزیع چگالی غیر قابل تغییر به صورت زیر به دست می‌آیند: [۲۶، ۲۵]

$$Z_{UCD} = \frac{Z_{cn}(A + v)}{A_{cn}} \quad (24)$$

که  $v$  تعداد نوترون قبل از زمان برشی است که با مقایسه با نتایج تجربی مقدار آن صفر در نظر گرفته شده است.  $Z_{cn}$  و  $A_{cn}$  عدد جرمی و عدد اتمی هسته مرکب هستند.

### ۳. نتایج و بحث

در این بخش، مقادیر انرژی تحریکی کل پاره‌های شکافت ایزوتوب‌های پلوتونیوم را بررسی می‌کنیم. ابتدا از ایزوتوب‌هایی TXE که مقادیر تجربی دارند شروع می‌کنیم و با بررسی آن‌ها دیگر ایزوتوب‌های پلوتونیوم را به دست می‌آوریم.

که  $\alpha$  پارامتر تغییر شکل هسته است و با کمک رابطه مدل قطره مایع [۱۹] به صورت زیر به دست می‌آید [۲۰].

$$\alpha = 4.86 - \frac{Z}{A}. \quad (10)$$

هم‌چنین پتانسیل کولنی با در نظر گرفتن تغییر شکل دوقطبی و چرخش دلخواه به صورت زیر محاسبه می‌شود [۲۱، ۲۲].

$$V_{coul} = \frac{Z_1 Z_2 e^r}{D} (1 + 0.3785 \frac{R_1^\gamma \beta_r + R_2^\gamma \beta_1}{D^\gamma} + 0.1364 \frac{R_1^\gamma \beta_1 + R_2^\gamma \beta_r}{D^\gamma} + 0.20472 \frac{R_1^\gamma \beta_1 + R_2^\gamma \beta_r}{D^\gamma} + 0.8598 \frac{R_1^\gamma \beta_r + \beta_1 R_2^\gamma}{D^\gamma}) \quad (11)$$

در این رابطه  $D$  فاصله دو مرکز پاره‌های شکافت است که داریم:

$$D = d + R_L + R_H \quad (12)$$

که  $d$  مقدار فاصله مماسی بین دو پاره شکافت است. ولیکنیز این مقدار را برابر با  $1/44$  فرمی در نظر گرفته است [۱۶، ۱۴]. شاعر هر پاره شکافت با رابطه نیمه تجربی [۲۳].

$$R_i (fm) = 1.28 R_{o,i} + 0.8 R_{o,i}^{-1} - 0.76 \quad (13)$$

بیان می‌شود.  $R_{o,i}$  شاعر تغییر شکل پاره شکافت است که بر حسب هماهنگ‌های کروی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$R_{o,i} (\theta) = R_o \sum (1 + \beta_i Y_{i,o}(\theta)) \quad (14)$$

که در این رابطه  $Y_{i,o}$  هماهنگ‌های کروی و  $\theta$  زاویه محور تقارن با محور شکافت است و داریم:

$$R_o = \sqrt[3]{A_i} \quad (15)$$

$N_i$  و  $A_i$  به ترتیب اعداد اتمی، جرمی و تعداد نوترون هر پاره شکافت هستند.

انرژی داخلی پاره‌های شکافت با کمک دمای پاره شکافت به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$E_{int} = \alpha(A_i) \tau^\gamma. \quad (16)$$

1. The Generalized Superfluid Model

2. The Condensation Energy

Journal of Nuclear Science and Technology

Vol. 101, No 4, 2022, P 147-156



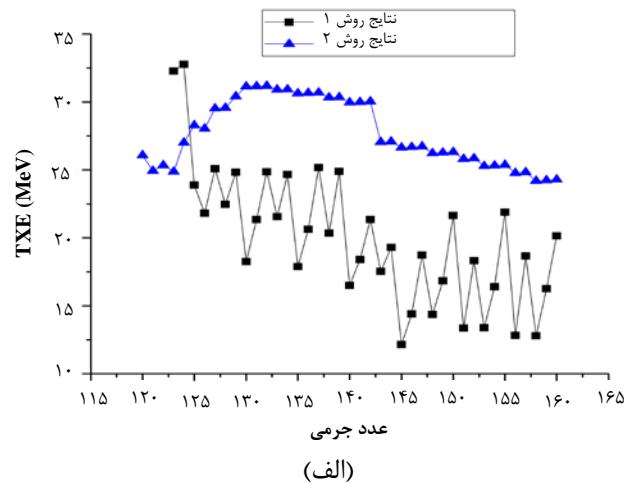
در روش دوم، مقادیر پارامترهای تغییر شکل پارههای شکافت از مرجع [۹] گرفته شده‌اند. در این مرجع مقادیر  $\beta$  با کمک انرژی جنبشی کل به دست آمده‌اند. همچنین مقدار انرژی برانگیخته اولیه  $E$  در این روش در حدود ۱ MeV در نظر گرفته شده است. انتخاب این مقدار برای شکافت خودبه‌خودی از آن سو در نظر گرفته می‌شود که محاسبه  $E_{int}$  بدون انرژی تحریکی ممکن نیست. شاید به همین دلیل در بعضی محاسبات مقدار این انرژی را برابر با انرژی سد پتانسیل هسته مادر در نظر گرفته‌اند [۲۸، ۲۹] و در بعضی دیگر [۳۰] برابر با انرژی سیستم شکافت در زمان برش در نظر گرفته شده است. به هر جهت، از آن جا که افزایش این انرژی باعث افزایش انرژی داخلی می‌شود که بالطبع آن مقدار انرژی تحریکی کل افزایش می‌یابد، این انرژی نقش مهمی را در محاسبات روش دوم ایفا می‌کند. در ادامه مقدار به دست آمده با روش دوم با مقایسه با مقادیر محاسبه شده توسط روش روش اول، مناسب‌سازی خواهد شد.

در شکل ۱ (الف) اختلاف زیادی بین مقادیر محاسبه با استفاده از دو روش محاسباتی مذکور دیده می‌شود. این اختلاف در محدوده متقارن بیشتر است به طوری که حتی رفتار نتایج در این ناحیه کاملاً متفاوت می‌شود. به عبارت دیگر مقادیر محاسبه شده TXE با استفاده از روش اول با نزدیکی به ناحیه متقارن افزایش می‌یابند در حالی که این مقادیر با استفاده از روش دوم با نزدیکی به ناحیه متقارن کاهش می‌یابند. اختلاف در ناحیه متقارن می‌تواند مربوط به مقادیر اندازه‌گیری شده انرژی جنبشی کل پارههای شکافت (TKE) در این محدوده باشد. به این معنی که در روش اول با کاهش مقادیر TKE در این محدوده مقادیر انرژی تحریکی افزایش می‌یابند. در صورتی که در مقادیر محاسبه شده با روش دوم به خاطر افزایش تغییر شکل پارههای شکافت در آن ناحیه مقادیر محاسبه شده کاهش چشمگیری دارند. البته همان‌طور که گوک [۳۱] نشان داده است مقادیر TKE در محدوده متقارن نوسانات زیادی دارند که می‌تواند مربوط به ضخامت نمونه آزمایشگاهی باشد. به این ترتیب بحث را فقط به منطقه نامتقارن (اعداد جرمی بیشتر از ۱۲۵) محدود می‌کنیم. این اختلاف در محدوده نامتقارن کمتر می‌شود ولی کاملاً از بین نمی‌رود. برای کم کردن این اختلاف دو پارامتر را می‌توان تغییر دهیم: ۱) تغییر شکل پارههای شکافت و ۲) فاصله دو پاره شکافت. در ادامه به بررسی تغییر هر یک از این دو خواهیم پرداخت:

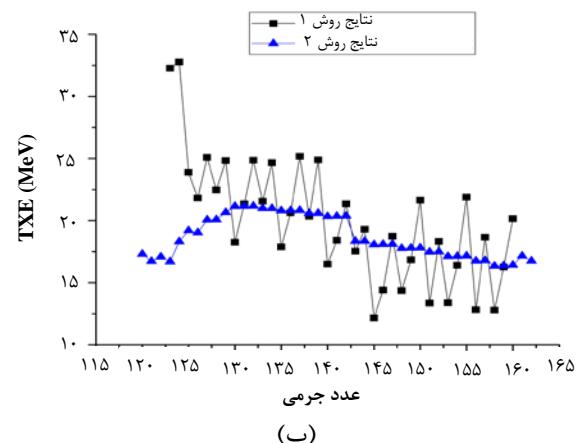
در ابتدا به بررسی تغییر بر روی مقادیر تغییر شکل پارههای شکافت ( $\beta$ ) می‌پردازیم. می‌دانیم با افزایش مقادیر  $\beta$  انرژی

در شکل ۱، انرژی تحریکی کل پارههای شکافت، برای پلوتونیوم ۲۳۹ با استفاده از دو روش ارایه شده در بخش قبل رسم شده است. در ادامه به بررسی هر یک از این دو روش می‌پردازیم.

در محاسبات روش اول، مقادیر متوسط انرژی جنبشی کل پارههای شکافت را از مرجع [۶] استخراج کردہ‌ایم. مقادیر  $Q$  و همچنین مقادیر انرژی بستگی نوترون را از مرجع [۲۷] استخراج نموده‌ایم. همان‌طور که در شکل ۱ دیده می‌شود مقادیر محاسبه شده با این روش تغییرات (نوسانات) زیادی دارند. دلیل این نوسانات می‌تواند انتخاب مقادیر انرژی بستگی (۲۴) نوترون بر اساس جرم اتمی پارههای شکافت (که با معادله (۲۴) مشخص شده است) باشد. یعنی بهتر است برای دقت بیشتر و یکنواخت‌سازی این مقادیر، محاسبات را برای چند پاره شکافت در محدوده عدد اتمی به دست آمده با معادله (۲۴) انجام داد. سپس متوسط این مقادیر انرژی تحریکی کل محاسبه شده را در نظر گرفت. البته در این شکل می‌توان متوسط مقادیر را به صورت خطی که از میان نتایج محاسبه شده با روش اول می‌گذرد نیز در نظر گرفت.



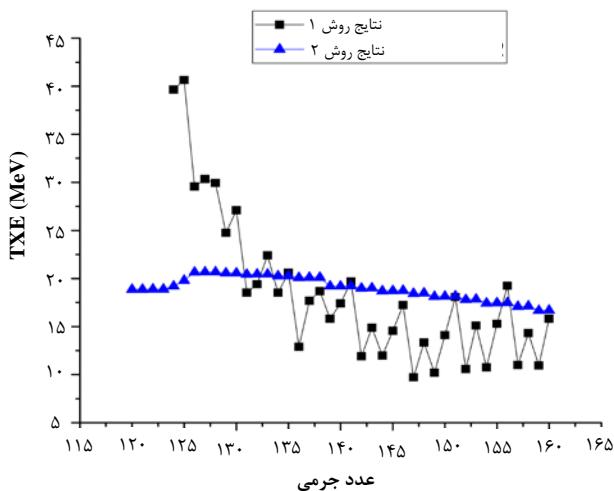
(الف)



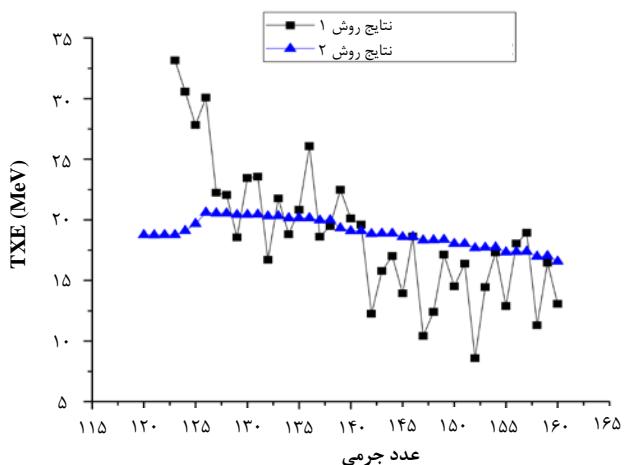
(ب)

شکل ۱. انرژی تحریکی کل پارههای شکافت محاسبه شده برای پلوتونیوم ۲۳۹ به دو روش مذکور. (الف)  $d=144$  fm در نظر گرفته شده است و (ب) محاسبات با  $d=2$  fm انجام شده است.





شکل ۲. انرژی تحریکی کل پاره‌های شکافت محاسبه شده برای پلوتونیوم ۲۴۱ با استفاده از دو روش بیان شده در بخش ۲.



شکل ۳. انرژی تحریکی کل پاره‌های شکافت محاسبه شده برای پلوتونیوم ۲۴۲ با استفاده از دو روش بیان شده در بخش ۲.

در روش دوم، مقادیر پارامترهای تغییر شکلت پاره‌های شکافت از مقادیر آنها در مرجع [۹] استخراج شده‌اند و مقدار  $d$  برابر با ۲/۸۸ فرمی در نظر گرفته شده است. همان‌طور که دیده می‌شود مقادیر محاسبه شده TKE با استفاده از دو روش در نزدیکی ناحیه متقاضی تفاوت چشمگیری دارند که می‌تواند مربوط به نتایج اندازه‌گیری شده TKE باشد.

در محاسبه انرژی تحریکی کل برای بقیه ایزوتوب‌های پلوتونیوم باید توجه داشت که مقادیر انرژی جنبشی کل هسته‌ها با اعداد جرمی فرد و زوج با هم اختلاف قابل توجهی دارند [۱۶]. بنابراین پارامترهای شکافت ایزوتوب‌های فرد و زوج، باید متفاوت در نظر گرفته شوند. به این ترتیب برای محاسبه انرژی تحریکی کل پاره‌های شکافت  $^{239}\text{Pu}$ ، از مقادیر تغییر شکلت پاره‌های شکافت  $^{241}\text{Pu}$  [۱۴] که عدد جرمی آن نزدیک‌تر

تحریکی کاهش می‌باید. پس می‌توان با در نظر گرفتن مقادیر  $\beta$  کوچک‌تر جواب محاسبه شده با دو مدل را منطبق کرد. ولی با مقایسه مقادیر  $\beta$  برای شکافت پلوتونیوم ۲۴۰ در مراجع [۹] و [۱۶] می‌توان نتیجه گرفت که مجموع  $\beta$  برای دو پاره شکافت مکمل در مدل نقطه برشی همواره در حدود ۱/۱ به دست می‌آید. هم‌چنان این مقادیر با کمک مقادیر توزیع جرمی پاره‌های شکافت در مرجع [۳۲] به دست آمده‌اند که تفاوت کمی با دیگر نتایج دارند. ولی به هر صورت محدوده تغییرات آن باز هم همان مقدار ذکر شده است. هم‌چنان مقادیر تغییر شکل در شکل ۳ از مرجع [۲۹] تقریباً با استفاده از کمینه‌سازی انرژی پتانسیل کل سیستم شکافت برابر با ۱/۶ به دست آمده است. که همان‌طور که ذکر شد این مقادیر اگر یک کم شوند مقدار تقریبی تغییر شکل دو قطبی خواهند بود [۲۸]. پس مجموع مقادیر  $\beta$  برای دو پاره شکافت مکمل در این مراجع نیز نزدیک به ۱/۲ خواهد شد. نزدیکی نتایج حاصل در این مراجع نشان می‌دهد که تغییر مقادیر  $\beta$  برای نزدیکی نتایج محاسبه شده دو روش مناسب نیست.

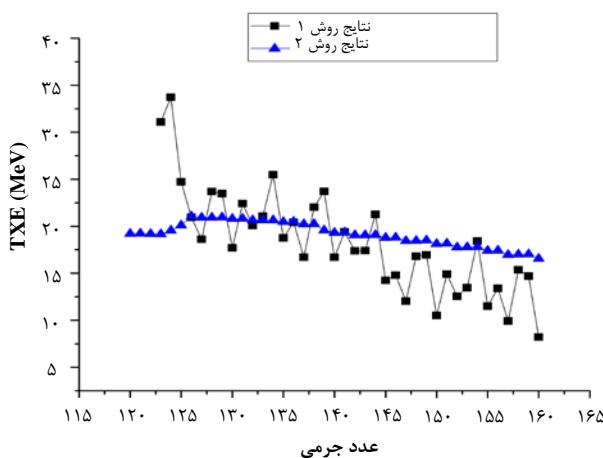
بنابراین تنها با تغییر فاصله دو پاره شکافت، می‌توان نتایج محاسبات دو مدل را به هم نزدیک کنیم. ویلکینز [۱۴] مقدار آن را برابر با ۱/۴۴ فرمی گرفته است ولی در مدل‌های دینامیکی این مقدار بین ۷-۳ فرمی در نظر گرفته شده است [۳۰]. از این‌رو برای تطبیق نتایج دو روش مقدار  $d$  را از ۱/۴۴ فرمی به ۲/۸۸ فرمی افزایش دادیم. به همین منظور پارامتر  $d$  (فاصله بین دو پاره شکافت در لحظه برش) را تغییر دادیم. با این تغییر، مقادیر محاسبه شده انرژی تحریکی کل پاره‌های شکافت با استفاده از روش دوم به نتایج محاسبه شده روش دوم نزدیک‌تر شدند (شکل ۱ ب). بر این اساس تمام مقادیر  $d$  در شکافت بقیه ایزوتوب‌های پلوتونیوم برای تطبیق نتایج دو روش، ۲/۸۸ فرمی در نظر گرفته شده‌اند.

متوسط انرژی تحریکی کل پاره‌های شکافت برای پلوتونیوم ۲۴۱ و پلوتونیوم ۲۴۲ به ترتیب در شکل‌های ۲ و ۳ رسم گردیده‌اند.

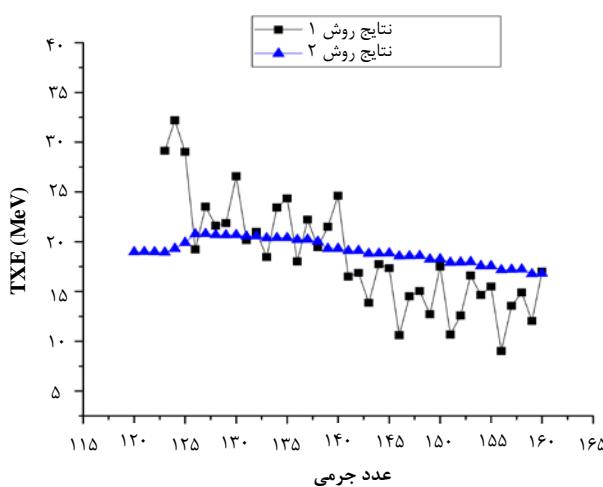
در روش اول برای محاسبات متوسط انرژی تحریکی کل پاره‌های شکافت برای پلوتونیوم ۲۴۱ و ۲۴۲ به ترتیب از مقادیر متوسط انرژی جنبشی کل مراجع [۴] و [۳] استخراج شده‌اند. مقادیر  $Q$  و انرژی بستگی نوترون از مرجع [۲۷] استخراج گردیده‌اند. مقادیر TKE محاسبه شده با روش اول برای هر دو شکافت اخیر نیز مانند نتایج محاسبه شده  $^{239}\text{Pu}$  در شکافت  $^{239}\text{Pu}$  تغییرات (نوسانات) زیادی دارند که همان‌طور که پیش‌تر ذکر شد مربوط به شکل‌بندی محاسبات است.



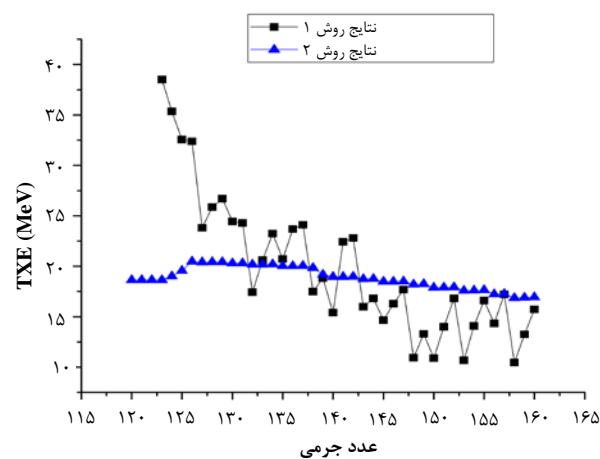
اختلاف نتایج این دو روش را در جای دیگر باید جستجو کرد که در ادامه به آن می‌پردازیم.



شکل ۴. متوسط انرژی تحریکی کل محاسبه شده پاره‌های شکافت  $^{238}\text{Pu}$ .



شکل ۵. متوسط انرژی تحریکی کل محاسبه شده پاره‌های شکافت  $^{240}\text{Pu}$ .



شکل ۶. متوسط انرژی تحریکی کل محاسبه شده پاره‌های شکافت  $^{242}\text{Pu}$ .

به ایزوتوب مورد نظر است استفاده شده است. همچنین برای محاسبه انرژی تحریکی کل پاره‌های شکافت ایزوتوب‌های زوج پلوتونیوم از مقادیر تغییر شکل پاره‌های شکافت  $^{242}\text{Pu}$  [۹] استفاده شده است. در ادامه مقادیر محاسبه شده TXE بر حسب عدد جرمی پاره‌های شکافت برای بقیه ایزوتوب‌های پلوتونیوم رسم شده‌اند.

در شکل ۴ انرژی تحریکی کل محاسبه شده بر حسب پاره‌های شکافت  $^{238}\text{Pu}$  رسم شده است.

بر طور مشابه در شکل ۵ انرژی تحریکی کل شکافت  $^{240}\text{Pu}$  بر حسب پاره‌های شکافت آن رسم شده است.

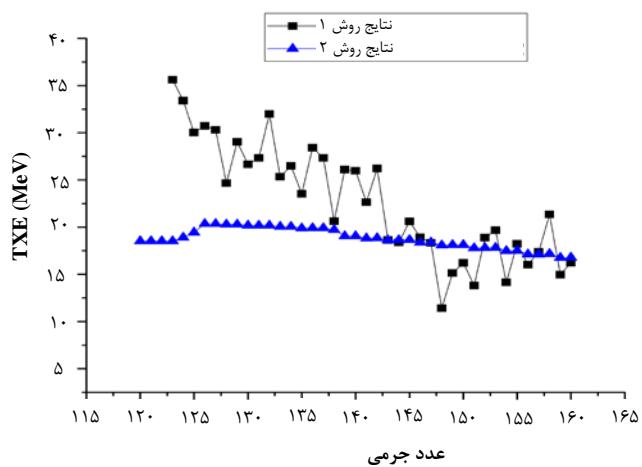
همان‌طور که در این شکل دیده می‌شود مقادیر TXE محاسبه شده با هر دو روش با هم تطابق خوبی دارند. به طوری که مقادیر محاسبه شده با روش دوم تقریباً متوسط مقادیر محاسبه شده با روش اول هستند. در شکل‌های ۴ و ۵ می‌توان دید که نتایج محاسبه شده TXE با دو روش برای پاره‌های شکافت با عدد جرمی بین ۱۲۰ تا ۱۴۰ بسیار به هم نزدیک هستند.

در شکل‌های ۶ و ۷ متوسط انرژی جنبشی کل به ترتیب برای شکافت‌های  $^{244}\text{Pu}$  و  $^{242}\text{Pu}$  بر حسب پاره‌های شکافت آنها رسم شده‌اند. همان‌طور که بهوضوح در این شکل‌ها دیده می‌شود با افزایش عدد جرمی پلوتونیوم اختلاف مقادیر محاسبه شده با دو روش بیشتر می‌شود. دلیل این اختلاف را می‌توان به دو صورت توصیف کرد. یکی از دلایل می‌تواند آن باشد که با افزایش عدد جرمی هسته مادر، مقادیر تغییر شکل پاره‌های شکافت زیادی تغییر می‌کنند. به عبارت دیگر مقادیر تغییر شکل پاره‌های شکافت ایزوتوب‌های  $^{241}\text{Pu}$  و  $^{242}\text{Pu}$  برای هسته‌های سنگین‌تر مناسب نیستند. البته باید توجه داشت که با کاهش مقادیر تغییر شکل پاره‌های شکافت، مقادیر محاسبه شده TXE افزایش می‌یابد. پس برای تطبیق بهتر نتایج محاسبه شده باید مقادیر  $\beta$  کاهش یابند. این کاهش مقادیر  $\beta$  برای پاره‌های شکافت در حدود عدد جرمی ۱۳۰، نشان می‌دهد که احتمال واپاشی پاره‌های شکافت متقارن بیشتر می‌شود. به عبارت دیگر با افزایش عدد جرمی ایزوتوب‌های پلوتونیوم شکافت نامتقارن‌تر می‌شود. در حالی که نتایج تجربی خلاف این را نشان می‌دهند. زیرا مقدار P/V (کمینه به بیشینه) تابع توزیع جرمی در شکافت نوترونی  $^{239}\text{Pu}$  در حالی که این نسبت برای  $^{241}\text{Pu}$  ۱۲۰ است [۵] در حالی که این نسبت برای  $^{244}\text{Pu}$  ۳۳ است [۴] (می‌دانیم کاهش نسبت نامتقارن است). به این ترتیب کاهش مقادیر  $\beta$  مناسب نیست. به این ترتیب دلیل



در ادامه به بررسی افزایش مقادیر TXE در نزدیکی ناحیه متقارن می‌پردازیم. این افزایش در تمام نتایج محاسبه شده [۲۴] و تجربی [۶] نیز دیده می‌شود. در اینجا سعی می‌کنیم با روش دوم این پدیده را توضیح دهیم. در روش دوم یا مقادیر انرژی تغییر شکل پاره‌های شکافت و یا مقادیر انرژی داخلی آن‌ها باید باعث افزایش زیاد مقادیر TXE برای پاره‌های شکافت متقارن شوند. این عدم افزایش انرژی تغییر شکل پاره‌های شکافت برای پاره‌های شکافت متقارن در محاسبات مرجع [۳۵] نیز دیده می‌شود. از طرفی هم در مقادیر تجربی و هم در مقادیر محاسبه شده روش اول (که اختلاف فاکتور  $Q$  با TKE است) این افزایش وجود دارد. پس افزایش TXE در این محدوده مربوط به چیست؟ این افزایش شاید به واسطه افزایش دمای پاره‌های شکافت باشد. به این معنا که با اضافه کردن انرژی شکافت ( $Q$ ) یا انرژی سیستم شکافت در لحظه برش به مقدار انرژی نوترون یا گاما فرودی، مقدار دمای داخلی پاره‌های شکافت متقارن افزایش می‌یابد. بالطبع انرژی داخلی افزایش خواهد یافت. به عبارت دیگر در معادله (۱۸) مقدار  $E$  باید مقدار انرژی ذره یا پرتو فرودی به علاوه انرژی سیستم شکافت در لحظه برش در نظر گرفته شود. با توجه به این تغییر دما، دلیل اختلاف مقادیر دو روش برای ایزوتوب‌های سنگین‌تر هم مشخص می‌شود. به این ترتیب که با افزایش انرژی شکافت برای ایزوتوب‌های سنگین‌تر انرژی داخلی افزایش و بالطبع آن انرژی داخلی باید افزایش یابد. ولی در این محاسبات این افزایش دما لحاظ نشده است. به این ترتیب با اضافه کردن انرژی شکافت در محاسبات دما، مقادیر TXE محاسبه شده به روش دوم به مقادیر محاسبه شده با روش اول نزدیکتر می‌شوند. این افزایش دما در بررسی توابع توزیع جرمی پاره‌های شکافت با روش نقطه برشی نیز دیده می‌شود [۳۲].

البته لازم به ذکر است که مقادیر  $\alpha$  در رابطه (۱۰) نیز قابل تغییر بودند ولی در این پژوهش به بررسی آن‌ها نپرداختیم. این بدان دلیل است که اولاً در مرجع [۲۰] این کمیت به طور کامل بررسی شده است که باعث شده است برای محدوده خاصی از پاره‌های شکافت تابع جدیدی برای آن انتخاب شود. همچنین با توجه به مرجع [۱۹]، مقدار به دست آمده با مدل قطربه مایع برای  $\alpha$  همواره کمترین مقدار است. از طرفی افزایش مقادیر این کمیت باعث کاهش بیش‌تر مقادیر انرژی تحریکی محاسبه شده می‌گردد که اختلاف مقادیر محاسبه شده با دو روش را بیش‌تر می‌کند.



شکل ۷. متوسط انرژی تحریکی کل محاسبه شده پاره‌های شکافت  $^{64}\text{Pu}$ .

دلیل دیگر اختلاف بیش‌تر نتایج دو روش با افزایش عدد جرمی ایزوتوب‌های پلوتونیوم را می‌توان افزایش مقدار انرژی شکافت ( $Q$ ) یا مقدار انرژی سیستم شکافت در لحظه برش دانست. این افزایش بدیهی است زیرا انرژی شکافت مستقیماً به عدد جرمی هسته مادر مربوط است. این افزایش انرژی سیستم شکافت باید به انرژی ذره یا اشعه فرودی اضافه شود تا مقدار  $E$  در رابطه (۱۸) افزایش یابد. در انتهای بیش‌تر به بررسی این تغییر خواهیم پرداخت.

به طور کلی مقادیر انرژی تحریکی کل پاره‌های شکافت محاسبه شده توسط روش اول برای تمام ایزوتوب‌ها با توجه به مراجع [۶، ۳۳] قابل اعتمادتر هستند (اساس تعریف TXE). با این وجود مقادیر محاسبه شده با روش دوم (با اصلاح بیان شده) نیز نتایج نسبتاً خوبی دارند. از طرفی مقادیر محاسبه شده روش دوم تغییرات زیادی برای ایزوتوب‌های مختلف ندارند. دلیل این نزدیکی نتایج را می‌توان در تساوی بیش‌تر پارامترهای مورد استفاده در این روش دانست.

با توجه به شکل‌های ۱ تا ۷ مشخص می‌شود نتایج TXE برای ایزوتوب‌ها با اعداد جرمی زوج و فرد (بر خلاف نتایج TXE) اختلاف چشمگیری ندارند. از آنجا که مقادیر TXE برابر با انرژی شکافت منهای TKE، پس انرژی شکافت هسته‌های مادر با عدد جرمی فرد باید بیش‌تر از انرژی شکافت هسته‌های مادر با عدد جرمی زوج باشد.

همچنین از شکل‌های ۱ تا ۷ مشاهده می‌شود که مقادیر انرژی تحریکی ایزوتوب‌های پلوتونیوم مانند دیگر اکتینیدها بین ۱۵ تا ۳۵ MeV تغییر می‌کند و در ناحیه متقارن دارای بیشینه هستند.



## مراجع

## ۴. نتیجه‌گیری

1. L. Dematte, et al., *Fragments' mass and energy characteristics in the spontaneous fission of  $^{236}\text{Pu}$ ,  $^{238}\text{Pu}$ ,  $^{240}\text{Pu}$ ,  $^{242}\text{Pu}$ , and  $^{244}\text{Pu}$* , *Nucl. Phys. A*, **617**(3), 331-346 (1997).
2. D. Regnier, et al., *Fission fragment charge and mass distributions in Pu 239 ( $n, f$ ) in the adiabatic nuclear energy density functional theory*, *Phys. Rev. C*, **93**(5), 054611-054625 (2016).
3. V.G. Vorob'yeva, et al, *Mass yields and kinetic energy of fragments for fission of plutonium isotopes*, *Conf. on Neutron Physics*, Kiev 1973, **3**, 270 (1973).
4. H. Thierens, et al., *Fragment Mass and Kinetic Energy Distributions for  $^{242}\text{Pu}(sf)$ ,  $^{241}\text{Pu}(n(th),f)$ , and  $^{242}\text{Pu}(\gamma,f)$* , *Phys. Rev. C*, **29**, 498-507 (1984).
5. A. Chemey, et al., *Total kinetic energy and mass yields from the fast neutron-induced fission of  $^{239}\text{P}$* , *The European Physical Journal A*, **56**(11), 1-13 (2020).
6. K. Nishio, et al., *Measurement of Fragment Mass Dependent Kinetic Energy and Neutron Multiplicity for Thermal Neutron Induced Fission of Plutonium-239*, *Jour. of Nuclear Science and Technology*, **32**, 404-414 (1995).
7. U. Brosa, S. Grossmann, A. Müller, *Nuclear scission*, *Physics Reports*, **197**(4), 167–262 (1990).
8. M. Jamati, *Kinetic Energy Distribution for Neutron-induced fission of Thorium Isotopes*, *Physics of Atomic Nuclei*, **83**(6), 859-865 (2020).
9. M. Jamati, *Calculation of the Total Kinetic Energy Distributions for Neutron Fission of Plutonium Isotopes*, *Journal of Science Nuclear and Technology*, **99**(1), 156-164 (2022) (In Persian).
10. P. Mehdipour Kaldiani, *Kinetic energy distribution for neutron-induced fission of neptunium isotopes*, *Chinese Phys. C*, **45**, 024110 (2021).
11. M.D. Usang, et al., *Correlated transitions in TKE and mass distributions of fission fragments described by 4-D Langevin equation*, *Scientific Reports*, **9**(1), 1-9 (2019).
12. G.D. Adeev, et al., *Multidimensional stochastic approach to the fission dynamics of excited nuclei*, *Physics of Particles and Nuclei*, **36**(4), 378-426 (2005).
13. M.R. Pahlavani, S.M. Mirfathi, *Neutron-induced fission of even- and odd-mass plutonium isotopes within a four-dimensional Langevin framework*, *Phys. Rev. C*, **96**, 014606 (2017). <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.96.0146>.
14. B.D. Wilkins, E.P. Steinberg, R.R. Chasman, *Scission-point model of nuclear fission based on deformed-shell effects*, *Phys. Rev. C*, **14**, 1832 (1976).

در این پژوهش، متوسط انرژی تحریکی کل پاره‌های شکافت برای ایزوتوب‌های پلوتونیوم به کمک دو روش محاسبه شده است. اختلافاتی بین مقادیر محاسبه شده در دو روش مذکور وجود دارند که با تغییر پارامترهای شکافت در روش دوم نتایج به هم نزدیک‌تر شدند.

بیشترین مقدار متوسط انرژی تحریکی کل پاره‌های شکافت برای ایزوتوب‌های پلوتونیوم در ناحیه متقاضن رخ می‌دهد. همچنین با افزایش عدد جرمی بیشینه مقدار TXE افزایش می‌یابد.

همچنین توزیع انرژی تحریکی کل پاره‌های شکافت برای ایزوتوب‌های پلوتونیوم در ناحیه نامتقاضن یک منحنی ملایم است. مقدار این انرژی بین ۱۵ تا ۲۵ MeV است. اما این انرژی برای پاره‌های شکافت نزدیک به ناحیه متقاضن افزایش چشمگیری در حدود ۲۵ تا ۳۵ MeV می‌باشد.

مقدار فاصله مماسی دو پاره شکافت  $d$  در مدل‌های مختلف متفاوت انتخاب شده‌اند. در مدل‌های دینامیکی مقدار این فاصله بین ۳ تا ۷ فرمی در نظر گرفته می‌شود و در مدل سیستماتیکی مقدار  $d$  (دو برابر ویلکینز) یعنی ۲,۸۸ فرمی انتخاب شده است. مقادیر تغییر شکل پاره‌های شکافت مطابق مرجع [۹] انتخاب شده است که بهترین انتخاب است.

بهتر است مقدار انرژی شکافت  $E$  (یا انرژی برانگیختگی اولیه) برابر با انرژی ذره یا پرتو فرودی بعلاوه انرژی سیستم شکافت در لحظه برش در نظر گرفته شود.



15. A. Ruben, H. Marten, D. Seeliger, *Energy partition in nuclear fission*, *Z. Physik A - Hadrons and Nuclei*, **338**, 67-74 (1991). <https://doi.org/10.1007/BF01279116>.
16. P. Mehdipour Kaldiani, *Kinetic Energy Distribution for Photofission of light Actinides*, *Phys. Rev. C*, **102**, 044612 (2020).
17. C. Manailescu, et al., *Possible reference method of total excitation energy partition between complementary fission fragments*, *Nucl. Phys. A*, **867(1)**, 12-40 (2011).
18. C. Morariu, et al., *Modelling of the total excitation energy partition including fragment deformation and excitation energies at scission*, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.*, **39**, 055103 (2012).
19. J. Terrell, In: *Proceedings of Conf. AEA Symposium on Physics and Chemistry of Fission, Prompt neutrons from fission*, (IAEA, Salzburg, Austria, 1965), **45(4)**, 45008514 (1965).
20. P. Mehdipour Kaldiani, *Systematic Approach to Calculate the Total Kinetic Energy Distribution of Actinides for the Photofission on Phenomenon*, *Physics of Atomic Nuclei*, **84(1)**, 11-17 (2021).
21. V.Yu. Denisov, T.O. Margitych, I.Yu. Sedykh, *Mass yields and kinetic energy of fragments from fission of highly-excited nuclei with  $A \leq 220$* , *Nucl. Phys. A*, **958**, 101-128 (2017).
22. C. Karthika, M. Balasubramaniam, *Scission point model for the mass distribution of ternary fission*, *Eur. Phys. J. A*, **55(4)**, 59 (2019).
23. J. Blocki, et al., *A generalization of the Proximity Force Theorem*, *Annals of Physics*, **132(1)**, 53-65 (1981).
24. A. Bohr, B.R. Mottelson, *Nuclear structure*, Vol. II, (World Scientific, New York: Benjamin 1998).
25. H. Umezawa, S. Baba, H. Baba, *Systematic behaviour of the most probable charge in the medium-energy fission*, *Nucl. Phys. A*, **160(1)**, 65-98 (1971).
26. N. Sugarman, A. Turkevich, *Radiochemical Studies: The Fission Product*, edited by C. D. Coryell and N. Sugarman, (McGraw-Hill, New York, 1951), **3**, 1396 (1951).
27. G. Audi, A.H. Wapstra, C. Thibault, *The AME2003 atomic mass evaluation:(II). Tables, graphs and references*, *Nuclear physics A*, **729(1)**, 337-676 (2003).
28. H. Pasca, et al, *Extraction of potential energy in charge asymmetry coordinate from experimental fission data*, *Eur. Phys. J. A*, **52(12)**, 369 (2016).
29. A.V. Andreev, et al., *Possible explanation of fine structures in mass-energy distribution of fission fragments*, *Eur. Phys. J. A*, **22(1)**, 51–60 (2004).
30. J.F. Lemaître, et al., *Fully microscopic scission-point model to predict fission fragment observables*, *Phys. Rev C*, **99(3)**, 034612 (2019). doi:10.1103/physrevc.99.034612
31. A. Göök, et al., *Correlated mass, energy and angular distributions from bremsstrahlung-induced fission of  $^{234}\text{U}$  and  $^{232}\text{Th}$  in the energy region of the fission barrier*, *Phys. Rev. C*, **96(4)**, 044301 (2017).
32. P. Mehdipour Kaldiani, *Deformation Parameters and Collective Temperature Changes in Photofission Mass Yields of Actinides within the Systematic Statistical Scission Point Model*, *Front. Phys.*, **9**, 629978 (2021). doi: 10.3389/fphy.2021.629978.
33. H.W. Schmitt, J.H. Neiler, F.J. Walter, *Fragment Energy Correlation Measurements for  $^{252}\text{Cf}$  Spontaneous Fission and  $^{235}\text{U}$  Thermal-Neutron Fission*, *Phys. Rev.*, **141**, 1146 (1966).
34. M. Jamiati, P. Mehdipour Kaldiani, *The calculation of total fragment excitation energy for photofission of Uranium isotopes*, *Turkish Journal of Physics*, **44 (4)**, 364-372 (2020).
35. A. Tudora, et al., *Comparing different energy partitions at scission used in prompt emission model codes GEF and Point-by-Point*, *Nuclear Physics A*, **940**, 242–263 (2015).

**COPYRIGHTS**

©2021 The author(s). This is an open access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution (CC BY 4.0), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, as long as the original authors and source are cited. No permission is required from the authors or the publishers.



استناد به این مقاله

پیام مهدی‌پور کلدیانی، مجتبی جمعیتی (۱۴۰۱)، محاسبه انرژی تحریکی کل پاره‌های شکافت نوترونی ایزوتوب‌های بلوتونیوم و بررسی روش محاسبه سیستماتیک آن، ۱۰۱، ۱۴۷-۱۵۶

DOI: [10.24200/nst.2022.1456](https://doi.org/10.24200/nst.2022.1456)Url: [https://jonsat.nstri.ir/article\\_1456.html](https://jonsat.nstri.ir/article_1456.html)