



خطای پریود و خطای شدت میدان و تأثیر آن‌ها بر تابش سینکروترونی آندولاتور: ارزیابی آن در مورد آندولاتور سینکروترون ملی

علی رمضانی مقدم^{۱*}، محمد لامعی^۱، جواد رحیقی^۲، امیر چخماچی دوم^۳

۱. پژوهشکده‌ی فیزیک و شتابگرها، پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای، سازمان انرژی اتمی ایران، صندوق پستی: ۱۳۳۹-۱۴۱۵۵، تهران - ایران

۲. پژوهشگاه دانش‌های بنیادی، طرح چشمه نور ایران، صندوق پستی: ۵۷۴۶-۱۹۳۹۵، تهران - ایران

۳. پژوهشکده‌ی گداخت، پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای، صندوق پستی: ۱۳۳۹-۱۴۱۵۵، تهران - ایران

چکیده: طراحی و ساخت نمونه‌ی آزمایشگاهی آندولاتور برای اولین بار در کشور در حال انجام است. آندولاتور، با تولید میدان مغناطیسی با تناوب مکانی و شدت مناسب، سبب حرکت سینوسی الکترون‌هایی می‌شود که در راستای محور آن حرکت می‌کنند و در نتیجه تابش سینکروترونی با ویژگی‌های خاص تولید می‌کند. در این مقاله، ابتدا خطای پریود و خطای شدت میدان معرفی، و سپس تأثیر آن‌ها بر خواص هارمونیک‌های تابش سینکروترونی ارزیابی می‌شوند. خطاهای کاتوره‌ای پریود با استفاده از نرم‌افزار متلب، و شدت میدان تولید شده و به کار رفته بر میدان یک آندولاتور ایده‌آل و تأثیر آن‌ها بر شدت قله‌ها به کمک کد B2E مطالعه شده است. نتایج نشان می‌دهند با افزایش هارمونیک‌ها، تأثیر خطاها به طور قابل توجهی بیش‌تر می‌شوند. هم‌چنین به طور کلی می‌توان دریافت که تأثیر خطای شدت میدان از تأثیر خطای پریود میدان بیش‌تر است. نتایج محاسبات نشان می‌دهد برای رسیدن به شدت بالای ۹۰٪ در هارمونیک‌های اول و سوم تابشی، میزان مجاز در خطای شدت میدان و پریود باید به ترتیب کم‌تر از ۱٪ و ۳ درجه، و میزان خطای در اندازه‌ی شکاف نباید از 15 ± 0.2 mm بیش‌تر باشد.

کلیدواژه‌ها: آندولاتور، خطای پریود، خطای شدت میدان، تابش سینکروترونی

Period and Field Intensity Errors and their Effects on the Undulator Synchrotron Radiation: an Investigation for the National Synchrotron Undulator

A. Ramezani Moghaddam^{*1}, M. Lamchi¹, J. Rahighi², A. Chakhmach³

1. Physics and Accelerators Research School, Nuclear Science and Technology Research Institute, AEOL, P.O.Box: 14155-1339, Tehran – Iran

2. Institute for Research in Fundamental Sciences, Iranian Light Source Facility, P.O.Box: 19395-5745, Tehran – Iran

3. Plasma Physics Faculty, Nuclear Science and Technology Research Institute, AEOL, P.O.Box: 14155-1339, Tehran – Iran

Abstract: The first prototype Iranian undulator is under design and fabrication. The undulator makes a periodic magnetic field which forces the electrons travelling through it to move along the undulator with a sinusoidal motion and radiate synchrotron radiation with specific properties. In this paper, two classes of errors, which are important to consider in the design and fabrication of undulators, so to speak, the period error and field error are introduced. Additionally, their effects on the radiation harmonics were studied. For this purpose, MATLAB software was used to generate pseudo-random errors for the undulator periods and peak fields. Then, the fields were applied to a pure sinusoidal magnetic field, used for calculation of the final harmonics by the B2E code. It was found that with the increase of the number of harmonics, the effects of errors are enhanced. Also, it was found that the effect of the field error is higher than that of the phase error. Finally, it could be concluded that in order to reach 90% of the ideal intensity at the first and third harmonics, the desired errors at the peak field and the period must be less than 0.1% and 3 degree, respectively. Also, the tolerance for the gap value must be no more than 15 ± 0.2 mm.

Keywords: Undulator, Period Error, Field Error, Synchrotron Radiation



۱. مقدمه

سینکروترون‌ها و لیزرهای الکترون آزاد برای تولید تابش سینکروترونی از آندولاتور استفاده می‌کنند که منبع تولید میدان مغناطیسی‌اند. خواص تابش سینکروترونی متناسب با پارامترهای آندولاتور مثل پریود یا طول آن و یا شدت میدانی که می‌تواند تولید کند کنترل می‌شود [۱]. یکی از خواص تابش سینکروترونی ناشی از آندولاتور این است که طیف تابشی می‌تواند تحت شرایطی پیوسته یا گسسته باشد. معمولاً آندولاتورهایی که طیف پیوسته تولید می‌کنند ویگلر^(۱) نامیده می‌شوند. طیف گسسته‌ای که آندولاتور تولید می‌کند درخشندگی بالایی دارد و از نظر فضایی نیز هم‌گراست. این طیف در حقیقت از هارمونیک‌های صحیح هارمونیک اصلی تابش تشکیل می‌شود. تابش سینکروترونی ناشی از نوسان الکترون داخل یک آندولاتور تخت و روی محور آن فقط از هارمونیک‌های فرد تشکیل شده‌اند. به بیان دیگر، انرژی هارمونیک‌های یک آندولاتور روی محور اصلی آندولاتور ضرایب ۳ و ۵ و ۷ و ... از هارمونیک اصلی هستند. تولید این هارمونیک‌ها را می‌توان با تداخل سازنده بین امواج گسیل شده از قطب‌های مختلف آندولاتور توصیف کرد. شدت این هارمونیک‌ها به پارامترهای آندولاتور بستگی دارد. پارامتر انحراف آندولاتور که معمولاً آن را با K نشان می‌دهند تعیین‌کننده شدت هارمونیک‌ها، و برابر است با $B_0 = 0.934 \lambda_p$ به طوری که λ_p پریود آندولاتور برحسب cm و B_0 بیشینه شدت میدان آندولاتور روی محور آندولاتور برحسب T (تسلا) است [۱ و ۲]. برای تولید میدان مغناطیسی متناوب در آندولاتور هم می‌توان از آهنربای دائمی و هم آهنرباهای برقی با کوئل‌های رسانای معمولی یا ابررسانا استفاده کرد. در عمل، میدان مغناطیسی به هر روشی که تولید شود از حالت ایده‌آل انحراف دارد. خطاهای موجود در میدان مغناطیسی آندولاتور در طراحی و ساخت آندولاتورها بسیار اهمیت دارند. تأثیر این خطاها بر عملکرد آندولاتور و یافتن روش‌هایی برای تصحیح و کنترل این خطاها موضوع پژوهش‌های بسیاری طی ۲۵ سال گذشته بوده است. کارهای اولیه‌ی کینکید در سال ۱۹۸۵ نشان داد که خطای موجود در شدت میدان مغناطیسی نسبت به حالت ایده‌آل می‌تواند تأثیر شایانی در کاهش شدت هارمونیک‌ها داشته باشد [۳]. در آن زمان، کیفیت

میدان مغناطیسی آندولاتور برحسب انحراف شدت میدان مغناطیسی در هر قطب از حالت ایده‌آل سنجیده می‌شد به طوری-که جذر میانگین مربعی^(۲) خطای شدت میدان به نام ضریب شایستگی^(۳) تعریف می‌شد. کینکید اولین بار فرمولی برای توصیف میزان کاهش شدت هارمونیک‌ها در اثر خطای شدت میدان در قطب‌ها ارائه کرد. بعدها، دیوود و والکر نشان دادند که برای یک مقدار مشخص جذر میانگین مربعی، rms، اُفت و خیزهای آماری متنوعی برای شدت میدان در قطب‌ها قابل تصور است [۴]. از طرف دیگر، مسیر حرکت الکترون به دفعاتی که با خطای موجود روبه‌رو می‌شود بیش‌تر وابستگی دارد تا به توزیع خطاهای شدت میدان در سرتاسر میدان [۵]. کندی و همکارانش نتایج مشابهی را در مطالعه‌ی عملکرد لیزرهای الکترون آزاد با بهره‌ی پایین^(۴) به دست آوردند [۶]. در ادامه، بوب و همکارانش نشان دادند که شدت تابش سینکروترونی و بهره‌ی لیزر الکترون آزاد هر دو با خطای فاز ارتباط دارند [۷]. سرانجام نشان داده شد که کاهش نسبی درخشندگی تابش خروجی از آندولاتور روی محور آن برحسب خطای فاز به شکل ساده‌ی زیر قابل بیان است [۸]:

(۱)

$$R = \exp(-n^2 \sigma_p^2)$$

به طوری که، n عدد هارمونیک و σ_p مجذور میانگین مربعی خطای فاز در قطب‌های آندولاتور است. سازندگان آندولاتور باید تا جایی که لازم است این خطاها را کاهش دهند. راه‌های کاهش این خطاها در آندولاتورهایی که از آهنرباهای دائمی استفاده

می‌کنند با سایر آندولاتورها متفاوت است. برای رفع این خطاها در این نوع آندولاتورها، در درجه‌ی اول باید ضمن استفاده از آهنرباهای با کیفیت بالا، آن‌ها را قبل از به‌کارگیری با دقت اندازه‌گیری کرد. در درجه‌ی دوم بعد از ساخت آندولاتور باید با استفاده از مواد فرومغناطیسی نرم که تراوایی مغناطیسی بالایی دارند میدان مغناطیسی را در نقاطی که نسبت به حالت ایده‌آل انحراف دارند، تصحیح کرد.

در این مقاله، ابتدا دو خطایی که سازندگان آندولاتور در عمل با آن مواجه خواهند شد، یعنی خطای پریود و خطای شدت

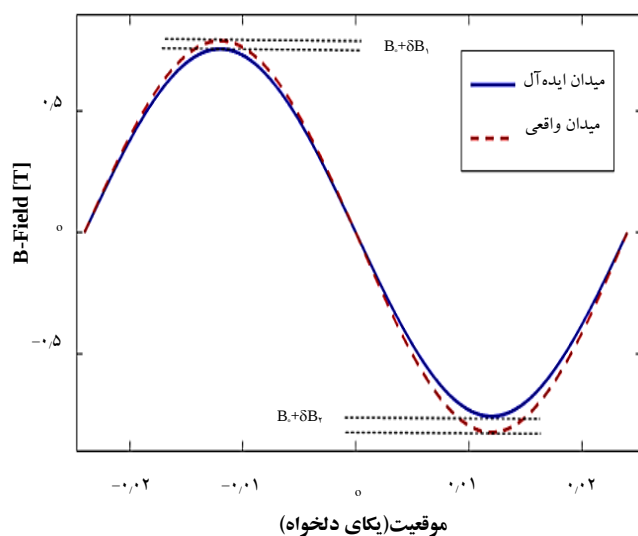
آندولاتور حول 2π آفت و خیز خواهد داشت. رابطه‌ی اساسی بین فاز الکترون و میدان مغناطیسی آندولاتور به صورت زیر است [۸ و ۹]:

(۲)

$$\delta(z) = \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{z}{2\gamma^2} + \frac{\int_{-\infty}^z x'' dz}{2} \right)$$

جدول ۱. پارامترهای الکترون و آندولاتور U-48

پارامتر	مقدار
انرژی الکترون	۳ GeV
جریان باریکه	۴۰۰ mA
طول پریود آندولاتور	۴۸ mm
کمینه مقدار شکاف	۱۵ mm
شدت میدان مغناطیسی آندولاتور	۰٫۷۵ T
فاکتور انحراف، K	۳٫۳۶



شکل ۱. خطای شدت میدان مغناطیسی. در حالت واقعی در هر نیم پریود شدت میدان نسبت به حالت ایده‌آل انحراف دارد.

میدان به طور خلاصه تعریف، و رابطه‌ی کمی آن‌ها با فاز الکترون بیان می‌شوند. در ادامه، تأثیر این خطاها بر نحوه‌ی عملکرد آندولاتور U-48 که اولین آندولاتور ساخته شده در چشمه‌ی نور ایران است مطالعه می‌شود.

۲. خطای پریود و خطای شدت میدان و خطای فاز

پارامترهای اساسی باریکه‌ی الکترونی چشمه‌ی نور ایران و پارامترهای اساسی آندولاتور U-48 را در جدول ۱ می‌توان مشاهده کرد.

میدان مغناطیسی آندولاتور یک میدان سینوسی است. یک تابع سینوسی، با شدت و طول موج آن مشخص می‌شود. در عمل، میدان مغناطیسی آندولاتور یک موج سینوسی است که نقاط اوج و حضیض آن حول مقدار میانگینی که با B_0 نمایش داده می‌شود یک آفت و خیز کوچکی خواهد داشت. اندازه‌ی طول موج آن نیز حول مقدار میانگینی که با λ_0 نشان داده می‌شود، آفت و خیز خواهد داشت. خطای موجود در نقاط اوج و حضیض را خطای شدت میدان، و خطای در اندازه‌ی طول موج میدان مغناطیسی آندولاتور را خطای پریود می‌نامند. شکل ۱ و ۲ به ترتیب خطای شدت میدان و خطای پریود را نشان می‌دهند.

هرگونه انحراف میدان مغناطیسی آندولاتور از حالت ایده‌آل باعث می‌شود در هر تناوب، هم شدت میدان در قطب‌ها و هم طول موج نسبت به حالت ایده‌آل اختلاف داشته باشد. از آن جا که هارمونیک‌های تابشی به علت تداخل سازنده‌ی تابش سینکروترونی از قطب‌های مختلف آندولاتور تولید می‌شوند، خطاهای موجود در میدان مغناطیسی سبب تداخل غیرسازنده می‌شود و شدت هارمونیک‌ها کاهش می‌یابند. با افزایش انرژی هارمونیک‌ها، حساسیت شدت هارمونیک‌ها به این خطاها بیش‌تر می‌شود. تصحیح این خطاها در آندولاتورها اهمیت دارد و نه در ویگلرها، چرا که طیف ویگلر پیوسته است و عملاً صحبت از تک‌تک هارمونیک‌ها بی‌معنی است. امروزه، تأثیر خطای شدت میدان و خطای پریود را با در نظر گرفتن آثار این دو خطا بر فاز حرکت الکترون توجیه می‌کنند [۹]. در حالت ایده‌آل، اختلاف فاز حرکت الکترون و به دنبال آن تابش سینکروترونی از آن، در هر پریود نسبت به پریود قبل به اندازه‌ی 2π خواهد بود، اما در حالت واقعی این اختلاف در گذر از پریودهای مختلف



حرکت الکترون، بر مسیر حرکت الکترون و پایداری آن نیز اثر می‌گذارند. همان طور که از رابطه‌ی (۲) معلوم می‌شود، در حقیقت خطای فاز در هر قطب، ناشی از مجموع تمام خطاهای فاز در قطب‌های پیش از آن است. به طور کلی می‌توان خطای فاز در محل هر قطب را به صورت زیر نشان داد که از لحاظ مفهومی، شکلی ساده از رابطه‌ی (۲) است [۹]:

$$\varphi_n = \varphi_1 + \sum_{i=1}^{n-1} \psi_i \quad (4)$$

به طوری که، $\psi_i = \varphi_{i+1} - \varphi_i$. به ψ_i خطای فاز موضعی^(۵) و به φ_i خطای فاز انباشته^(۶) می‌گویند. در مورد آندولاتور U-48 طرح چشمه‌ی نور ایران که با آهنرباهای دائمی ساخته خواهد شد،

می‌توان خطای فاز موضعی، ψ_i را برحسب خطا در اندازه‌ی طول شکاف حساب کرد. در این حالت، رابطه‌ی میدان مغناطیسی آندولاتور روی محور آن که به اندازه‌ی شکاف و طول پریود آندولاتور وابسته است برابر است با [۲]:

$$B_z(y, 0) = \frac{1}{2} B_r e^{-\frac{\pi y}{\lambda_u}} \sin(\frac{\pi y}{\lambda_u}) \quad B_y(y, 0) = 0 \quad (5)$$

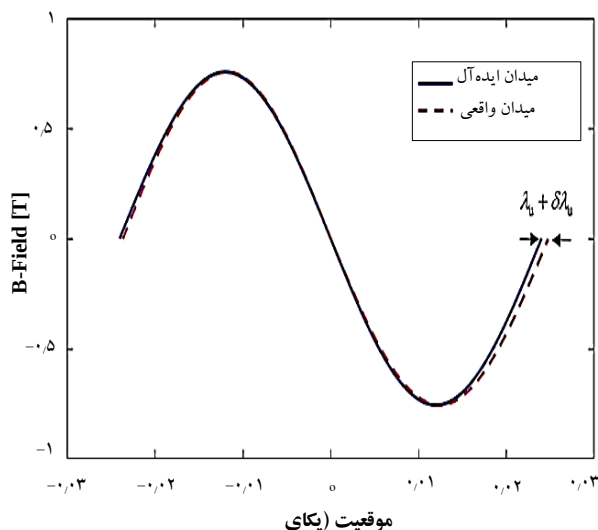
به طوری که، B_r پسماند مغناطیسی آهنربای دائمی است که در مورد U-48 برابر با ۱٫۱۸ T است. پارامتر g اندازه‌ی شکاف آندولاتور، و λ_u اندازه‌ی پریود آندولاتور است. محور طولی که در راستای محور آندولاتور قرار دارد و مسیر حرکت الکترون در راستای آن است محور z ، و محور عمودی که میدان مغناطیسی در راستای آن است، محور y است. رابطه‌ی طول موج تابشی را برحسب پارامترهای آندولاتور به صورت زیر [۲، ۱]:

(۶)

$$\lambda_n = \frac{\lambda_u}{2n\gamma^2} \left(1 + \frac{1}{2} K^2 + \gamma^2 \theta^2 \right)$$

با استفاده از رابطه‌ی (۵) و (۶)، خطای فاز سیستماتیک موضعی در محل قطب نام به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\psi_i = \frac{\Delta \lambda}{\lambda} = -\pi \frac{K^2}{1 + K^2/2} \frac{\pi \Delta g_i}{\lambda_0} \quad (7)$$



شکل ۲. خطای پریود میدان مغناطیسی. در حالت واقعی پریود میدان نسبت به حالت ایده‌آل انحراف دارد.

به طوری که، $x' = \frac{e}{\gamma mc} \int_{-\infty}^z B_y(z') dz'$ زاویه‌ی حرکت الکترون روی محور آندولاتور است. در حقیقت، با انتگرال-گیری از میدان مغناطیسی آندولاتور و سپس استفاده از رابطه‌ی (۲)، فاز الکترون در نقطه‌ی z به دست می‌آید. شار فوتون تولید شده از آندولاتور از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود [۸]:

(۳)

$$\frac{dN_{ph}(w)}{d\Omega} \Big|_{\theta=0} = \frac{e^2 \omega^2}{16\pi^3 \epsilon_0 c} \left| \int_{-\infty}^{\infty} x' \exp(i\delta) dz \right|^2$$

بنابراین، طبق رابطه‌ی (۲)، هرگونه خطایی در میدان مغناطیسی وجود داشته باشد، چه خطای در پریود، و چه خطای در شدت میدان، تأثیر خود را در فاز الکترون و نهایتاً در شار فوتونی خواهد گذاشت. خطای فاز را می‌توان به دو گروه تقسیم کرد، یکی خطای سیستماتیک و دیگری خطای کاتوره‌ای. خطای سیستماتیک که به صورت یکنواخت در طول آندولاتور تغییر می‌کند، ناشی از خطا در یکنواختی اندازه‌ی طول شکاف آندولاتور و یا خطاهای ناشی از عدم یکنواختی و جهت‌مندی دقیق بردار مغناطش آهنرباهای دائمی است. خطاهای کاتوره‌ای مربوط به خطاهای نقطه‌ای در اندازه‌ی میدان در محل قطب‌های آندولاتور است که از یک قطب تا قطب بعدی به صورت کاتوره‌ای تغییر می‌کنند [۵، ۹]. خطاهای کاتوره‌ای علاوه بر فاز



به طوری که،

$$(10) \quad \kappa = \frac{(1 + \gamma^2 (v_x(z') - \theta_x)^2 + \gamma^2 (v_y(z') - \theta_y)^2)}{1 + (K_x^2 / \gamma) + (K_y^2 / \gamma) + \gamma^2 \theta_x^2 + \gamma^2 \theta_y^2}$$

$v_x(z')$ و $v_y(z')$ به ترتیب مؤلفه‌های افقی و عمودی سرعت الکترون در نقطه‌ی z' ، و K_x و K_y به ترتیب پارامترهای انحراف الکترون در راستای افقی و عمودی‌اند. در مورد U-48 که یک آندولاتور تخت است، روی محور آن،^۵ $v_y(z') =$ هم‌چنین $K_x = 0$.

برای تولید موج سینوسی با مجذور میانگین مربعی مشخص، از اعداد شبه تصادفی با واریانس ۱ و میانگین صفر استفاده می‌شود که با رابطه‌ی (۱۱) تولید می‌شوند [۱۱، ۱۲]:

$$(11) \quad \begin{aligned} \text{period}_{\text{new}} &= \text{period}_{\text{ideal}} + \left| \text{period}_{\text{ideal}} \times \text{randn}(1, 1 \times N) \times \frac{\text{period rms error (degree)}}{16} \right| \\ \text{peakfield}_{\text{new}} &= \text{peakfield}_{\text{ideal}} + \left| \text{peakfield}_{\text{ideal}} \times \text{randn}(1, 1 \times N) \times \frac{\text{field rms error (\%)}}{100} \right| \end{aligned}$$

در رابطه‌ی (۱۱)، N تعداد پریودهای آندولاتور و برای U-48 برابر با ۱۰ است. شکل ۳، یک تابع سینوسی با خطای ۶ درجه را برای میانگین مجذور مربعی پریود، و ۳٪ را برای میانگین مجذور مربعی شدت میدان نشان می‌دهد. برای ارزیابی صحیح تأثیر این خطاها بر تابش نهایی با توجه به محدود بودن تعداد پریود آندولاتور و برای بالا بردن آمار و دستیابی به دقت مطلوب، باید تعداد دفعات زیادی موج سینوسی شبیه شکل ۳ تولید، و میانگین شدت هارمونیک‌ها را به عنوان شدت نهایی گزارش کرد. در این کار تعداد ۱۰۰ خطای متنوع و به دنبال آن ۱۰۰ موج سینوسی مختلف برای یک مقدار ثابت خطای فاز و خطای شدت میدان تولید شده است و این توابع به شکل میدان مغناطیسی شبه واقعی وارد کد B2E، و شدت هارمونیک‌های آندولاتور به ازای آن‌ها محاسبه می‌شوند.

در حالتی که هدف، محاسبه‌ی تابش سینکروترونی روی محور آندولاتور باشد، محاسبه‌ی طیف تابشی با استفاده از رابطه-ی (۳) کار نسبتاً ساده‌ای است. به این منظور، با نوشتن یک برنامه

در ساخت آندولاتور از رابطه‌ی (۷) به منظور برآورد میزان خطای مجاز در اندازه‌ی شکاف می‌توان استفاده کرد که عملاً در طراحی مکانیکی آندولاتور اهمیت دارد.

۳. روش کار

به منظور مطالعه‌ی تأثیر خطای پریود و خطای شدت میدان بر عملکرد آندولاتور و تابش خروجی از آن، ابتدا باید خطای شبه تصادفی تولید، و بر میدان مغناطیسی سینوسی ایده‌آل اضافه، و بعد از آن طیف تابشی در حضور و در غیاب این خطاها بررسی شوند. کدهای استاندارد وجود دارند که با تقریب‌های میدان نزدیک^(۷) و میدان دور^(۸) به تحلیل طیف تابشی از آندولاتور می‌پردازند. در این مقاله، برای تولید خطاهای شبه تصادفی از نرم‌افزار متلب و برای محاسبه‌ی طیف سینکروترونی از کد B2E استفاده شده است [۱۰]. کد B2E برای محاسبه‌ی تابش سینکروترونی، میدان الکتریکی گسیل شده از الکترون در نقطه‌ی مشاهده را حساب می‌کند و به کمک تحلیل فوریه، طیف تابشی را به دست می‌آورد. برای محاسبه‌ی تابش سینکروترونی به روش تحلیل فوریه‌ی میدان الکتریکی تولید شده به وسیله‌ی الکترون نسبی در نقطه‌ی (x, y, z) از رابطه‌ی زیر استفاده می‌شود [۲]:

$$(8) \quad \begin{aligned} \vec{E}(x, y, z, \omega) &= \frac{ie\omega N}{4\pi\epsilon_0 c^2} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n(N-1)} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{h}_n(\theta_x, \theta_y) \\ &\times \frac{\sin(\pi N ((\omega / \omega_n) - n))}{\pi N ((\omega / \omega_n) - n)} \\ &\times \exp \left[i \frac{\omega}{c} \left(\theta_x x + \theta_y y + z \left(1 + \frac{\theta_x^2}{2} + \frac{\theta_y^2}{2} \right) \right) \right] d\theta_x d\theta_y \end{aligned}$$

به طوری که $\vec{h}_n(\theta_x, \theta_y)$ سهم هارمونیک n ام در میدان الکتریکی در زاویه‌ی (θ_x, θ_y) است و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$(9) \quad \vec{h}_n(\theta_x, \theta_y) = \frac{n}{\lambda_1} \int_{-\lambda_1/2}^{\lambda_1/2} \left[\frac{v_x(y) - \theta_x}{v_y(y) - \theta_y} \right] \times \exp \left(\frac{i\pi n}{\lambda_1} \int_0^z \kappa dz' \right) dz$$



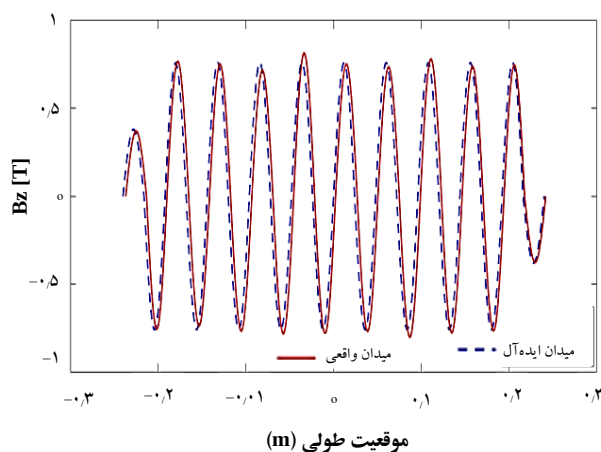
اختلال در فاز حرکت الکترون، و همین اختلال سبب کاهش هارمونیک‌ها می‌شود. از طرفی با پیدا شدن مؤلفه‌های غیرصفر سرعت نوسانی الکترون در راستای عرضی، الکترون با فرکانسی دو برابر فرکانس اول در راستای طولی نوسان می‌کند و همین منشأ تولید هارمونیک‌های زوج است [۱].

به منظور بررسی تأثیر خطای اندازه‌ی میدان و خطای پریود در شدت هارمونیک‌ها برای چند خطای مشخص، شدت هارمونیک‌های فرد اول تا هفتم محاسبه شد. میزان خطای مجاز در فرایند ساخت، بر اساس همین محاسبات تعیین می‌شود. شکل ۵، نتیجه‌ی بررسی میزان خطاهای فوق را بر شدت هارمونیک‌های آندولاتور U-48 نشان می‌دهد.

طبق شکل ۵ و بر اساس همین رهیافت، برای خطاهای با مقادیر مختلف می‌توان دریافت که برای رسیدن به بالای ۹۰٪ از شدت در هارمونیک‌های اول و سوم تابشی، میزان مجاز در خطای شدت میدان و پریود باید به ترتیب کم‌تر از ۱٪ و ۳ درجه باشد. در مورد خطای مجاز در اندازه‌ی شکاف، با توجه به رابطه-ی (۵) و (۷)، و با استفاده از میزان خطای مجاز در شدت میدان و پریود که از شکل ۵ مشخص می‌شود، حداکثر میزان مجاز خطای در شکاف برابر است با $15 \pm 0.2 \text{ mm}$.

همان‌طور که در رابطه‌ی (۲) مشاهده شد، فاز حرکت الکترون اساسی‌ترین کمیتی است که به وسیله‌ی آن می‌توان علت کاهش شدت هارمونیک‌ها در اثر خطاهای موجود در میدان مغناطیسی آندولاتور را توجیه کرد. با نوشتن یک برنامه در محیط متلب و انتگرال‌گیری عددی از میدان مغناطیسی واقعی که با خطا همراه شده است، فاز گذر الکترون از آندولاتور مطالعه شد. در حالت ایده‌آل، انتظار این است که، فاز الکترون در گذر از هر پریود آندولاتور به اندازه‌ی 2π رشد کند، اما در حالت واقعی رشد فاز با اختلال همراه است که نتیجه‌ی محاسبه‌ی فاز الکترون را در شکل ۶ می‌توان مشاهده کرد.

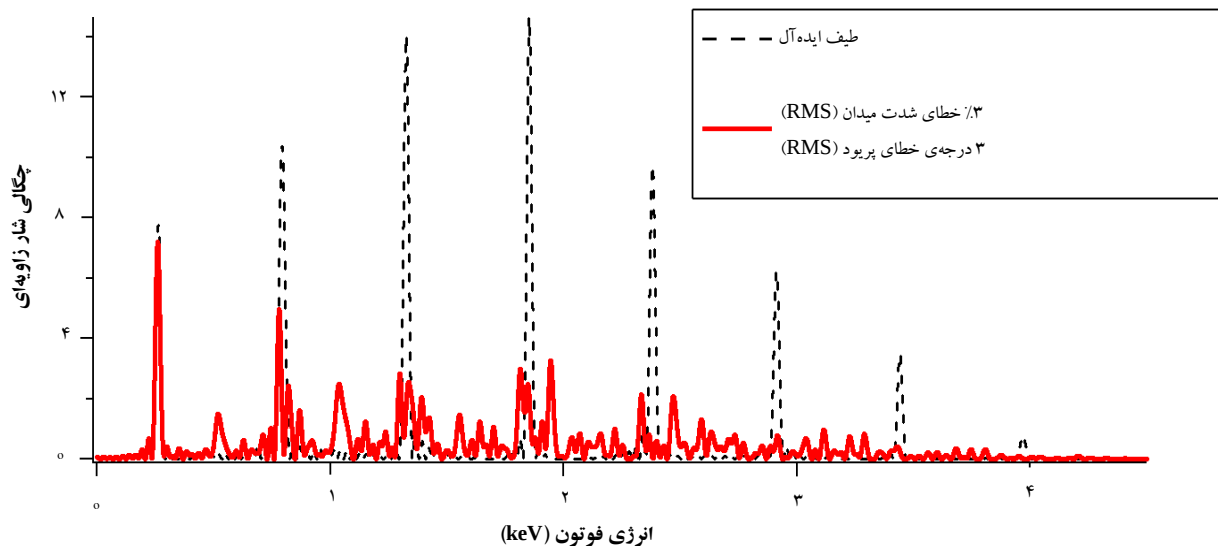
در محیط نرم‌افزار متلب، فاز حرکت الکترون برای میدان مغناطیسی ایده‌آل و همچنین در حضور خطای شدت میدان و خطای پریود با استفاده از رابطه‌ی (۲) محاسبه می‌شود.



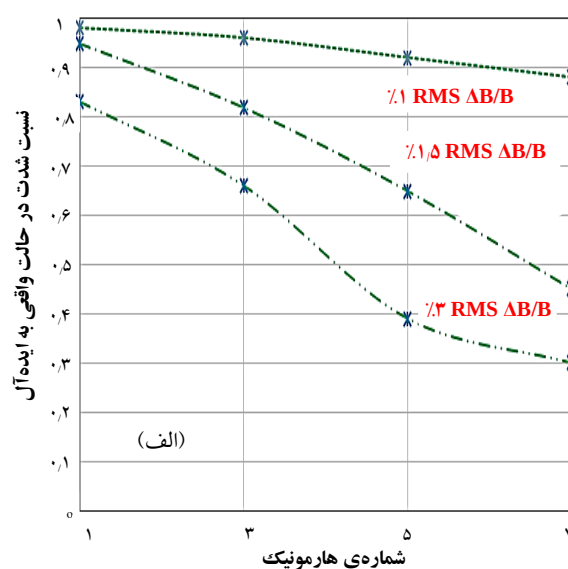
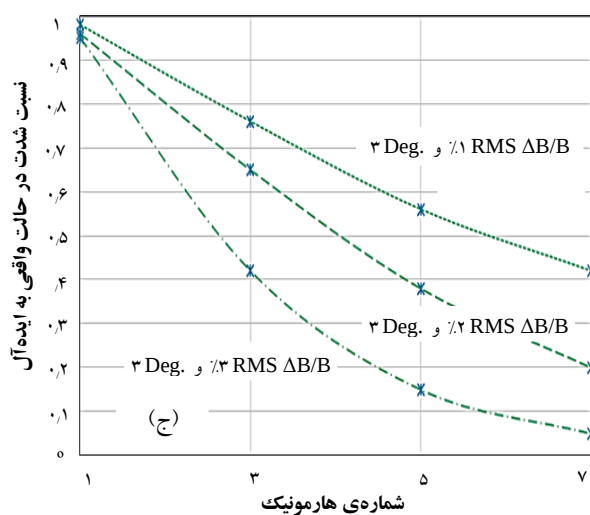
شکل ۳. اعمال خطاهای شبه تصادفی برای شبیه‌سازی میدان واقعی آندولاتور با مجذور میانگین مربع خطای مشخص با استفاده از خطای پریود ۶° و خطای میدان ۳٪. منحنی نقطه‌چین میدان ایده‌آل بدون خطا و منحنی پیوسته با در نظر گرفتن خطا است.

۴. نتایج

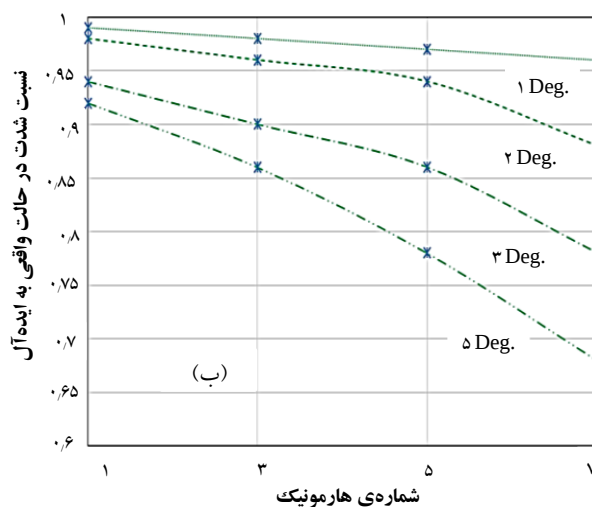
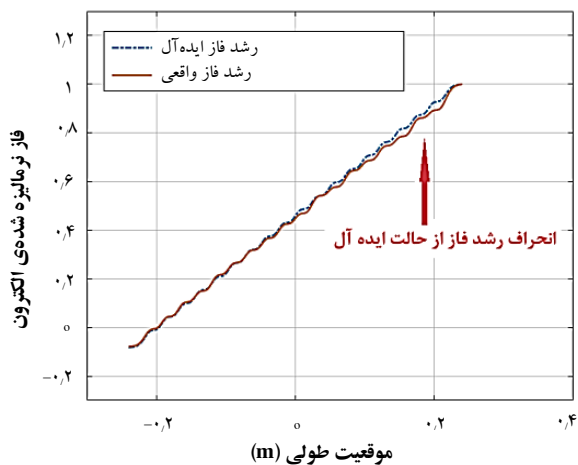
شکل ۴، مقایسه‌ی طیف هارمونیک حاصل از وارد کردن میدان مغناطیسی ایده‌آل به کد B2E هارمونیک‌های تابشی از آندولاتور U-48 در حالت ایده‌آل، و طیف هارمونیک بعد از اعمال خطای پریود و خطای شدت میدان، میزان این اختلاف بعد از اعمال خطای میانگین مجذور مربعی برابر با ۳٪ برای شدت میدان، و میانگین مجذور مربعی برابر با ۳ درجه برای پریود به دست آمده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، هارمونیک اول نسبت به خطاهای اعمالی کم‌ترین افت را دارد و با افزایش هارمونیک‌ها افت بیش‌تری دیده خواهد شد. هم‌چنین، رشد هارمونیک‌های زوج را که در حالت ایده‌آل شدت آن‌ها روی محور آندولاتور صفر است می‌توان مشاهده کرد. هارمونیک‌های زوج تنها در زاویه‌ی غیر صفر نسبت به محور آندولاتور قابل مشاهده‌اند. خطای موجود در میدان مغناطیسی آندولاتور سبب

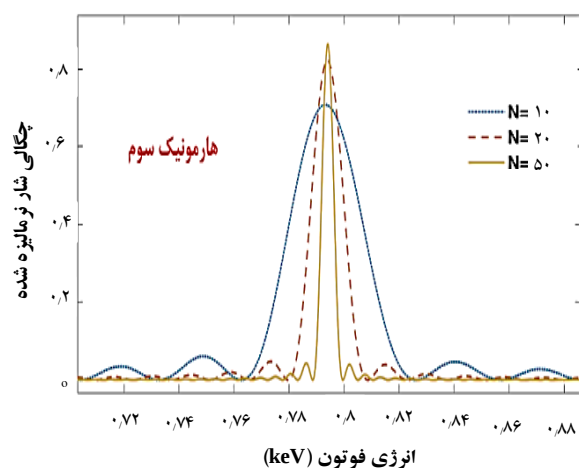
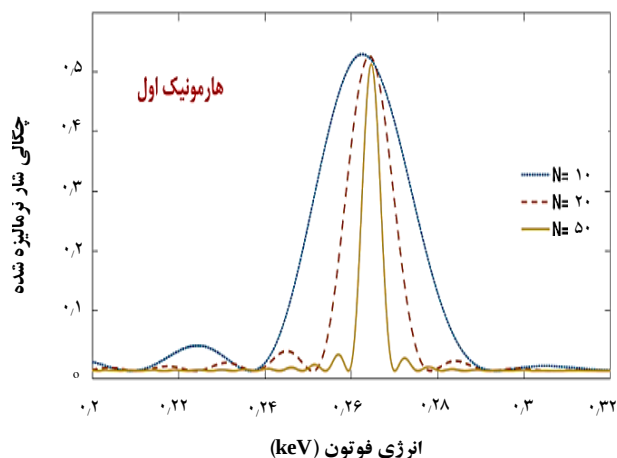


شکل ۳. هارمونیک‌های آندولاتور U-48 در حالت ایده‌آل و بعد از اعمال خطای شدت میدان و خطای پریود به اندازه‌ی به ترتیب 3° و 3°.

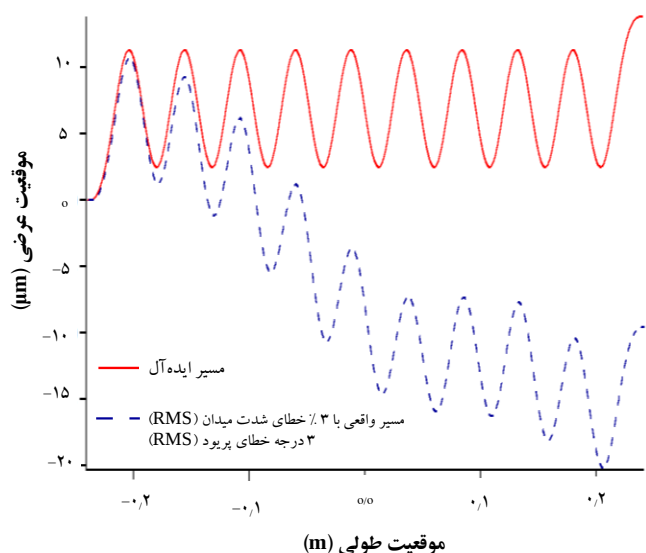


شکل ۴. نسبت شدت هارمونیک‌ها در حالت واقعی به حالت ایده‌آل: (الف) تأثیر خطاهای ناشی از شدت میدان بر شدت هارمونیک‌ها، (ب) تأثیر خطای پریود بر شدت هارمونیک‌ها و (ج) تأثیر هم‌زمان هر دو خطای شدت میدان و خطای پریود بر شدت هارمونیک‌ها.





شکل ۷. پهنای ناشی از پراش. تأثیر تعداد پریودهای آندولاتور، N ، بر پهنای انرژی هارمونیک اول و سوم.



شکل ۸. خط پیوسته: مسیر حرکت سینوسی الکترون در حضور میدان مغناطیسی ایده آل و منحنی خط چین: مسیر حرکت الکترون در میدان

شکل ۶. انحراف منحنی رشد فاز الکترون در گذر از آندولاتور U-48 با خطای ۳٪ در شدت میدان و 3° در پریود. همین اختلال در فاز الکترون است که منجر به تداخل غیرسازنده فوتون‌ها و کاهش شدت هارمونیک‌ها می‌شود.

نکته‌ی دیگر پهنای هارمونیک‌ها است که به عوامل مختلفی چون پهنای ناشی از پراش، پهنای ناشی از پهنای انرژی باریکه‌ی الکترونی، و پهنای ناشی از واگرایی باریکه بستگی دارد. پهنای ناشی از انرژی و واگرایی ذاتاً وجود دارد و برای هر حلقه‌ی انبارش مقداری ثابت است، ولی پهنای ناشی از پراش را می‌توان با افزایش تعداد پریودهای آندولاتور، یا به بیان دیگر طولانی‌تر کردن آندولاتور، به طور خطی کاهش داد. پهنای ناشی از پراش با $1/N$ رابطه دارد، که N تعداد پریودهای آندولاتور است. شکل ۷، پهنای طیف را برای حالت $N=10$ و 20 و 50 مقایسه می‌کند.

به عنوان آخرین نتیجه، مسیر حرکت الکترون در میدان مغناطیسی ایده‌آل و در حضور خطای فاز محاسبه شد. برای محاسبه‌ی این مسیر که با انتگرال دوم میدان متناسب است، از کد B2E استفاده شد. شکل ۸، مسیر عرضی حرکت الکترون را نشان می‌دهد. در ساخت آندولاتور و ویگلر، انتگرال اول و دوم میدان مغناطیسی در طول محور قطعه‌ی الحاقی باید صفر شود تا بتوان مطمئن شد باریکه‌ی الکترونی با همان زاویه و همان موقعیتی که وارد آندولاتور شده است از آن خارج شود. بنابراین علاوه بر کاهش خطاهای موجود در شدت میدان و پریود که بر شدت هارمونیک‌ها اثر گذارند، باید نسبت به صفر شدن انتگرال‌های اول و دوم نیز اقدام کرد. بعد از ساخت و اندازه‌گیری آندولاتور، نسبت به تصحیح میدان مغناطیسی آن اقدام می‌شود و مسیر حرکت الکترون را تا جای ممکن به حالت ایده‌آل نزدیک می‌کنند.

نتایج حاصل از محاسبات این مقاله با محاسبات مشابه در برخی کارها نشان‌دهنده‌ی تطابق بین نتایج به لحاظ مفهومی هستند. در این رابطه می‌توان به مرجع [۱۱ و ۱۲] مراجعه کرد.



مغناطیسی با خطای میانگین مجذور مربعی ۳٪ برای شدت میدان و ۳° برای پریود.

۵. نتیجه‌گیری

رسیدن به میدان مغناطیسی ایده‌آل در آندولاتور عملاً ممکن نیست. میدان مغناطیسی آندولاتور به طور کلی با دو نوع خطا روبه‌روست؛ یکی خطای در شدت میدان در هر قطب، و دیگری خطای در اندازه‌ی پریود آندولاتور. در مورد آندولاتور U-48 چشمه‌ی نور ایران که در حال ساخت است، از آهنرباهای دائمی استفاده شده است. در U-48 خطای در شدت میدان و اندازه‌ی پریود می‌تواند ناشی از شدت و جهت پسماند مغناطیسی تک‌تک آهنرباهای دائمی، ابعاد آن‌ها، و ساخت قطعات مکانیکی نگه‌دارنده‌ی آهنرباها باشد. پسماند مغناطیسی آهنرباها با ساخت یک پیچ‌ی هلمهولتز ارزیابی می‌شود و ساخت قطعات مکانیکی با دقت صورت می‌گیرد، اما در هر حال میدان مغناطیسی از حالت ایده‌آل انحراف خواهد داشت. میزان این انحراف براساس میانگین مجذور مربعی خطای شدت میدان و میانگین مجذور مربعی خطای پریود ارزیابی و مطالعه می‌شود. برای این منظور با تولید خطاهای کاتوره‌ای در شدت میدان و اندازه‌ی پریود آندولاتور به کمک دستور RANDN در نرم‌افزار متلب که توزیع گاوسی با انحراف معیار ۱ و میانگین صفر از خطاهای کاتوره‌ای را تولید می‌کند، میدان سینوسی نزدیک به حالت واقعی ایجاد می‌شود. این میدان به صورت ورودی در اختیار کد B2E برای محاسبه‌ی شدت هارمونیک‌های تابش سینکروترونی و مسیر حرکت الکترون قرار می‌گیرد. نتایج نشان می‌دهند با افزایش شماره هارمونیک‌ها، حساسیت شدت آن‌ها به خطاهای فوق افزایش می‌یابد و این یعنی برای رسیدن به هارمونیک‌های بالاتر باید میدان مغناطیسی تا جای ممکن به میدان ایده‌آل نزدیک شود. نتیجه‌ی دوم این که تأثیر خطای در شدت میدان بر شدت هارمونیک‌ها از خطای ناشی از اندازه‌ی پریود بیش‌تر است. نتایج محاسبات نشان می‌دهد برای رسیدن به بالای ۹۰٪ از شدت در هارمونیک‌های اول و سوم تابشی، میزان مجاز در خطای شدت میدان و پریود باید به ترتیب کم‌تر از ۱٪ و ۳° درجه، و میزان خطای در اندازه‌ی شکاف نباید از 15 ± 0.2 mm بیش‌تر باشد. نکته‌ی مهم این که در عمل، خطای در اندازه‌ی پریود از خطای در شدت میدان کم‌تر است. زیرا ابعاد آهنرباها با دقت

بالایی به حالت ایده‌آل نزدیک است، اما کیفیت بردار مغناطش آن‌ها این‌طور نیست و شدت میدان با خطای بیش‌تری مواجه است. نتیجه‌ی آخر آن که، مسیر حرکت الکترون در طول آندولاتور برقرار می‌شود و با انتگرال دوم میدان در طول آندولاتور نسبت دارد. هر گونه خطا در میدان مغناطیسی منجر به عدم تقارن میدان و صفر نشدن انتگرال اول و دوم آن خواهد شد. در مراحل انتهایی ساخت آندولاتور، این خطاها باید اصلاح شوند تا پایداری حرکت باریکه‌ی الکترونی هنگام عبور از آندولاتور تضمین شود.

تشکر و قدردانی

تشکر صمیمانه خود را تقدیم می‌کنیم به پروفیسور هلموت ویدمن، استاد برجسته‌ی دانشگاه استنفورد که به عنوان مشاور طرح

چشمه‌ی نور از نظرات ارزنده‌ی ایشان بهره برده‌ایم. درک صحیح از خطای فاز و روش تحلیل تأثیر آن با راهنمایی ایشان صورت پذیرفت.

پی‌نوشت‌ها

1. Wiggler
2. RMS (Root Mean Square)
3. FOM (Figure of Merit)
4. Low Gain FEL
5. Local Phase Error
6. Cumulative Phase Error
7. Near Field Approximation
8. Far Field Approximation



مراجع

- [6] P. Kennedy, et al., Statistical variation of FEL performance due to wiggler field errors, *Nucl. Instrum. Meth. A* **1** (1990) 607-610.
- [7] B.L. Bobbs, et al. In search of a meaningful field-error specification for wigglers. *Nucl. Instrum. Meth. A* (1990) 574-578.
- [8] R.P. Walker, Interference effects in undulator and wiggler radiation sources. *Nucl. Instrum. Meth. A* (1993) 328-335.
- [9] Richard P. Walker, Phase errors and their effect on undulator radiation properties, *Physical Review Special Topics-Accelerators and Beams*. **16** (2013) 010704.
- [10] Pascal Elleaume, B2E V 3.3 by ESRF ID Group, (2000).
- [11] Somjai Chunjarean, HIGH FIELD INSERTION DEVICES FOR LOW ENERGY ELECTRON STORAGE RINGS, PhD thesis, Suranaree University of Technology (2009).
- [12] S. Chunjarean, et al., A new field correction scheme for superconducting undulators by modification the iron pole geometry, *IOP: Supercond. Sci. Technol.* **24** (2011) 055013.
- [1] Helmut Wiedemann, Particle Accelerator Physics, Springer-Verlag Berlin Heidelberg (2007).
- [2] Pascal Elleaume, Undulators, Wigglers and their Applications, Taylor & Francis (2003).
- [3] B.M. Kincaid, Random errors in undulators and their effects on the radiation spectrum, *JOSA B*. **8** (1985) 1294-1306.
- [4] B. Diviacco, R.P. Walker, The effect of magnetic field errors on the radiation spectrum of ELETTRA undulators, in Proceedings of the 1989 Particle Accelerator Conference, Chicago (1989) 1259-1261.
- [5] James A. Clarke, The Science and Technology of Undulators and Wigglers, Oxford University Press (2004).