



پیاده‌سازی الگوریتم ترابرد نوترون وابسته به زمان با استفاده از ردیابی بسته‌ای به روش مشخصه در دو بعد

سحر قاسمی نژاد^۱، کمال حداد^{*۱}، محمد هادی پرهمت^۲، عطاءاله ربیعی^۳

۱. دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شیراز، صندوق پستی: ۷۱۹۳۶۱۶۵۴۸، شیراز - ایران

۲. مرکز تحقیقات ایمنی دانشگاه شیراز، کدپستی: ۷۱۹۳۶۱۶۵۴۸، شیراز - ایران

۳. پژوهشکده راکتور و ایمنی هسته‌ای، پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای، سازمان انرژی اتمی ایران، صندوق پستی: ۱۴۱۵۵-۱۳۳۹، تهران - ایران

*Email: hadadk@shirazu.ac.ir

مقاله‌ی پژوهشی

تاریخ دریافت مقاله: ۱۴۰۱/۴/۲۵ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۱/۶/۱۴

چکیده

در این تحقیق به پیاده‌سازی الگوریتم اعمال شده برای حل معادله ترابرد نوترون وابسته به زمان دو بعدی، در یک محیط ناهمگن پرداخته شده است. یک الگوریتم ردیابی بسته‌ای جدید که در آن نوترون‌ها اجازه دارند مسیر طولانی‌تری را قبل از حذف از ساختار طی کنند، برای محاسبه گذرا به کار گرفته شده است. مشتق زمانی شار زاویه‌ای به عنوان منبع اصلی چالش در پیاده‌سازی معادله ترابرد نوترون گذرا مورد بررسی قرار گرفته و در آن دو حالت برای مشتق زمانی شار زاویه‌ای در نظر گرفته شده است: اول این که وابستگی زاویه‌ای مشتق زمانی شار حفظ می‌شود و در حالت دوم، تقریب شار اسکالر همسانگرد به مشتق زمانی اعمال می‌شود. در ادامه، تجزیه و تحلیل حساسیت در اندازه گام زمانی به عنوان یک پارامتر مؤثر برای دقت و هزینه محاسباتی بررسی شده است. برای بررسی سازگاری عددی الگوریتم ارائه شده و همچنین با توجه به نقش اساسی نوترون‌های تأخیری در فرایندهای گذرا، سه مدل ریاضی چندگروهی برای نوترون‌های تأخیری همراه با معادله ترابرد نوترون ارزیابی می‌شوند. برای صحت‌سنجی الگوریتم پیاده‌سازی شده، معیار معروف TWIGL مدل‌سازی شده و نتایج با کدهای MPACT و DeCART مقایسه شده است.

کلیدواژه‌ها: ترابرد نوترون وابسته به زمان، روش مشخصه، معیار صحت‌سنجی TWIGL، نوترون تأخیری

Implementation of the time dependent neutron transport algorithm in 2D utilizing modular ray tracing by method of characteristic framework

S. Ghaseminejad¹, K. Hadad^{*1}, M.H. Porhemmat³, A. Rabiee^{1,2}

1. School of Mechanical Engineering, Shiraz University, P.O.Box: 7193616548, Shiraz - Iran

2. Security Research Center, Shiraz University, Postalcode: 7193616548, Shiraz - Iran

3. Reactor and Nuclear Safety Research School, Nuclear Science and Technology Research Institute, AEOL, P.O.Box: 14155-1339, Tehran - Iran

Research Article

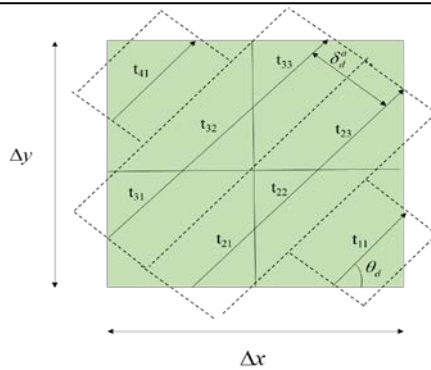
Received 16.7.2022, Accepted 5.9.2022

Abstract

This paper discusses the implementation of an algorithm for solving 2D time-dependent neutron transport equations in heterogeneous media. A novel modular ray tracing algorithm where neutrons are allowed to travel a longer path before being removed from the structure, is adopted for the transient calculation. The time derivative of angular flux is considered as a major source of challenges in implementing the neutron transport equation, in which two cases for the time derivative of angular flux are included, first, the angular dependency of the time derivative is preserved and second mode, isotropic scalar flux approximation is applied to the time derivative. Sensitivity analysis on time step size has been investigated as an effective parameter on both computational accuracy and cost. Investigating the compatibility of the proposed numerical algorithm as well as considering the substantial role of delayed neutrons in transient processes, three multigroup mathematical models for delayed neutrons are evaluated along with the neutron transport equation. For the implementation of the verification algorithm, the well-known TWIGL benchmark is modeled and the results are compared with MPACT and DeCART codes.

Keywords: Time dependent neutron transport, Characteristic method, TWIGL benchmark, Delayed neutron





شکل ۱. صفحه سمتی^۴ با ناحیه گسسته شده.

۱. مقدمه

اهمیت شبیه‌سازی فرایندهای گذرا برای دستیابی به محدوده کاری ایمن در طراحی رآکتورهای هسته‌ای نقش اساسی دارد. با توجه به مسأله قابل تعریف و امکانات محاسباتی، رفتار وابسته به زمان در رآکتورهای هسته‌ای را می‌توان تحت عناوین سینتیک و دینامیک مورد بررسی قرار داد [۱، ۲]. طبقه‌بندی سینتیک شامل فرایندهای گذرا در دوره‌های زمانی کوتاه از مرتبه ثانیه تا دقیقه است که تغییرات ایجاد شده در ترکیب سوخت نادیده گرفته می‌شود. از سوی دیگر، محاسبات دینامیک به حوزه‌ای گفته می‌شود که فرایندهای گذرا از مرتبه زمانی ساعت تا سال را مورد بررسی قرار می‌دهد. معادلات ترابرد و پخش نوترون، ابزارهای اساسی برای شبیه‌سازی رفتار وابسته به زمان در رآکتورهای هسته‌ای هستند [۳]. در قلب رآکتورهایی که سلول‌های مجاور حاوی مواد با تفاوت‌های قابل توجه در سطح مقطع می‌باشد، گرادیان زیاد شار در سلوهای مجاور باعث می‌شود که تقریب پخش کارایی خود را از دست بدهد، هم‌چنین خطای حاصل از همگن‌سازی سلولی برای آماده‌سازی محاسبات از طریق معادلات پخش نوترون در چنین قلب‌هایی با ناهمگنی بالا، قابل توجه می‌باشد، با توجه به مسائل ذکر شده رویکرد انجام محاسبات کل قلب با استفاده از معادله ترابرد امروزه مورد توجه قرار گرفته است [۴-۶].

روش‌های مختلفی برای حل معادلات ترابرد گذرا استفاده شده است، مانند روش SN^1 [۷] و روش احتمال برخورد CPM^2 [۸]. با توجه به ناهمگونی قابل توجه در طراحی پیکربندی قلب رآکتور هسته‌ای نسل جدید، علاقه به پیاده‌سازی معادله ترابرد نوترون با استفاده از روش مشخصه^۳ (MOC) به عنوان کاندیدای مطمئن در مقایسه با روش‌های دیگر وجود دارد [۹-۱۲].

در روش مشخصه در حالت پایدار، خطوط مشخصه مسیرهای ذرات نوترون را نشان می‌دهد که به طور مؤثر مناطق فضایی مجاور را به هم متصل می‌کند و امکان انتشار شارهای نوترونی را در این مناطق فراهم می‌کند (شکل ۱) [۱۳].

طبق شکل ۱ صفحه سمتی نیز توسط خطوط مشخصه با زاویه معین (θ_d) و فاصله خطوط (δ_d^a) گسسته می‌شود. هنگامی که روش مشخصه برای معادله ترابرد نوترون وابسته به زمان اعمال می‌شود، حرکت نوترون نسبت به زمان در طول مسیر بر روی خطوط مشخصه به راحتی قابل تعریف و پیگیری است. اگرچه روش مشخصه مکانی-زمانی مزیت افزایش دقت با ردیابی مستقیم ذرات و هم‌چنین حفظ ماهیت و فیزیک حرکت ذرات را دارد، اما منجر به افزایش زیادی در حافظه و هزینه محاسباتی در مقایسه با روش‌های گسسته زمانی متداول می‌شود [۱۴]. بنابراین اجرای این روش مستلزم استفاده از تقریب‌های مکانی و زمانی مناسب است. تحقیقات زیادی برای کاهش هزینه محاسباتی روش مشخصه و کاربرد آن در محاسبات ترابرد قلب انجام شده است [۱۵].

۲. تئوری

همان‌طور که در بخش مقدمه ذکر شد، هدف اصلی این تحقیق توسعه روش مشخصه وابسته به زمان، سپس پیاده‌سازی و اعتبارسنجی این روش برای ارزیابی کاربرد آن برای یک ساختار بحرانی دویعدی است. برای فراهم کردن شرایط اولیه در محاسبات گذرا، معادله ترابرد باید در حالت پایدار حل شود. با توجه به نحوه پیاده‌سازی عددی مشتق زمانی شار زاویه‌ای، چندین دیدگاه ممکن در مورد این مسأله بررسی شده است. در این تحقیق، روش تتا^۵ در نظر گرفته شده است [۱۶].

استخراج معادله ترابرد نوترون وابسته به زمان به روش مشخصه از معادله عمومی بولتزمن که نظریه جنبشی گازها را توصیف می‌کند، شروع می‌شود. ترابرد نوترون در امتداد خط مشخصه (S) که در آن مکان، انرژی و جهت گسسته شده‌اند، به صورت معادله زیر است.

1. Discrete Ordinate
2. Collision Probability Method
3. Method of Characteristic (MOC)

4. Azimuthal Plane

5. Theta Method



$$\frac{d\Phi_{d,k}^{i,g}(s)}{ds}\Big|_{T+1} + \bar{\Sigma}_{tr}^{i,g} \Phi_{d,k}^{i,g}(s)\Big|_{T+1} = \bar{Q}_d^{i,g}, \quad (۴)$$

که در آن سطح مقطع ترابرد مؤثر و عبارت‌های چشمه نوترونی به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$\bar{\Sigma}_{tr}^{i,g} = \left(\frac{1}{V^g \Delta t \theta} + \bar{\Sigma}_{tr}^{i,g} \right). \quad (۵)$$

$$\begin{aligned} \bar{Q}_d^{i,g} = & \left(\frac{1}{\theta} - 1 \right) \bar{Q}^{i,g} \Big|_T + \bar{Q}^{i,g} \Big|_{T+1} \\ & + \left[\frac{1}{V^g \Delta t \theta} - \left(\frac{1}{\theta} - 1 \right) \bar{\Sigma}_{tr}^{i,g} \right] \Phi_{d,k}^{i,g}(s) \Big|_T \\ & - \left(\frac{1}{\theta} - 1 \right) \frac{d}{ds} \Phi_{d,k}^{i,g}(s) \Big|_T, \end{aligned} \quad (۶)$$

$$\bar{Q}^{i,g} \Big|_T = \bar{Q}_{scatter}^{i,g} \Big|_T + \bar{Q}_{prompt}^{i,g} \Big|_T + \bar{Q}_{delay}^{i,g} \Big|_T, \quad (۷)$$

$$\bar{Q}_{scatter}^{i,g} \Big|_T = \frac{1}{4\pi} \sum_{g'=1}^G \bar{\Sigma}_s^{i,g' \rightarrow g} \bar{\phi}^{i,g'} \Big|_T, \quad (۸)$$

$$\bar{Q}_{prompt}^{i,g} \Big|_T = \frac{1}{4\pi} \chi_p^g (1 - \beta) \sum_{g'=1}^G \bar{\nu} \bar{\Sigma}_f^{i,g'} \bar{\phi}^{i,g'} \Big|_T, \quad (۹)$$

$$\bar{Q}_{delay}^{i,g} \Big|_T = \frac{1}{4\pi} \chi_d^g \sum_{\ell} \lambda_{\ell} \bar{C}_{\ell}^i \Big|_T, \quad (۱۰)$$

با تغییر شاخص T به T+1، همان روابط برای حالت ضمنی به دست می‌آید، با این تفاوت که چشمه نوترون‌های تأخیری به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{delay}^{i,g} \Big|_{T+1} = & \frac{1}{4\pi} \chi_d^g \sum_{\ell} \lambda_{\ell} \{ \gamma_{\ell} \bar{C}_{\ell}^i \Big|_T \\ & + \gamma_{\ell} \beta_{\ell} \Delta t \sum_{g'=1}^G \bar{\nu} \bar{\Sigma}_f^{i,g'} \bar{\phi}^{i,g'} \Big|_{T+1} \}, \end{aligned} \quad (۱۱)$$

که در آن $\gamma_{\ell} = (1 + \lambda_{\ell} \Delta t)^{-1}$

همان‌طور که در معادله (۱) مشاهده می‌شود، سطح مقطع ترابرد توسط عبارت $\frac{1}{V^g \Delta t \theta}$ تقویت شده است. طبق ادعای کد های ترابرد نوترون MPACT [۱۷] و DeCART [۱۸]، این تقویت سطح مقطع ترابرد عامل ناپایداری معرفی شده است، علت ذکر شده، پدیدار شدن سطح مقطع تقویت در عامل نمای در معادلات روش MOC می‌باشد که بر روند تضعیف شار نوترون تأثیر می‌گذارد. بدیهی است که معادله (۱) شبیه معادله

$$\begin{aligned} \frac{1}{V^g} \frac{\partial}{\partial t} \Phi_{d,k}^{i,g}(t) = & - \frac{\partial}{\partial s} \Phi_{d,k}^{i,g}(t) - \bar{\Sigma}_{tr}^{i,g}(t) \Phi_{d,k}^{i,g}(t) \\ & + \frac{1}{4\pi} \left[\sum_{g'=1}^G \bar{\Sigma}_s^{i,g' \rightarrow g}(t) \bar{\phi}^{i,g'}(t) \right. \\ & + \chi_p^g (1 - \beta) \sum_{g'=1}^G \bar{\nu} \bar{\Sigma}_f^{i,g'}(t) \bar{\phi}^{i,g'}(t) \\ & \left. + \chi_d^g \sum_{\ell} \lambda_{\ell} \bar{C}_{\ell}^i(t) \right], \end{aligned} \quad (۱)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \bar{C}_{\ell}^i(t) = \beta_{\ell} \sum_{g'=1}^G \bar{\nu} \bar{\Sigma}_f^{i,g'}(t) \bar{\phi}^{i,g'}(t) - \lambda_{\ell} \bar{C}_{\ell}^i(t). \quad (۲)$$

که در آن Φ ، Σ_{tr} ، Σ_s ، Σ_f و χ به ترتیب بیانگر شار زاویه‌ای، سطح مقطع ترابرد، سطح مقطع پراکندگی، سطح مقطع شکافت، سرعت نوترون و طیف نوترون‌های حاصل از شکافت خواهند بود. علاوه بر این، i ، g ، d و k به ترتیب شماره سلول، انرژی، جهت و شماره خطوط مشخصه را نشان می‌دهند. در معادله (۲)، C_{ℓ}^i غلظت نیا هسته‌های نوترون تأخیری برای گروه تأخیری ℓ و λ_{ℓ} متوسط ثابت واپاشی برای هسته در گروه ℓ می‌باشد.

چندین رویکرد برای حل این معادلات جفت شده وجود دارد، مهم‌ترین مسأله نحوه برخورد با مشتق زمانی شار زاویه‌ای است. شار زاویه‌ای با تعداد زیادی متغیر مستقل، بزرگ‌ترین سربار محاسباتی را در اجرای عددی معادله ترابرد تحمیل می‌کند [۱۵].

در این تحقیق روش تتا برای حل معادلات گذرا استفاده شده است که در آن دامنه زمانی با روش اختلاف محدود^۱ به تعداد معینی از گام‌های زمانی تقسیم می‌شود. شکل کلی معادله ترابرد نوترون با استفاده از روش تتا در زیر نشان داده شده است:

$$\frac{\Phi_g^{T+1} - \Phi_g^T}{V^g \Delta t_T} = \theta R_g^{d,T+1} + (1 - \theta) R_g^{d,T}, \quad (۳)$$

در معادله (۳)، θ یک ضریب وزنی می‌باشد که در بازه صفر تا یک قابل تغییر است، هم‌چنین عبارت‌های باقی‌مانده $R_g^{d,T}$ و $R_g^{d,T+1}$ به ترتیب به حالات صریح^۲ و ضمنی^۳ اشاره دارد. با بسط روابط باقی‌مانده‌ها و جایگزینی آن‌ها در معادله (۳)، معادله زیر به دست می‌آید:

1. Finite Difference Method
2. Explicit
3. Implicit



رایج‌ترین تقریب مورد استفاده این است که مشتق زمانی شار زاویه‌ای را همسانگرد در نظر بگیریم و آن را با شار اسکالر تقریب کنیم.

$$\frac{\partial}{\partial t} \phi(\vec{r}, E, t) \approx \frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial t} \Phi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t). \quad (15)$$

دو مسأله مهم در این رویکرد وجود دارد. اول این‌که، ذخیره شار اسکالر برای استفاده در مرحله زمانی بعدی به حافظه بسیار کم‌تری نسبت به شار زاویه‌ای نیاز دارد. ثانیاً، از آن‌جایی که تقریب در اختلاف شار اعمال می‌شود و نه برای خود شار زاویه‌ای، تأثیر زیادی در دقت ندارد. با جایگزینی معادله (۱۵) در معادله (۱۰)، فرم جدید تعریف شده معادله (۱۰) به شرح زیر می‌باشد.

$$\frac{d\Phi_{d,k}^{i,g}(s)}{ds} \Big|_{T+1} + \bar{\Sigma}_{tr}^{i,g} \Phi_{d,k}^{i,g}(s) \Big|_{T+1} = \bar{Q}_d^{i,g} \quad (16)$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود در این حالت تقویت سطح مقطع ترابرد رخ نمی‌دهد، از این‌رو عبارت چشمه همسانگرد جدید در حالت ضمنی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\bar{Q}_d^{i,g} = \bar{Q}^{i,g} \Big|_{T+1} - \frac{1}{4\pi} \left(\frac{\phi^{i,g} \Big|_{T+1} - \phi^{i,g} \Big|_T}{V^g \Delta t} \right). \quad (17)$$

در این مطالعه، برای تکمیل معادله جفت شده سینتیک رآکتور، سه تقریب به معادله نیاخته‌ها اعمال می‌شود. اول، گسسته‌سازی ضمنی مشتق زمانی نیاخته‌ها،

$$\frac{\bar{C}_\ell^i \Big|_{T+1} - \bar{C}_\ell^i \Big|_T}{\Delta t} = \beta_\ell \sum_{g=1}^G \nu \bar{\Sigma}_f^{i,g} \bar{\phi}^{i,g} \Big|_{T+1} - \lambda_\ell \bar{C}_\ell^i \Big|_{T+1}. \quad (18)$$

با ساده‌سازی معادله بالا برحسب $\bar{C}_\ell^i \Big|_{T+1}$ معادله زیر به دست می‌آید.

$$\bar{C}_\ell^i \Big|_{T+1} = \gamma_\ell \bar{C}_\ell^i \Big|_T + \gamma_\ell \beta_\ell \Delta t \sum_{g=1}^G \nu \bar{\Sigma}_f^{i,g} \bar{\phi}^{i,g} \Big|_{T+1}, \quad (19)$$

که در آن، $\gamma_\ell = (1 + \Delta t \lambda_\ell)^{-1}$.

در حالت‌های دوم و سوم، فرض می‌شود که شار اسکالر به ترتیب به صورت خطی و درجه دوم در یک گام زمانی تغییر می‌کند. اگر بسط خطی باشد، غلظت نیاخته‌ها به صورت زیر به

مشخصه در حالت پایدار است و می‌تواند با انتگرال‌گیری بر روی متغیر مکانی حل شود، که حل کلی آن به شرح زیر است:

$$\Phi_{d,k}^{i,g}(s) \Big|_{T+1} = \Phi_{d,k}^{i,g} \Big|_{in}^{T+1} e^{-\bar{\Sigma}_{tr}^{i,g} [s-s_{in}]} + \int_{s_{in}}^s \left[\bar{Q}^{i,g} + \frac{1}{V^g \Delta t} \Phi_{d,k}^{i,g}(s') \right] e^{-\bar{\Sigma}_{tr}^{i,g} [s'-s_{in}]} ds'. \quad (12)$$

با در نظر گرفتن حالت ضمنی ($\theta = 1$) معادله (۱۰) به فرم زیر بازنویسی می‌شود:

$$\Phi_{d,k}^{i,g}(s) \Big|_{T+1} = \Phi_{d,k}^{i,g} \Big|_{in}^{T+1} e^{-\bar{\Sigma}_{tr}^{i,g} [s-s_{in}]} + \int_{s_{in}}^s \left[\bar{Q}^{i,g} \right] e^{-\bar{\Sigma}_{tr}^{i,g} [s'-s_{in}]} ds'. \quad (13)$$

همان‌طور که در معادله (۱۰) مشاهده می‌شود، شار زاویه‌ای، $\Phi_{d,k}^{i,g}(s) \Big|_T$ ، ظاهر شده است و اعمال تقریب برای انجام انتگرال ضروری می‌باشد. در این مطالعه، از تقریب شار زاویه‌ای ثابت استفاده شده است، به این معنی که توزیع شار زاویه‌ای بر روی یک مسیر مشخص ثابت در نظر گرفته می‌شود. بنابراین، معادله (۱۰) برای یک شار زاویه‌ای ثابت به صورت زیر بازنویسی می‌شود،

$$\Phi_{d,k}^{i,g}(s) \Big|_{out}^{T+1} = \Phi_{d,k}^{i,g} \Big|_{in}^{T+1} e^{-\bar{\Sigma}_{tr}^{i,g} \Delta s_{d,k}} + \frac{1}{\bar{\Sigma}_{tr}^{i,g}} \left[\bar{Q}^{i,g} + \frac{1}{V^g \Delta t} \bar{\Phi}_{d,k}^{i,g} \Big|_T \right] \left(1 - e^{-\bar{\Sigma}_{tr}^{i,g} \Delta s_{d,k}} \right), \quad (14)$$

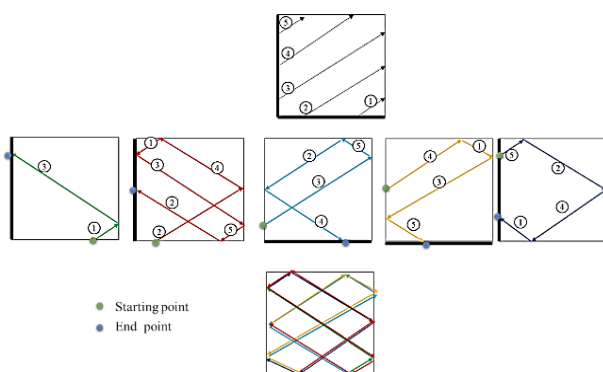
که در آن $\bar{\Phi}_{d,k}^{i,g} \Big|_T$ معادل شار زاویه‌ای متوسط بر روی خطوط مشخصه k در گام زمانی قبلی می‌باشد. از آن‌جایی که در این تقریب‌ها، شار وابستگی زاویه‌ای خود را حفظ می‌کند و همگن‌سازی زاویه‌ای انجام نمی‌شود، دقت حل برای مسائل با ناهمسانگردی بالا حفظ می‌شود. از طرف دیگر در هر مرحله زمانی، شار زاویه‌ای باید برای مرحله زمانی بعدی ذخیره شود که باعث مصرف زیادی از حافظه می‌شود و هزینه محاسباتی را افزایش می‌دهد. با توجه به این دو ویژگی و میزان دقت مورد نیاز برای مسأله مورد مطالعه، تقریب برای شار زاویه‌ای اجتناب‌ناپذیر است.



نقش $\frac{1}{V^g \Delta t}$ در شرایط احتمال برخورد $(1 - e^{-\sum_{tr}^{i,g} \Delta s_{d,k}})$

و عدم احتمال برخورد $(e^{-\sum_{tr}^{i,g} \Delta s_{d,k}})$ را می‌توان به صورت زیر توضیح داد. هنگامی که Δt به طور دلخواه کوچک تعریف می‌شود، طبق معادله (۱)، $\frac{1}{V^g \Delta t}$ بسیار بزرگ‌تر از $\sum_{tr}^{i,g}$ است، بنابراین اثرات مواد مربوطه در حل معادله ترابرد وابسته به زمان از بین می‌رود. اگر اندازه گام زمانی تعیین شده برای پیمودن طول خط مشخصه توسط نوترون از مقدار حاصل از رابطه (طول مسیر $\Delta s = \Delta t$) کوچک‌تر باشد، نوترون بدون هیچ‌گونه واکنشی و به‌طور غیرواقعی از محاسبه حذف می‌شود. بنابراین، اندازه گام زمانی نباید کم‌تر از مقدار آستانه باشد. با توجه به این‌که نوترون‌های حرارتی با کم‌ترین سرعت به طولانی‌ترین گام‌های زمانی برای عبور از طول Δs نیاز دارند، تعیین حداقل آستانه در گام زمانی توسط سرعت نوترون‌های حرارتی محدود می‌شود.

طول مسیر پارامتری است که اهمیت روش ردیابی بسته‌ای را تعیین می‌کند. اگر روش ردیابی بسته‌ای به ذره اجازه می‌دهد تا مسیر طولانی‌تری را در نتیجه پراکندگی قبل از جذب یا نشت محیط طی کند، بر این اساس یک مرحله زمانی بزرگ‌تر می‌تواند در نظر گرفته شود. گام زمانی بزرگ‌تر، از حذف نوترون در نتیجه واکنش‌های غیرواقعی جلوگیری می‌کند، که اگر گام زمانی کوچک بود می‌توانست رخ دهد. این شرایط تخمین بهتری از شار نوترون ارائه می‌دهد و به پایداری روش همان‌طور که توضیح داده شد کمک می‌کند. همان‌طور که در شکل ۲ نشان داده شده است [۲۰]، ردیابی بسته‌ای جدید ما بزرگ‌ترین طول مسیر ممکن را در طول حرکت نوترون برای جاروب کردن ساختار تعریف شده فراهم می‌کند.



شکل ۲. الگوریتم جاروب ردیابی بسته‌ای جدید.

دست می‌آید که با عنوان time-integrated شناخته می‌شود [۱۹].

$$\begin{aligned} \bar{C}_\ell^i(s) \Big|^{T+\Delta t} &= \bar{C}_\ell^i(s) \Big|_T e^{-\lambda_\ell \Delta t} \\ &+ \beta \sum_g v \bar{\Sigma}_f^{i,g} \left[\left(\frac{1}{\lambda_\ell} \right) \left(1 - \frac{1 - e^{-\lambda_\ell \Delta t}}{\lambda_\ell \Delta t} \right) \bar{\phi}^{i,g}(s) \Big|^{T+\Delta t} \right. \\ &\left. + \left(\frac{1}{\lambda_\ell} \right) \left(\frac{1 - e^{-\lambda_\ell \Delta t}}{\lambda_\ell \Delta t} - e^{-\lambda_\ell \Delta t} \right) \bar{\phi}^{i,g}(s) \Big|_T \right]. \end{aligned} \quad (20)$$

با اعمال بسط درجه دوم غلظت نیاهسته، نوترون‌های تأخیری به صورت زیر تعیین می‌شوند:

$$\begin{aligned} S_d \Big|_{T+\Delta t} &= \sum_{\ell=1}^L \lambda_\ell C_\ell \Big|_T e^{\lambda_\ell \Delta t} + \sum_{t=T-\Delta t}^{T+\Delta t} \sum_{\ell=1}^L \beta_\ell \Omega_\ell \psi^t \\ &\equiv \tilde{S}_d \Big|_{T+\Delta t} \omega \Big|_{T+\Delta t} \psi \Big|_{T+\Delta t} \end{aligned} \quad (21)$$

جزئیات بحث در مورد این نوترون‌های تأخیری به‌طور کامل در کتابچه راهنمای تئوری PARCS ارائه شده است [۱۶].

۱.۲ مسائل مهم در الگوریتم‌های ترابرد نوترون گذرا

در مطالعه حاضر، دو موضوع مهم در پیاده‌سازی روش ترابرد نوترون گذرا در نظر گرفته شده است. اول، معیارهای پایداری ردیابی بسته‌ای^۱، و دوم، بررسی الگوریتم برای حل ترابرد نوترون وابسته به زمان.

۱.۱.۲ معیارهای پایداری ردیابی بسته‌ای

با بازنویسی حل نهایی در معادله (۱۴)، معادله زیر به دست می‌آید.

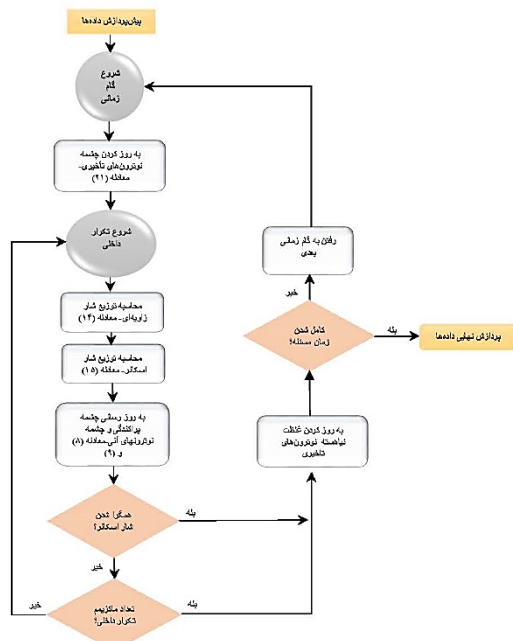
$$\begin{aligned} \Phi_{d,k}^{i,g}(s) \Big|_{out}^{T+\Delta t} &= \Phi_{d,k}^{i,g} \Big|_{in}^{T+\Delta t} e^{-\sum_{tr}^{i,g} \Delta s_{d,k}} \rightarrow 1 \\ &+ \frac{\bar{Q}_{d,k}^{i,g}}{\sum_{tr}^{i,g}} \left(1 - e^{-\sum_{tr}^{i,g} \Delta s_{d,k}} \right) \rightarrow 2 \\ &+ \frac{1}{V^g \Delta t} \bar{\Phi}_{d,k}^{i,g} \Big|_T \left(1 - e^{-\sum_{tr}^{i,g} \Delta s_{d,k}} \right) \rightarrow 3 \end{aligned} \quad (22)$$

که در آن

۱. ترم شارش نوترون
۲. ترم چشمه نوترون
۳. ترم از بین رفتن نوترون می‌باشد.

1. Modular Ray Tracing





شکل ۳. الگوریتم محاسباتی روش مشخصه ضمنی (Backward Differenced) الگوریتم ۱ و الگوریتم ۲.

شکل ۴ یک چهارم ساختار مقارن را برای معیار TWIGL_2G نشان می‌دهد که از سه ناحیه همگن تشکیل شده است: ناحیه در معرض اختلال^۴ به عنوان ناحیه ۱، ناحیه بدون اختلال^۵ به عنوان ناحیه ۲، و ناحیه (ناحیه ۳) خنثی^۶ که قلب را از همه طرف احاطه کرده است. شرایط مرزی نیز در شکل ۴ نشان داده شده است [۹].

پارامترهای گذرا و سلسله مراتب زمانی وارد شدن تغییرات راکتیویته برای این مسئله به ترتیب در جدول ۱ و جدول ۲ آورده شده است [۱۷]. تغییر در قدرت به دلیل تغییر در سطح مقطع جذب^۷ است. وقتی سطح مقطع جذب کاهش می‌یابد، توان به حداکثر مقدار خود در ۰/۲ ثانیه افزایش می‌یابد و در حالت‌های بعدی که سطح مقطع جذب افزایش می‌یابد، توان در نتیجه راکتیویته ورودی پله^۸ و شیب^۹ کاهش می‌یابد تا به حداقل مقدار خود در ۰/۴ ثانیه برسد. با برگرداندن ساختار قلب به حالت اولیه، توان گذرا مقدار اولیه خود را در حالت نهایی به دست می‌آورد (شکل ۵).

جدول ۳ موارد احتمالی را به عنوان ترکیبی از دستگاه‌های زاویه‌ای (quadrature sets) و روش‌های پیاده‌سازی نوترون تأخیری نشان می‌دهد.

۲.۱.۲ بررسی الگوریتم برای حل ترابرد نوترون وابسته به زمان

از آنجایی که معادله ترابرد وابسته به زمان یک معادله مقدار ویژه نیست، تفاوت‌هایی را در پیاده‌سازی الگوریتم نسبت به حالت پایدار دارد.

الگوریتم حالت پایدار از دو بخش تکرار درونی^۱ و تکرار بیرونی^۲ تشکیل شده است. در تکرار داخلی، کرنل ترابرد و چشمه پراکندگی به‌روزرسانی می‌شوند و در تکرار بیرونی، چشمه شکافت که از آن مقدار ویژه کرنل که محاسبه شده است، به‌روزرسانی می‌شود. کاربرد این فرایند در حالت وابسته به زمان مناسب نیست.

برای ترابرد نوترون وابسته به زمان، توجه به دو نکته بسیار مهم است. اول، چشمه گذرا (معادله (۲۱)) باید قبل از حل ترابرد به روز شود. دوم، بر خلاف حالت پایدار، چشمه پراکندگی و چشمه نوترونی شکافت سریع به طور هم‌زمان به روز می‌شوند. به‌روزرسانی هم‌زمان نوترون‌های سریع و تأخیری در الگوریتم پیشنهادی توسط تیلاور ارائه شده است [۴]، که توسط تالامو نیز مطالعه شده است [۵]. این الگوریتم برای سباز گام زمانی بزرگ‌تر از ۰/۰۰۱ ثانیه ($\Delta t \geq 0.001s$) منجر به نتایج غیرعادی برای معیار صحت‌سنجی TWIGL_2G می‌شود.

به طور کلی، دو الگوریتم مبنی بر ردیابی بسته‌ای جدید در این مطالعه پیاده‌سازی شده‌اند: الگوریتم ۱ با الگوریتمی شبیه حالت پایدار که در آن ترم‌های چشمه به روش متفاوت ذکر شده با حالت پایدار به‌روزرسانی می‌شود، و تقریبی بر مشتق زمانی شار زاویه‌ای اعمال نمی‌شود. نتایج این الگوریتم تأیید می‌کنند که سطح مقطع ترابرد تقویت شده علی‌رغم ادعای کد DeCART باعث ناپایداری نمی‌شود. الگوریتم ۲ مشابه الگوریتم ۱ است، با این تفاوت که مشتق زمانی شار زاویه‌ای با شار اسکالر تقریب زده می‌شود. شکل ۳ الگوریتم‌های گذرا پیاده‌سازی شده را نشان می‌دهد که DTRANMOC^۲ نامیده می‌شوند.

۳. تحلیل نتایج

۱.۳ مسئله TWIGL 2G

برای صحت‌سنجی کد ترابرد نوترون وابسته به زمان پیاده‌سازی شده، یک رویداد آغاز شده با راکتیویته^۳ مرجع، معیار صحت‌سنجی شناخته شده TWIGL_2G، شبیه‌سازی شده و نتایج با کدهای شناخته شده DeCART و MPACT مقایسه شده است.

4. Perturbed seed
5. Unperturbed Seed
6. Blanket
7. Capture Cross Section
8. Step
9. Ramp

1. Inner Iteration
2. Outer Iteration
3. Reactivity Initiated Scenario

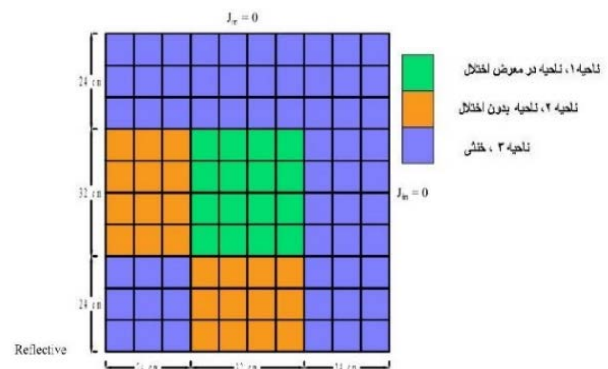


جدول ۴. مشخصات پارامترهای عمومی برای TWIGL_۲G

پارامترها	مقدار
فاصله خطوط، (cm)	۰٫۰۳
تعداد ناحیه flat source	۱۶۰×۱۶۰
اندازه مش، (cm)	۰٫۵

جدول ۵. مقدار ضریب تکثیر (k_{eff}) برای حالت پایا برای معیار TWIGL_۲G

کد	k_{eff}
DeCART	۰٫۹۱۶۰۵
MPACT	۰٫۹۱۶۰۱
۲DTRANMOC	۰٫۹۱۶۰۱



شکل ۴. هندسه برای مسئله دو بعدی TWIGL_۲G.

جدول ۱. پارامترهای گذرا برای مسئله TWIGL_۲G

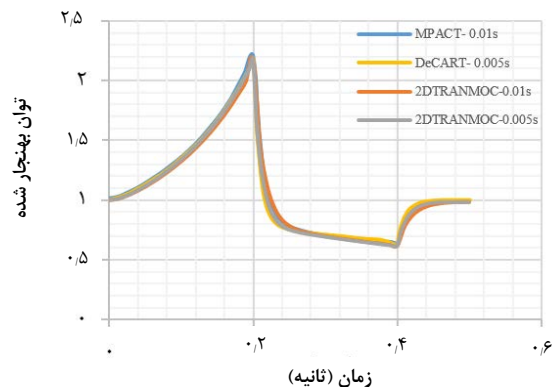
پارامترها	مقادیر
تعداد نیا هسته‌های نوترون تأخیری	۱
ثابت واپاشی (λ)، sec^{-1}	۰٫۰۸
کسر نوترون‌های تأخیری (β)	۰٫۰۰۶۴
سرعت نوترون، cm/sec	1.0×10^8
طیف نوترون‌های تأخیری	۱٫۰، ۰٫۰
زمان شبیه‌سازی، sec	۰٫۵

جدول ۲. سلسله مراتب زمانی وارد شدن تغییرات راکتیویته

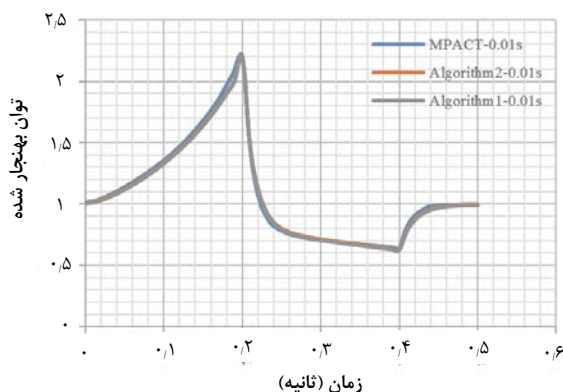
شرح	زمان	ترکیب	زمان	ترکیب	نهایی
تغییر خطی	۰٫۰	۱	۰٫۲	۴	
تغییر پله	۰٫۲	۴	۰٫۲۰۰۰۱	۵	
تغییر خطی	۰٫۲۰۰۰۱	۵	۰٫۴	۶	
تغییر پله	۰٫۴	۶	۰٫۴۰۰۰۱	۱	

جدول ۳. حالت‌های مورد مطالعه برای معیار صحت‌سنجی TWIGL_۲G

روش‌های غلظت نیا هسته	S_A	
	Legendre-chebyshev	Level Symmetric
Quadratic	۰٫۱	۰٫۰
Time -integrated	۰٫۳	۰٫۲
Implicit	۰٫۵	۰٫۴



شکل ۵. مقایسه توان بهنجار شده برای معیار TWIGL_۲G - حالت ۰٫۱



شکل ۶. مقایسه توان بهنجار شده برای معیار TWIGL_۲G - حالت ۰٫۴

تجزیه و تحلیل حساسیت برای پارامترهای مکانی و زاویه‌ای در حالت پایدار انجام شده است و مقادیر نهایی برای تجزیه و تحلیل گذرا اعمال شده است.

همان‌طور که قبلاً ذکر شد، در این مطالعه از سه روش غلظت نیا هسته استفاده می‌شود. مقایسه پیک توان برای این روش‌ها و دو نوع دستگاه زاویه‌ای (quadrature set) در جدول ۶ قابل مشاهده است. مقایسه نتایج برای دو گام زمانی مختلف نیز در جدول ۷ نشان داده شده است. علاوه بر این، یک مقایسه کلی بین الگوریتم ۲ از کد ۲DTRANMOC و کدهای مختلف برای سائز گام‌های زمانی مختلف در جدول ۸ آورده شده است.

جدول ۴ مشخصات شبکه‌بندی ردیابی را برای معیار TWIGL_۲G در حالت‌های گذرا نشان می‌دهد جدول ۵ مقدار k_{eff} به دست آمده در حالت پایدار بین کدهای ۲DTRANMOC، MPACT و DeCART را نشان می‌دهد. به‌علاوه شکل ۵ روند توان قلب را در طول تغییرات راکتیویته با سائز گام‌های زمانی مختلف نشان می‌دهد.

همان‌طور که قبلاً ذکر شد، در این مطالعه دو الگوریتم مورد بررسی قرار گرفته است. شکل ۵ به الگوریتم ۲ اشاره دارد و شکل ۶ نتایج به دست آمده از الگوریتم‌های ۱ و ۲ را نشان می‌دهد.



جدول ۸. مقایسه پیک قدرت برای معیار TWIGL_2G با گام زمانی ۰/۰۱ ثانیه

DeCART	MPACT	۲DTRANMOC (حالت ۰۱)	۲DTRANMOC (حالت ۰۱)
اندازه گام			
زمانی (ثانیه)	۰/۰۰۵	۰/۰۰۵	۰/۰۱
پیک قدرت	۲/۱۸۳	۲/۱۹۲	۲/۱۸۰

جدول ۹. مقایسه پیک قدرت برای معیار TWIGL_2G با گام زمانی ۰/۰۱ ثانیه (حالت ۰۴)

الگوریتم	پیک قدرت (ثانیه ۰/۲)
۱	۲/۱۹۲۰۸
۲	۲/۱۹۲۰۲

جدول ۱۰. حافظه مورد نیاز برای الگوریتم‌های ارائه شده برای معیار TWIGL_2G

الگوریتم	حافظه (MB)
۱	۷۶۱/۷
۲	۳۸۰/۶

مقایسه پیک قدرت قلب بین الگوریتم ۱ و الگوریتم ۲ در جدول ۹ آورده شده است. همان‌طور که در جدول ۱۰ نشان داده شده است الگوریتم ۲ به حافظه کمتری نیاز دارد.

توان بهنجار شده متوسط ناحیه‌ای برای گام زمانی ۱۰ میلی‌ثانیه در جدول ۱۱ نشان می‌دهد که ۲DTRANMOC با DeCART با خطای کمتر از ۰/۰۲٪ و با MPACT با خطای کمتر از ۰/۱۲٪ تطابق خوبی دارد.

جدول ۶. مقایسه پیک قدرت برای معیار TWIGL_2G با گام زمان ۰/۰۱ ثانیه (حالت ۰۰، حالت ۰۱، حالت ۰۲، حالت ۰۳، حالت ۰۴ و حالت ۰۵)

روش‌های غلظت نیا هسته	پیک قدرت (ثانیه ۰/۲)
Legendre-chebyshev	Level Symmetric
Implicit	۲/۱۸۵۱۴
Time -integrated	۲/۱۸۳۶۵
Quadratic	۲/۱۸۳۷۷

جدول ۷. مقایسه پیک قدرت برای معیار TWIGL_2G با گام زمانی ۰/۰۱ ثانیه (حالت ۰۱)

گام زمانی (ثانیه)	پیک قدرت
۰/۰۰۵	۲/۱۸۰۷۲
۰/۰۱	۲/۱۸۳۷۷

جدول ۱۱. توان متوسط‌گیری شده بر روی هر ناحیه برای معیار TWIGL_2G

DeCART (۰/۰۰۵)	MPACT (۰/۰۰۲۵)	۲DTRANMOC (۰/۰۱)	زمان (ثانیه)	ناحیه	توان
درصد اختلاف	توان	درصد اختلاف	توان	توان	توان
۰/۰۱	۱/۵۷۰۳	۰/۰۳	۱/۵۶۹۹	۱	۱/۵۷۰۲
۰/۰۱	۱/۹۹۴۱	۰/۰۵	۱/۹۹۳۵	۲	۱/۹۹۴۰
۰/۰۰	۰/۴۵۰۴	۰/۰۲	۰/۴۵۰۶	۳	۰/۴۵۰۴
۰/۰۱	۱/۶۱۸۴	۰/۰۱	۱/۶۱۸۳	۱	۱/۶۱۸۴
۰/۰۲	۱/۹۶۹۶	۰/۰۶	۱/۹۶۹۰	۲	۱/۹۶۹۶
۰/۰۰	۰/۴۴۷۲	۰/۰۳	۰/۴۴۷۵	۳	۰/۴۴۷۲
۰/۰۰	۱/۵۲۵۶	۰/۰۱	۱/۵۲۵۵	۱	۱/۵۲۵۶
۰/۰۱	۲/۰۱۶۹	۰/۰۵	۲/۰۱۶۵	۲	۲/۰۱۷۰
۰/۰۰	۰/۴۵۳۰	۰/۰۳	۰/۴۵۳۳	۳	۰/۴۵۳۰
۰/۰۱	۱/۵۶۸۸	۰/۱۰	۱/۵۶۹۹	۱	۱/۵۶۸۹
۰/۰۱	۱/۹۹۴۶	۰/۱۲	۱/۹۹۳۵	۲	۱/۹۹۴۷
۰/۰۰	۰/۴۵۰۴	۰/۰۲	۰/۴۵۰۶	۳	۰/۴۵۰۴

۴. نتیجه‌گیری

مقایسه با الگوریتم‌های گذرا شبیه حالت پایدار پیشنهادی، پایدار است [۴]. علاوه بر این، علی‌رغم تقویت سطح مقطع ترابرد در الگوریتم ۱، پایداری آن حفظ می‌شود [۹، ۱۷]. در الگوریتم ۲، با اعمال تقریب به مشتق زمانی شار زاویه‌ای، هزینه محاسباتی برای ذخیره شار زاویه‌ای به طور قابل توجهی کاهش می‌یابد. سه روش عددی برای اجرای غلظت تأخیری نوترون بررسی شده‌اند. دو نوع دستگاه زاویه‌ای (angular quadrature sets) نیز در این مطالعه بررسی شده است. طبق نتایج ذکر شده تمامی این روش‌ها با الگوریتم‌های ارائه داده شده سازگاری لازم را دارا می‌باشند. در نهایت، برای تأیید الگوریتم‌های پیاده‌سازی شده، معیار صحت‌سنجی TWIGL با دو گروه انرژی شبیه‌سازی شده است.

این مطالعه به بررسی الگوریتم‌هایی برای حل معادله ترابرد نوترون وابسته به زمان با استفاده از روش مشخصه می‌پردازد. در این راستا، روش ردیابی بسته‌ای، که قبلاً در حالت پایدار پیاده‌سازی شده بود، برای کرنل مشخصه وابسته به زمان پیاده‌سازی شده است. در این الگوریتم‌ها اندازه گام زمانی به عنوان عامل محدودکننده پایداری در روش مشخصه بررسی می‌شود. با توجه به الگوریتم‌های ردیابی بسته‌ای که تاکنون ارائه شده است، الگوریتم ردیابی بسته‌ای جدید ما مسیر طولانی‌تری را برای مسیر نوترون فراهم می‌کند که در نتیجه آن، سائز گام زمانی بزرگ‌تر قابل دستیابی است. همان‌طور که نتایج الگوریتم ۱ نشان می‌دهد، برای گام‌های زمانی بزرگ‌تر، این الگوریتم در

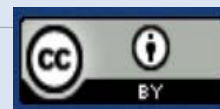


مراجع

1. G.R. Keepin, *Physics of nuclear kinetics*, Addison-Wesley Publishing Company (1965).
2. D.L. Hetrick, *Dynamics of Nuclear Reactors*, (1971).
3. G.I. Bell, S. Glasstone, *Nuclear reactor theory*, US Atomic Energy Commission, Washington, DC (United States) (1970).
4. J.B. Taylor, A.J. Baratta, A time-dependent method of characteristics for 3D nuclear reactor kinetics applications, (2009).
5. A. Talamo, Numerical solution of the time dependent neutron transport equation by the method of the characteristics, *Journal of Computational Physics*, **240**, 248-267 (2013).
6. K. Tsujita, et al., Higher order treatment on temporal derivative of angular flux for time-dependent MOC, in *Proceedings of the 2013 International Conference on Mathematics and Computational Methods Applied to Nuclear Science and Engineering-M and C 2013*, (2013).
7. B. Carlson, G. Bell, Solution of the transport equation by the Sn method, *Los Alamos Scientific Lab.*, N. Mex (1958).
8. P.M. Keller, J.C. Lee, A time-dependent collision probability method for one-dimensional space-time nuclear reactor kinetics, *Nuclear Science and Engineering*, **129**(2), 124-148 (1998).
9. J. Cho, et al., Transient capability of the DeCART code, *Korea Atomic Energy Research Institute* (2005).
10. D.G. Cacuci, *Handbook of Nuclear Engineering: Vol. 1: Nuclear Engineering Fundamentals; Vol. 2: Reactor Design; Vol. 3: Reactor Analysis; Vol. 4: Reactors of Generations III and IV; Vol. 5: Fuel Cycles, Decommissioning, Waste Disposal and Safeguards, Vol. 1.* (2010); Springer Science & Business Media (2010).
11. M. Hursin, Full core, heterogeneous, time dependent neutron transport calculations with the 3D code DeCART, *UC Berkeley* (2010).
12. B. Collins, B. Kochunas, S. Stimpson, Consortium for Advanced Simulation of LWRs, (2019).
13. M. Porhemmat, K. Hadad, M. Mahzoon, Modular ray tracing in 2D whole core transport with MOC, *Progress in Nuclear Energy*, **99**, 103-109 (2017).
14. B. Collins, B. Kochunas, T. Downar, Assessment of the 2D MOC solver in MPACT: Michigan parallel characteristics transport code, *American Nuclear Society, 555 North Kensington Avenue, La Grange Park, IL* (2013).
15. B.M. Kochunas, A Hybrid Parallel Algorithm for the 3-D Method of Characteristics Solution of the Boltzmann Transport Equation on High Performance Compute Clusters, (2013).
16. T. Downar, et al., Theory manual for the PARCS kinetics core simulator module. Department of Nuclear Engineering and Radiological Sciences University of Michigan, USA, (2009).
17. A. Zhu, et al., Transient methods for pin-resolved whole core transport using the 2D-1D methodology in MPACT, *Proc. M&C 2015*, 19-23 (2015).
18. B. Kochunas, M. Hursin, T. Downar, DeCART-v2. 05 Theory Manual, *University of Michigan*, (2009).
19. S.C. Shaner, Transient method of characteristics via the Adiabatic, Theta, and Multigrid Amplitude Function methods, *Massachusetts Institute of Technology* (2014).
20. M. Porhemmat, et al., Improved memory management for solving neutron transport via a novel Modular Ray Tracing (MRT) approach embedded in parallel method of characteristic (MOC) framework, *Progress in Nuclear Energy*, **132**, 103590 (2021).

COPYRIGHTS

©2021 The author(s). This is an open access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution (CC BY 4.0), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, as long as the original authors and source are cited. No permission is required from the authors or the publishers.



استناد به این مقاله

سحر قاسمی نژاد، کمال حداد، محمد هادی پرهت، عطاءاله ربیعی (۱۴۰۲)، پیاپی سازی الگوریتم ترابرد نوترون وابسته به زمان با استفاده از ردیابی بسته ای به روش مشخصه در دو بعد، ۱۰۶، ۵۴-۴۶

DOI: 10.24200/nst.2022.1173.1767

Url: https://jonsat.nstri.ir/article_1491.html

