



## محاسبه کمیت‌های ترمودینامیکی هسته با استفاده از پارامتر چگالی تراز وابسته به دما

خسرو بنام<sup>۱\*</sup>، سیده زینب موسوی حکمی<sup>۲</sup>، وحید دهقانی<sup>۲</sup>، سیدعلیرضا علوی<sup>۲</sup>

۱. گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه شهرکرد، صندوق پستی: ۱۱۵، شهرکرد - ایران

۲. گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه سیستان و بلوچستان، صندوق پستی: ۹۸۷-۹۸۱۵۵، زاهدان - ایران

\*Email: kh.benam@sku.ac.ir

### مقاله پژوهشی

تاریخ دریافت مقاله: ۱۴۰۱/۶/۲۲ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۱/۸/۱۰

### چکیده

پارامتر چگالی تراز هسته‌ای کمیت مهمی در فیزیک هسته‌ای است. برای محاسبه پارامتر چگالی تراز هسته‌ای از روش‌های مختلفی استفاده می‌شود. در این کار ابتدا چگالی تراز تک‌ذره‌ای با استفاده از روش LDA محاسبه شده است، سپس پارامتر چگالی تراز هسته‌ای به صورت تابعی از دما به دست آمده است. به این منظور بر پایه روش لستون و با استفاده از تقریب توماس فرمی، پارامتر چگالی تراز تا مرتبه بالاتر از تقریب لستون محاسبه شده است (لستون اصلاح شده). با استفاده از پارامتر چگالی تراز هسته‌ای محاسبه شده و با در نظر گرفتن انرژی زوجیت، چگالی تراز هسته‌ای، انرژی برانگیختگی، آنتروپی و ظرفیت گرمایی محاسبه شده است.

**کلیدواژه‌ها:** چگالی تراز تک‌ذره‌ای، چگالی تراز، پارامتر چگالی تراز، انرژی زوجیت، انرژی برانگیختگی

## Calculating the thermodynamic quantities of nucleus using the temperature dependence of level density parameter

Kh. Benam<sup>\*1</sup>, S.Z. Mousavi<sup>2</sup>, V. Dehghani<sup>2</sup>, S.A. Alavi<sup>2</sup>

1. Department of Physics, Faculty of Basic Sciences, Shahrekord University, P.O. Box: 115, Shahrekord - Iran

2. Department of Physics, University of Sistan and Baluchestan, P.O. Box: 98155-987, Zahedan - Iran

### Research Article

Received 13.9.2022, Accepted 1.11.2022

### Abstract

The nuclear level density parameter is an important quantity in nuclear physics. Nuclear level density parameter has been calculated using different methods. In this work at first, the single particle level density has been calculated by LDA method, then the nuclear level density parameter has been obtained as a function of temperature. Based on Lestone method and using Thomas-Fermi approximation, the level density parameter has been calculated to the order of next to Lestone results (corrected Lestone method). Using calculated nuclear level density parameter and taking into account the pairing energy, the nuclear level density, excitation energy, entropy and heat capacity have been calculated.

**Keywords:** Single particle level density, Level density, Level density parameter, Pairing energy, Excitation energy



## ۱. مقدمه

مطالعات اخیر درباره گسیل ذرات و پرتو گامای ناشی از GDR که به طور هم‌زمان با ذرات تبخیر شده از هسته اتفاق می‌افتد، نشان داده است پارامتر چگالی تراز رفتاری وابسته به دما دارد [۱۵-۲۲]. پارامتر چگالی تراز وابسته به دما در محاسبه کمیت‌های مهمی مثل توزیع زاویه‌ای مدارای و اسپینی پاره‌های شکافت و هم‌چنین احتمال گذار و واپاشی در هسته‌ها کاربرد زیادی دارد. برای محاسبه پارامتر چگالی تراز وابسته به دما، ابتدا باید چگالی تراز تک‌ذره‌ای محاسبه شود. چگالی تراز تک‌ذره‌ای یک کمیت آماری کوانتومی مهم در بررسی ساختار هسته می‌باشد. برای محاسبه این کمیت، از روش‌های مختلفی از قبیل تابع گرین، روش اتموت و روش جابه‌جایی فاز استفاده می‌شود. یکی دیگر از روش‌های محاسبه چگالی تراز تک‌ذره‌ای، استفاده از مدل نیمه‌کلاسیکی میدان میانگین است [۲۳]. در این روش، میدان میانگین نوترون شامل جملات پتانسیل هسته‌ای و برهم‌کنش اسپین مدار است و برای پروتون علاوه بر این جملات، پتانسیل کولنی را هم در نظر می‌گیرند. پتانسیل چاه مربعی متناهی و نامتناهی، پتانسیل نوسانگر هماهنگ ساده و پتانسیل وود-ساکسون از جمله پتانسیل‌هایی هستند که در این روش در نظر گرفته می‌شوند [۲۴].

اشلمو و همکاران [۱۵، ۱۶] و لستونه [۱۷] از جمله گروه‌هایی هستند که پارامتر چگالی تراز را با تقریب‌های مختلف وابسته به دما در نظر گرفتند. در این کار ابتدا با استفاده از روش توماس فرمی [۲۵]، چگالی نوکلئونی محاسبه شده است، سپس با استفاده از روش تقریبی چگالی محلی  $LDA^{11}$  [۲۶]، چگالی تراز تک‌ذره‌ای محاسبه می‌شود. از آنجایی که لستونه پارامتر چگالی تراز وابسته به دما را با تقریب محاسبه کرده‌اند، در این تحقیق، پارامتر چگالی تراز وابسته به دما، به طور کامل‌تری محاسبه شده است و به عنوان روش اصلاح شده لستونه (Lestone Corrected) نام‌گذاری می‌شود. در قسمت دوم، روش کار ارائه می‌شود که در آن روابط تئوری مدل و سایر روابط مورد نیاز استخراج و مورد بحث قرار می‌گیرند. در این قسمت با استفاده از خاصیت دمایی پارامتر چگالی تراز اصلاح شده، کمیت‌های ترمودینامیکی هسته از قبیل چگالی تراز هسته‌ای، انرژی برانگیختگی، آنتروپی و ظرفیت گرمایی محاسبه شده است. در قسمت سوم، محاسبات و نتایج توصیف شده است. در این قسمت با استفاده از روابط محاسبه شده در روش کار، نمودار کمیت‌های مورد بحث رسم شده است و با مراجع مختلف مقایسه شده است. در قسمت انتهایی کار، نتیجه‌گیری بیان شده است.

چگالی تراز<sup>۱</sup> هسته‌ای یکی از کمیت‌های مؤثر در فیزیک هسته‌ای است و نقش مهمی در محاسبه کمیت‌های ترمودینامیکی هسته از قبیل انرژی برانگیختگی، آنتروپی، ظرفیت گرمایی و پارامتر قطع اسپین دارد. برای محاسبه چگالی تراز هسته‌ای، از روش‌های مستقیم و غیرمستقیم استفاده می‌شود. چگالی تراز هسته‌ای در مدل‌هایی مثل  $RPA^2$ ,  $SPA^3$ ,  $BCS^4$  به روش غیرمستقیم محاسبه می‌شود [۱-۶]. در این مدل‌ها ابتدا تابع پارش را حساب می‌کنند و سپس با استفاده از آن چگالی حالت و آنتروپی محاسبه می‌شود و در نهایت چگالی تراز هسته‌ای را به دست می‌آورند.

برای محاسبه چگالی تراز هسته‌ای به روش مستقیم، از روابط تئوری با تقریب‌های مختلف استفاده می‌شود. چگالی تراز در مدل‌هایی مثل  $FGM^5$ ,  $CTM^6$ ,  $GSM^7$  به روش مستقیم محاسبه می‌شود [۷-۹]. ساده‌ترین مدل برای محاسبه چگالی تراز، مدل گاز فرمی ساده  $FGM$  می‌باشد. در این مدل، هسته را به عنوان یک سیستم بدون برهم‌کنش در نظر می‌گیرند و از اثرات تجمعی صرف‌نظر می‌شود. با انجام برخی اصلاحات در مدل گاز فرمی ساده و با در نظر گرفتن اثر زوجیت نوکلئون‌ها در سیستم هسته، مدل  $BSFGM^8$  ارائه شده است. در این مدل، چگالی تراز، تابعی از دو کمیت انرژی برانگیختگی و پارامتر چگالی تراز<sup>۹</sup> در نظر گرفته می‌شود. پارامتر چگالی تراز یک کمیت مهم در محاسبه چگالی تراز هسته‌ای به روش مستقیم می‌باشد. این پارامتر به روش‌های مختلفی محاسبه می‌شود. برخی از روش‌ها مثل ایگناتیوک [۱۰]، پارامتر چگالی تراز را تابعی از انرژی برانگیختگی در نظر می‌گیرند و آن را در انرژی‌های مختلف به دست می‌آورند. بعضی از مراجع این کمیت را تابع ثابتی از عدد جرمی هسته در نظر می‌گیرند [۱۱]. مدل آماری که در سال‌های اخیر به طور گسترده برای محاسبه بازه زمانی شکافت دینامیکی از مقادیر نوترون، پروتون، ذرات آلفا، گسیل گاما، تشدیدهای عظیم دوقطبی  $GDR^{10}$  و گسیل سیستم‌های با شکافت گرم استفاده شده است، پارامتر چگالی تراز را به صورت ثابت  $a = \frac{A}{9}$  نتیجه می‌دهد [۱۲-۱۴]. اما

1. Level Density
2. Random Phase Approximation
3. Statistical Path Approximation
4. Barden-Cooper-Schrieffer
5. Fermi Gas Model
6. Constant Temperature Model
7. Generalized Superfluid Model
8. Back Shifted Fermi Gas Model
9. Level Density Parameter
10. Giant Dipole Resistance



## ۲. روش کار

در مدل گاز فرمی، هسته شامل دو سیستم نوترونی و پروتونی بدون برهم‌کنش است. چگالی تراز در یک سیستم فرمیونی بدون برهم‌کنش با در نظر گرفتن انرژی مؤثر  $U$ ، پارامتر چگالی تراز  $a$ ، اسپین  $j$ ، پارامتر قطع اسپین  $\sigma^2$  به صورت زیر به دست می‌آید [۲۷، ۲۸].

$$\rho(U, j, a) = \frac{1}{48\sqrt{2}\sigma^2} \frac{e^{\sqrt{aU}}}{a^{\frac{1}{2}}U^{\frac{5}{2}}} \times \int_0^\infty (2j+1) e^{-\frac{(j+\frac{1}{2})}{\sigma^2}} dj \quad (1)$$

$$= \frac{1}{12\sqrt{2}\sigma} \frac{e^{\sqrt{aU}}}{a^{\frac{1}{2}}U^{\frac{5}{2}}}$$

در رابطه فوق  $U$  انرژی مؤثر است که به صورت  $U = E_x - \Delta$  می‌باشد.  $E_x$  انرژی برانگیختگی و  $\Delta$  انرژی زوجیت می‌باشد که به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$\Delta = \delta + n \frac{12}{\sqrt{A}} \quad (2)$$

$\delta$  یک پارامتر قابل تنظیم است و مقدار  $n$  برای هسته‌های زوج-زوج برابر با یک و برای هسته‌های فرد-فرد برابر با منفی یک و برای هسته‌های زوج-فرد برابر با صفر می‌باشد. پارامتر قطع اسپین که پهن شدگی حول مقدار تکانه زاویه‌ای را نشان می‌دهد به صورت  $\sigma^2 = 0.888A^{\frac{1}{2}}\sqrt{aU}$  تعریف می‌شود. کمیت  $a$  در رابطه (۱) پارامتر چگالی تراز است که به صورت زیر به دست می‌آید [۱۵-۲۲].

$$a = \frac{\pi^2}{\epsilon} g(\epsilon_F) \quad (3)$$

کمیت  $g(\epsilon_F)$  تابع چگالی تک‌ذره‌ای و  $\epsilon_F$  انرژی فرمی است. برای محاسبه پارامتر چگالی تراز، ابتدا باید چگالی تراز تک‌ذره‌ای  $g(\epsilon_F)$  را حساب کنیم. چگالی تراز تک‌ذره‌ای به روش توماس فرمی به صورت زیر به دست می‌آید [۲۵].

$$g(\epsilon_F) = \frac{1}{\pi^2} \iiint \left( \frac{\sqrt{m^*(r)}}{\hbar^2} \right)^{\frac{1}{2}} (\epsilon_F - V(r, m^*))^{\frac{1}{2}} d^3r \quad (4)$$

$m^*(r)$  جرم مؤثر، پتانسیل تک ذره‌ای می‌باشد. چگالی نوکلئونی به روش توماس فرمی به صورت زیر حساب می‌شود.

$$n_{TF}(r) = \frac{2}{3\pi^2} \left( \frac{\sqrt{m^*(r)}}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} (\epsilon_F - V(r, m^*))^{\frac{3}{2}} \quad (5)$$

با انجام محاسبات لازم، رابطه زیر برای  $g(\epsilon_F)$  به دست می‌آید.

$$g(\epsilon_F) = \frac{3n_0}{2(\epsilon_F - V_0)} \iiint \frac{m^*(r)}{m_0} \left( \frac{n(r)}{n_0} \right)^{\frac{1}{2}} d^3r \quad (6)$$

اندیس صفر در رابطه فوق مربوط به مقدار کمیت در  $r=0$  است. کمیت‌های موجود در رابطه فوق به صورت زیر هستند.

$$m^*(r) = m(1 - \alpha f(r)) \left( 1 - \beta \frac{df(r)}{dr} \right)$$

$$f(r) = \frac{n(r)}{n_0} = \left( 1 + \exp\left( \frac{r - r_0 A^{\frac{1}{2}}}{z} \right) \right)^{-1} \quad (7)$$

$$f(0) = 1, \quad m^*(0) = m(1 - \alpha), \quad z = 0.54fm$$

که در آن  $m$  جرم نوکلئون آزاد،  $f(r)$  چگالی بهنجار شده

$$\text{نوکلئونی، } \alpha = (1 - 0.005T^2), \quad \beta = 0.4A^{\frac{1}{2}} e^{-\left( \frac{TA^{\frac{1}{2}}}{11MeV} \right)}$$

و  $r_0' = 1.1 \text{ fm}$  می‌باشند [۱۷].

برای محاسبه  $g(\epsilon_F)$  به سه روش می‌توان عمل کرد. در روش اول، پتانسیل تک‌ذره‌ای  $V(r, m^*)$  را در معادله (۴) قرار می‌دهند. در روش دوم، چگالی نوکلئونی با استفاده از معادله (۵) محاسبه می‌شود و همراه با پتانسیل تک‌ذره‌ای در رابطه (۶) قرار داده می‌شود. بدیهی است که روش اول و دوم جواب مشابهی به دست می‌آورند که روش توماس فرمی نامیده می‌شوند. در روش سوم، مشخصات چگالی نوکلئونی  $n(r)$  در رابطه (۶) قرار داده می‌شود. در صورتی که  $n(r)$  انتخاب شده با  $n_{TF}(r)$  برابر باشد،  $g(\epsilon_F)$  مشابه دو روش قبل به دست می‌آید، در غیر این صورت رابطه متفاوتی به دست می‌آید. اگر چه روش سوم را هم می‌توان تقریب توماس فرمی نام‌گذاری



$$a_{eff}(T) = U \left( \frac{da}{dU} \sqrt{\frac{U}{a}} + \sqrt{\frac{a}{U}} \right)^2 \quad (13)$$

$$= a + 2U \frac{da}{dU} + \frac{U^2}{a} \left( \frac{da}{dU} \right)^2$$

لستونه با در نظر گرفتن فقط دو جمله اول رابطه فوق، رابطه تقریبی زیر را برای پارامتر چگالی تراز به دست آورده‌اند [۱۷].

$$a_{eff}(T) = \frac{A}{K(T)} - \frac{T^{\frac{1}{2}} A^{\frac{1}{2}}}{683 \cdot \text{MeV}^{\frac{1}{2}}} e^{-\left( \frac{TA^{\frac{1}{2}}}{21 \text{MeV}} \right)^2} \quad (14)$$

در این کار با در نظر گرفتن جمله اصلاحی مرتبه دوم و سایر جملات رابطه (۱۳)، با تقریب یک مرتبه بالاتر از لستونه  $a_{eff}(T)$  به طور دقیق‌تری محاسبه شده است. این روش لستونه اصلاح شده نام‌گذاری شده است. جملات سمت راست رابطه (۱۳) به صورت زیر به دست می‌آیند.

$$a = \frac{A}{K(T)}, \quad \frac{da}{dU} = \frac{dT}{dU}$$

$$\frac{da}{dT} = -\frac{TA^{\frac{1}{2}}}{683 \cdot \text{MeV}^{\frac{1}{2}}} e^{-\left( \frac{TA^{\frac{1}{2}}}{21 \text{MeV}} \right)^2} \quad (15)$$

$$U = a(T)T^{\frac{1}{2}} = \frac{A}{K(T)} T^{\frac{1}{2}} \Rightarrow$$

$$\frac{dU}{dT} = A \left( \frac{\frac{1}{2} T^{-\frac{1}{2}}}{K(T)} + T^{\frac{1}{2}} \frac{d}{dT} \left( \frac{1}{K(T)} \right) \right) =$$

$$\frac{AT}{\sqrt{75}} \left[ \frac{1}{6 + 1.8A^{\frac{1}{2}} - 0.5 \left( 1 - e^{-\left( \frac{TA^{\frac{1}{2}}}{21 \text{MeV}} \right)^2} \right)} \right]$$

$$- \frac{T^{\frac{1}{2}} A^{\frac{1}{2}}}{683.5} e^{-\left( \frac{TA^{\frac{1}{2}}}{21 \text{MeV}} \right)^2}$$

با جای‌گذاری رابطه (۱۵) در رابطه (۱۳) عبارت کامل و متفاوت با رابطه (۱۴) برای  $a_{eff}(T)$  به دست می‌آید. با مقایسه رابطه (۱۴) و رابطه (۱۵) تفاوت دو مدل لستونه اصلاح شده و لستونه مشخص می‌شود.

کمیت‌های ترمودینامیکی هسته با استفاده از پارامتر چگالی تراز مؤثر اصلاح شده در رابطه (۱۵)، محاسبه می‌شوند. برای محاسبه مقدار میانگین انرژی برانگیختگی  $E_x$  بر حسب دما، با استفاده از روابط آماری به صورت زیر عمل می‌شود [۲۹].

[۳۰]

کرد، اما آن را تقریب چگالی محلی LDA می‌نامند. در این کار از روش سوم تقریب چگالی محلی LDA برای محاسبه  $g(\epsilon_F)$  استفاده شده است. با استفاده از معادلات (۳)، (۶) و (۷) و انجام تقریب‌های لازم، پارامتر چگالی تراز وابسته به دما به صورت زیر به دست می‌آید [۱۷].

$$a(T) = \frac{\pi^2}{6} g(\epsilon_F) = \frac{A}{15.5 \text{MeV}} \left\{ 1.56 + 1.82A^{\frac{1}{2}} - \left[ \frac{1.56 + 1.82A^{\frac{1}{2}}}{1.35 + 5.82A^{\frac{1}{2}}} \times 0.65 \left( 1 - \exp \left[ - \left( \frac{TA^{\frac{1}{2}}}{21 \text{MeV}} \right)^2 \right] \right) \right] \right\} \quad (8)$$

۱۰۲ مدل اصلاح شده لستونه

اشلمو و ناتویتر تعریف زیر را برای پارامتر چگالی تراز وابسته به دما در نظر گرفتند [۱۷].

$$a(T) = \frac{A}{K(T)} = \frac{U}{T^{\frac{1}{2}}} \quad (9)$$

که در آن پارامتر چگالی تراز معکوس  $K(T)$  با توجه به رابطه (۸) و با در نظر گرفتن تقریب‌های لازم برای  $A \geq 60$  به صورت زیر به دست می‌آید [۱۷].

$$K(T) = \frac{15.5 \text{MeV}}{\left\{ 1.6 + 1.8A^{\frac{1}{2}} - 0.5 \left( 1 - \exp \left[ - \left( \frac{TA^{\frac{1}{2}}}{21 \text{MeV}} \right)^2 \right] \right) \right\}} \quad (10)$$

لستونه رابطه زیر را برای پارامتر چگالی تراز وابسته به دما در نظر گرفت و آن را پارامتر چگالی تراز مؤثر نامید [۱۷].

$$a_{eff}(T) = \frac{A}{K_{eff}(T)} = \frac{U}{T^{\frac{1}{2}}} \quad (11)$$

رابطه ترمودینامیکی بین چگالی تراز و دما با انجام تقریب‌های لازم با استفاده از مراجع [۱۵-۱۷] به صورت زیر است:

$$\frac{1}{T} \sim \frac{da}{dU} \sqrt{\frac{U}{a}} + \sqrt{\frac{a}{U}} \quad (12)$$

با توجه به رابطه (۱۲)، در صورتی رابطه (۹) و (۱۱) با هم برابر هستند که  $\frac{da}{dU} = 0$  باشد، اما چنین نیست و این جمله باید در نظر گرفته شود. بنابراین داریم:



نشان داده شد که همه روش‌ها نتایج یکسانی در دمای صفر و بی‌نهایت پیش‌بینی می‌کنند اما در سایر دماها به دلیل استفاده از تابع چگالی تک‌ذره‌ای متفاوت، نتایج یکسانی به دست نمی‌آورند. مشاهده می‌شود به دلیل در نظر گرفتن جمله اصلاحی در رابطه (۱۳)، مقادیر چگالی‌تراز محاسبه شده از روش لستونه اصلاح شده، کم‌تر از چگالی‌تراز به روش لستونه، اشلمو و مقدار ثابت است.

با استفاده از رابطه‌های (۱۶) و (۱۷) و مراجع مختلف از قبیل اشلمو [۱۶]، لستونه [۱۷]، کانبولا [۲۰]، ایگناتیوک [۱۰] و پارامتر چگالی‌تراز ثابت  $\frac{A}{10}$  [۱۱]، انرژی برانگیختگی برحسب دما برای هسته  $^{184}\text{Re}$  در شکل ۲ رسم شده است. مشاهده می‌شود که نتایج محاسبه شده در دمای پایین، با نتایج سایر مراجع هماهنگی خوبی دارند و هموار هستند. هم‌چنان به دلیل اثر جمله اصلاحی، نتایج روش لستونه اصلاح شده با نتایج روش لستونه اختلاف دارند، که این اختلاف در انرژی‌های بالا واضح‌تر است. نتایج اشلمو نسبت به دیگر نتایج هموارتر است.

با استفاده از رابطه (۱) و مراجع مختلف از قبیل اشلمو، لستونه، کانبولا، ایگناتیوک و پارامتر چگالی‌تراز ثابت  $\frac{A}{10}$ ، لگاریتم چگالی‌تراز برحسب انرژی برانگیختگی برای هسته  $^{184}\text{Re}$  در شکل ۳ رسم شده است. در این شکل از منابع مختلف استفاده شده است. مشاهده می‌شود که روش لستونه اصلاح شده با مراجع مختلف تطابق خوبی دارد و در انرژی‌های پایین هموار است. مقادیر آن به دلیل اثر جمله اصلاحی از مقادیر لستونه کوچک‌تر هستند. اما با افزایش انرژی، هماهنگی مدل لستونه اصلاح شده و لستونه با سایر مدل‌ها کم‌تر می‌شود. رفتار مدل اشلمو و کانبولا نسبت به دیگر مدل‌ها هموارتر هستند.

با استفاده از رابطه (۱۸) و مراجع مختلف از قبیل اشلمو، لستونه، کانبولا، ایگناتیوک و پارامتر چگالی‌تراز ثابت  $\frac{A}{10}$ ، انرژی برحسب دما برای هسته  $^{184}\text{Re}$  در شکل ۴ رسم شده است. مشاهده می‌شود که نتایج روش لستونه اصلاح شده در دمای پایین هموار است و با نتایج سایر روش‌ها تطابق خوبی دارد ولی در دمای بالا به دلیل حساسیت زیاد به تغییرات دمایی، تطابق کم‌تری با نتایج سایر روش‌ها دارد. اختلاف نتایج لستونه اصلاح شده و لستونه به دلیل در نظر گرفتن اثر جمله اصلاحی است. مدل اشلمو و ایگناتیوک رفتار مناسب‌تر و هموارتری نسبت به دما نشان می‌دهند. نتایج مدل کانبولا و مدل مقدار ثابت هماهنگی کم‌تری با سایر مدل‌ها دارند.

$$\mathbb{Z} = \int \rho(E_x, a) e^{-\beta E_x} dE_x \Rightarrow \langle E_x \rangle = -\frac{d}{d\beta} (\text{Ln } \mathbb{Z}) \quad (16)$$

کمیت  $\mathbb{Z}$  تابع پارش در آمار کانونی بزرگ می‌باشد. با توجه به این‌که پارامتر چگالی‌تراز وابسته به دما اصلاح شده است، انرژی را می‌توان به صورت زیر محاسبه کرد.

$$U = a_{\text{eff}} (T) T^{\tau} \quad (17)$$

آنتروپی هسته از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$S = k_B \text{Ln } \rho = k_B \text{Ln} \left( \frac{1}{12\sqrt{2}\sigma} \frac{e^{\tau\sqrt{aU}}}{a^{\frac{1}{2}} U^{\frac{\tau}{2}}} \right) \quad (18)$$

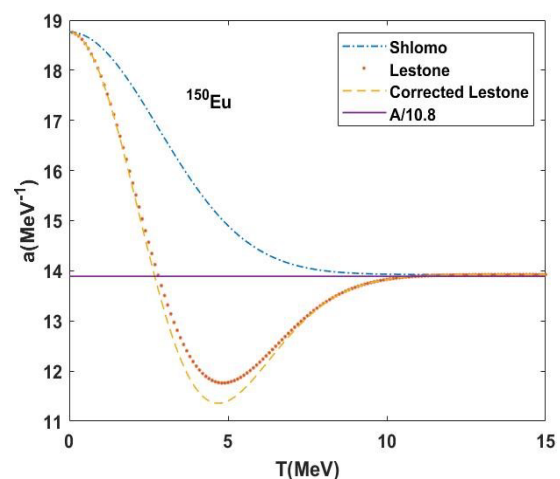
پارامتر  $k_B$  ثابت بولتزمن است. ظرفیت گرمایی از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$C = \frac{dU}{dT} = -\frac{d}{dT} (\text{Ln } \mathbb{Z}) \quad (19)$$

### ۳. محاسبات و نتایج

در این قسمت ابتدا پارامتر چگالی‌تراز وابسته به دما بررسی می‌شود، سپس با در نظر گرفتن تأثیر جمله انرژی زوجیت در انرژی برانگیختگی و محاسبه انرژی مؤثر، چگالی‌تراز کل، آنتروپی و ظرفیت گرمایی محاسبه می‌شود.

در شکل ۱ نمودار پارامتر چگالی‌تراز مؤثر برحسب دما برای هسته  $^{150}\text{Eu}$  با استفاده از رابطه (۱۳)، (۱۴) و (۱۵) و هم‌چنین مراجع مختلف از قبیل اشلمو، لستونه و پارامتر چگالی‌تراز ثابت رسم شده است.



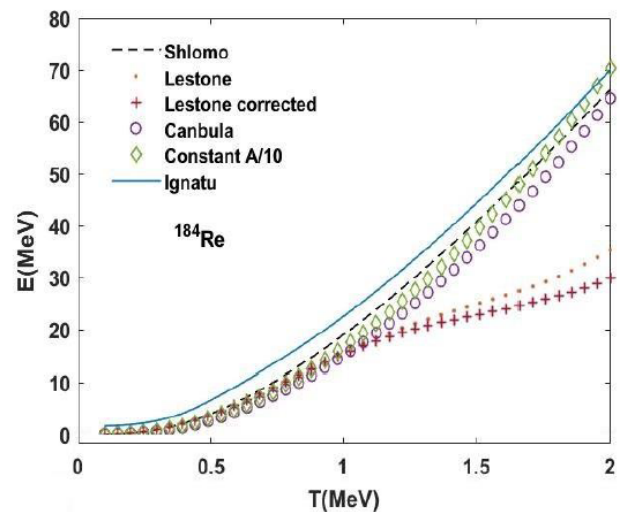
شکل ۱. نمودار پارامتر چگالی‌تراز برحسب دما برای هسته  $^{150}\text{Eu}$ .



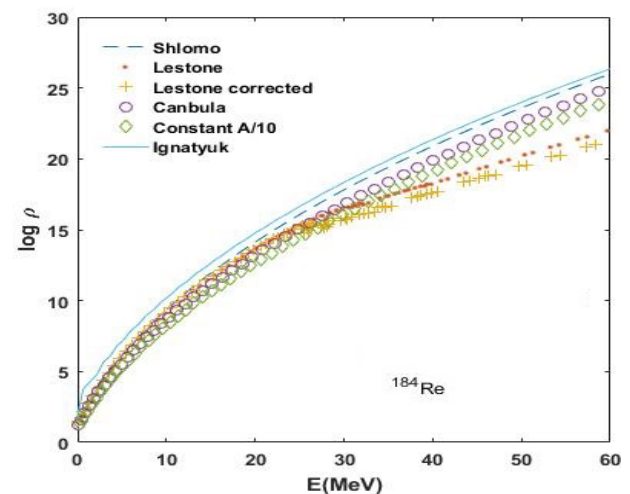
با استفاده از رابطه (۱۹) و مراجع مختلف از قبیل اشلمو، لستونه، کانبولا، ایگناتیوک و پارامتر چگالی تراز ثابت  $\frac{A}{10}$ ، ظرفیت گرمایی بر حسب دما برای هسته  $^{184}\text{Re}$  در شکل ۵ رسم شده است. نشان داده شد که نتایج روش لستونه اصلاح شده و روش لستونه در دمای پایین تطابق خوبی با نتایج سایر روش‌ها دارند. اما در دمای بالاتر هماهنگی کم‌تری دارند. همچنین مدل لستونه اصلاح شده، قله  $S$  شکل که در نتایج تجربی وجود دارد را تأیید می‌کند [۳۱]. اختلاف نتایج آن با مدل لستونه به دلیل وجود جمله مرتبه دوم در رابطه (۱۳) است. در این نمودار نتایج روش ایگناتیوک مناسب‌تر از بقیه روش‌ها است، زیرا هموارتر از سایر مدل‌ها است.

#### ۴. نتیجه‌گیری

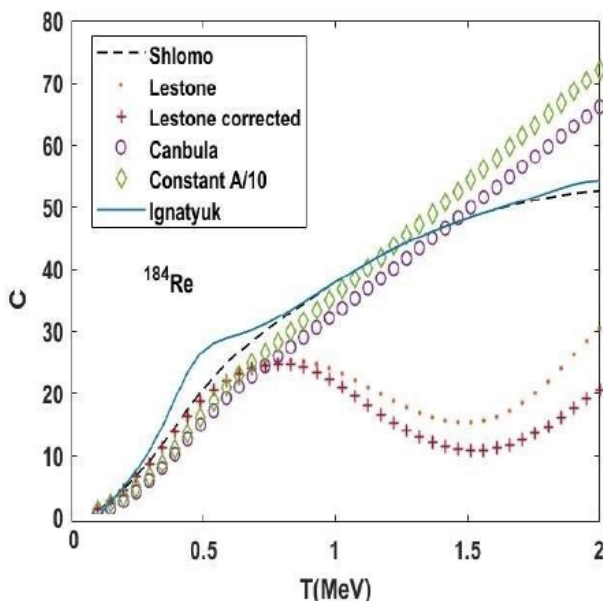
پارامتر چگالی تراز یک کمیت مهم برای محاسبه چگالی تراز هسته‌ای می‌باشد. در این کار ابتدا چگالی تراز تک‌ذره‌ای با استفاده از روش LDA محاسبه شده است، سپس با استفاده از آن و با در نظر گرفتن جمله اصلاحی مرتبه دوم وابسته به دما و همچنین انجام محاسبه دقیق‌تری نسبت به روش لستونه، پارامتر چگالی تراز وابسته به دما به دست آمده است که روش لستونه اصلاح شده نام‌گذاری شده است. نتایج این روش با مراجع مختلف مقایسه شده است. نشان داده شد که همه روش‌ها نتایج یکسانی در دمای صفر و بی‌نهایت پیش‌بینی می‌کنند اما در سایر دماها به دلیل استفاده از تابع چگالی تک‌ذره‌ای متفاوت، نتایج یکسانی به دست نمی‌آوردند. همچنین



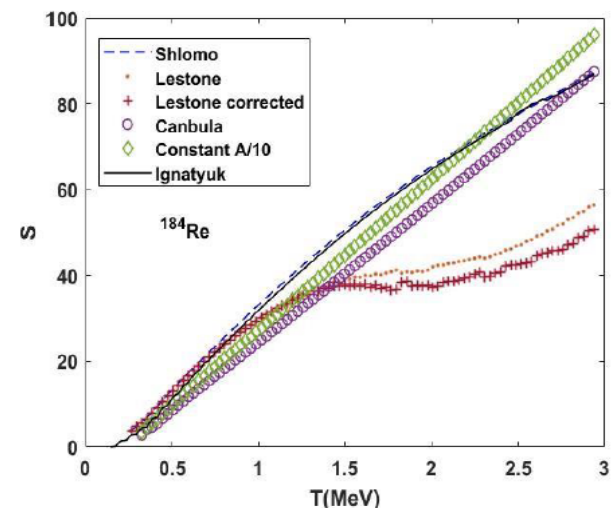
شکل ۲. نمودار انرژی برانگیختگی بر حسب دما برای هسته  $^{184}\text{Re}$ .



شکل ۳. نمودار چگالی تراز بر حسب انرژی برانگیختگی برای هسته  $^{184}\text{Re}$ .



شکل ۵. نمودار ظرفیت گرمایی بر حسب دما برای هسته  $^{184}\text{Re}$ .



شکل ۴. نمودار آنتروپی بر حسب دما برای هسته  $^{184}\text{Re}$ .



9. H.T. Nyhus, et al., *Level density and thermodynamic properties of dysprosium isotopes*, *Phys. Rev. C*, **85(1)**, 014323 (2012).
10. A.V. Ignatyuk, et al., *Phenomenological description of energy dependence of the level density parameter*, *Sov. J. Nucl. Phys.*, **21(3)**, 485 (1975).
11. T. Egidy, D. Bucurescu, *Systematics of nuclear level density parameters*, *Phys. Rev. C*, **72(4)**, 044311 (2005).
12. D.J. Hinde, et al., *Neutron emission as a probe of fusion-fission and quasi-fission dynamics*, *Phys. Rev. C*, **45(3)**, 1229 (1992).
13. J.P. Lestone, *Determination of the time evolution of fission from particle emission*, *Phys. Rev. Lett.*, **70(15)**, 2245 (1993).
14. Y. Alhassid, et al., *Direct microscopic calculation of nuclear level densities in the shell model Monte Carlo approach*, *Phys. Rev. C*, **92(2)**, 024307 (2015).
15. R. Rahmatinejad, et al., *Collective enhancements in the level densities of Dy and Mo isotopes*, *Phys. Rev. C*, **101(5)**, 054315 (2020).
16. S. Shlomo, J.B. Natowitz, *Temperature and mass dependence of level density parameter*, *Phys. Rev. C*, **44**, 6 (1991).
17. J.P. Lestone, *Temperature dependence of level density parameter*, *Phys. Rev. C*, **52(2)**, 1118 (1995).
18. B. Canbula, et al., *A Laplace-like formula for the energy dependence of the nuclear level density parameter*, *Nucl. Phys. A*, **929(54)**, 70 (2014).
19. S. Hilaire, *Energy dependence of the level density parameter*, *Phys. Lett. B*, **583(3-4)**, 264 (2004).
20. B. Canbula, H. Babacan, *Calculation of the level density parameter using semi-classical approach*, *Nucl. Phys. A*, **858(1)**, 32 (2011).
21. V. Dehghani, S.A. Alavi, *Nuclear level density of even-even nuclei with temperature dependent pairing energy*, *Eur. Phys. J. A*, **52(306)**, 1-7 (2016).
22. S. Alavi, V. Dehghani, *Back shifted Fermi gas model with temperature dependent pairing energy: Thermal properties of  $^{98}\text{Mo}$* , *Int. J. Mod. Phys. E*, **25(9)**, 1650065 (2016).
23. P. Ring, P. Schuck, *The nuclear many-body Problem*, Springer-Verlag, New-York (1980).
24. S. Shlomo, *Energy level density of nuclei*, *Nucl. Phys. A*, **539(1)**, 17 (1992).
25. J. Toke, W.J. Swiatecki, *Surface-layer corrections to the level-density formula for a diffuse Fermi gas*, *Nucl. Phys. A*, **372(1)**, 14 (1981).
26. M. Prakash, J. Wambach, Z.Y. Ma, *Effective mass in nuclei and the level density parameter*, *Phys. Lett. B*, **128(3)**, 141 (1983).

مشخص شده است که پارامتر چگالی‌تراز محاسبه شده به روش لستونه اصلاح شده نسبت به مراجع مختلف، حساسیت دمایی بیش‌تری دارد و به دلیل در نظر گرفتن جمله مرتبه دوم، مقادیر کم‌تری نسبت به لستونه دارد. در انتها با استفاده از پارامتر چگالی‌تراز لستونه اصلاح شده و لستونه، چگالی‌تراز هسته‌ای، انرژی برانگیختگی، آنتروپی و ظرفیت گرمایی محاسبه شده است و نتایج آن‌ها با مراجع مختلف مقایسه شده است. نشان داده شد که نتایج این روش و سایر روش‌های مذکور در دمای پایین تطابق خوبی با هم دارند و با افزایش دما به دلیل حساسیت زیاد روش لستونه اصلاح شده به دما، برخی از کمیت‌های ترمودینامیکی از قبیل ظرفیت گرمایی، تطابق خوبی با هم ندارند. از آنجایی که مدل گاز فرمی همه اندرکنش ذرات را در نظر نمی‌گیرد، برای بهتر شدن نتایج، می‌توان اثرات تجمعی را هم در نظر گرفت و هم‌چنین از مدل کامل‌تر و دقیق‌تری مثل SMMC (Shell Model Monte Carlo) که تمام اندرکنش ذرات را در نظر می‌گیرد استفاده کرد.

## مراجع

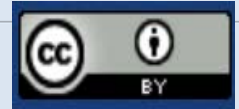
1. J. Bardeen, L.N. Cooper, J.R. Schrieffer, *Theory of superconductivity*, *Phys. Rev.*, **108(5)**, 1175 (1957).
2. P. Arve, et al., *Static path approximation for the nuclear partition function*, *Ann of Physics*, **183(2)**, 309-319 (1988).
3. B. Lauritzen, et al., *Pairing phase transition in small particles*, *Ann of Physics*, **223(2)**, 216 (1993).
4. R. Rossignoli, et al., *Thermal and quantal fluctuations for fixed particle number in finite superfluid systems*, *Phys. Rev. Lett.*, **80(9)**, 1853 (1998).
5. V. Dehghani, Gh. Forozani, Kh. Benam, *The effect of shell closure on the thermodynamic properties of  $^{207}\text{Pb}$  and  $^{89}\text{Y}$* , *Int. J. Mod. Phys. E*, **25(11)**, 1650098 (2016).
6. V. Dehghani, Gh. Forozani, Kh. Benam, *Thermal properties of  $^{96,97}\text{Mo}$  using Lipkin-Nogami model with an average value gap parameter*, *Int. J. Mod. Phys. E*, **27(6)**, 1850045 (2018).
7. A.J. Koning, et al., *Global and local level density models*, *Nucl. Phys. A*, **810(1-4)**, 13 (2008).
8. P. Demetriou, S. Goriely, *Microscopic nuclear level densities for practical applications*, *Nucl. Phys. A*, **695(1-4)**, 95 (2001).



27. H.A. Bethe, *Nuclear Physics B. Nuclear Dynamics, Theoretical, Rev. Mod. Phys.*, **9(2)**, 69 (1937).
28. T. Ericson, *The statistical model and nuclear level densities, Adv. Phys.*, **9(36)**, 425 (1960).
29. A. Bohr, B.R. Mottelson, *Nuclear Structure*, Vol. I, 155 (1969).
30. A. Bohr, B.R. Mottelson, *Nuclear Structure I, World Scientific, Singapore* (1998).
31. V. Dehghani, Gh. Forozani, Kh. Benam, *Calculating the thermal properties of  $^{93,94,95}\text{Mo}$  using the BCS model with an average value gap parameter, Nucl. Sci. Tech.*, **128(28)**, 1-6 (2017).

**COPYRIGHTS**

©2021 The author(s). This is an open access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution (CC BY 4.0), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, as long as the original authors and source are cited. No permission is required from the authors or the publishers.



## استناد به این مقاله

خسرو بنام، سیده زینب موسوی حکمی، وحید دهقانی، سیدعلیرضا علوی (۱۴۰۲)، محاسبه کمیت‌های ترمودینامیکی هسته با استفاده از پارامتر چگالی تراز وابسته به دما، ۱۰۶، ۱۲-۱۹

DOI: [10.24200/nst.2022.1209.1785](https://doi.org/10.24200/nst.2022.1209.1785)

Url: [https://jonsat.nstri.ir/article\\_1515.html](https://jonsat.nstri.ir/article_1515.html)

