



تثبیت ناپایداری رایلی-تیلور مغناطیسی در پلاسمایی با گرادیان چگالی توانی

محمدعلی معصوم پرست کتیک لاهیجانی، سهیل خوشبین فر*
گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه گیلان، صندوق پستی: ۱۹۱۴-۴۱۶۳۵، رشت-ایران

*Email: skhoshbinfar@guilan.ac.ir

مقاله پژوهشی

تاریخ دریافت مقاله: ۱۴۰۱/۱۰/۱۹ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۲/۳/۱

چکیده

استفاده از گرادیان چگالی توانی اولیه برای پلاسما باعث می‌شود تا آهنگ رشد اختلالات به صورت نسبتاً آهسته و غیرنمایی خود را نشان دهد، در حقیقت چگالی توانی به کاهش سرعت رشد اختلال در طول مرحله‌ی شتاب‌دهی کمک می‌کند. بر اساس شواهد تجربی با انتخاب توان بزرگ‌تر از ۲ ($n > 2$) برای چگالی توانی، مشاهده می‌شود که در نزدیکی لحظه‌ی مکث آنی تغییرات چگالی به سرعت با افزایش نما کاهش می‌یابد. برای $n=3$ دامنه‌ی اختلال در مقایسه با حالت یکنواخت ($n=0$) پنج برابر کاهش می‌یابد. در این پژوهش، گرادیان چگالی توانی به همراه اثر میدان مغناطیسی خارجی ایستا بر روی آهنگ رشد ناپایداری رایلی-تیلور در پلاسمای نایکنواخت تراکم‌ناپذیر و محصور بین دو صفحه‌ی $z=0$ و $z=h$ به صورت تحلیلی مورد بررسی قرار گرفته است. رابطه‌ی پاشندگی مسأله به کمک خطی‌سازی معادلات MHD و با اعمال شرایط مرزی مناسب استخراج شد. نتایج نشان می‌دهند که آهنگ رشد ناپایداری به مؤلفه‌های افقی و عمودی میدان مغناطیسی و هم‌چنین پارامتر بی‌بعد λ^* ($\lambda^* = -1.5, -0.5, 1$) بستگی دارد، بیشینه‌ی ناپایداری در مقدار $\lambda^* = -1.5$ رخ می‌دهد. به منظور مدیریت آهنگ رشد ناپایداری مشاهده می‌شود که ترکیب هم‌زمان میدان‌های مغناطیسی افقی و عمودی، پایداری سریع‌تری را برای سیستم عرضه می‌کند. با افزایش شدت میدان مغناطیسی خارجی ایستا دامنه‌ی مربع آهنگ رشد ناپایداری حدود ۱۵٪ و نقطه‌ی بحرانی به اندازه‌ی ۵۸٪ کاهش می‌یابد، این روند کاهش در مقایسه با نتایج به دست آمده از چگالی نمایی بسیار آهسته می‌باشد. بنابراین طبق انتظار استفاده از ضریب نمایی ۳ برای چگالی توانی اولیه‌ی پلاسما باعث کاهش ملایم سرعت رشد اختلال می‌گردد که این، صحت محاسبات و نتایج به دست آمده را تأیید می‌کند.

کلیدواژه‌ها: ناپایداری رایلی-تیلور مغناطیسی، معادلات MHD، پلاسمای نایکنواخت، گرادیان چگالی توانی، مدیریت آهنگ رشد ناپایداری

Stabilization of Magneto-Rayleigh-Taylor instability in a Plasma with Power density Gradient

M.A. Masoumparast, S. Khoshbinfar*

Department of Physics, Faculty of Basic Sciences, Gilan University, P.O.Box: 41635-1914, Rasht - Iran

Research Article

Received 9.1.2023, Accepted 22.5.2023

Abstract

The use of the initial power density gradient in the plasma makes disorder growth relatively slow and invisible. In fact, the power density reduces the disorder growth rate during the acceleration phase. By choosing a power density greater than 2 for the power density, the density changes decrease rapidly with increasing aspect ratio near the stagnation moment. For $n=3$ the disturbance amplitude is reduced by five times compared to the uniform state. In this research, the power density gradient along with the effect of static external magnetic field on the growth rate of Rayleigh-Taylor instability in non-uniform incompressible plasma confined between two planes $z=0$ and $z=h$ has been analyzed analytically. The problem dispersion relation was derived by linearizing the MHD equations and applying appropriate boundary conditions. The results show that the growth rate of instability depends on the horizontal and vertical components of the magnetic field as well as the dimensionless parameter λ^* ($\lambda^* = -1.5, -0.5, 1$), and the maximum instability occurs at $\lambda^* = -1.5$. In order to manage the growth rate of instability, it is observed that the simultaneous combination of horizontal and vertical magnetic fields provides faster stability for the system. With the increase in the intensity of the static external magnetic field, the square amplitude of the instability growth rate decreases by about 15% and the critical point decreases by 58%. This decreasing process is very slow compared to the results obtained from the apparent density. Therefore, as expected, using the factor of 3 for the initial power density of the plasma causes a slight decrease in the growth rate of the disorder. This confirms the correctness of the calculations and the obtained results.

Keywords: Magneto-Rayleigh-Taylor instability, MHD equations, Non-uniform plasma, Power density gradient, Management of the instability growth rate



۱. مقدمه

ناپایداری رایلی-تیلور به دلیل نقش تعیین کننده در پدیده‌های فضایی و آخترفیزیکی؛ مانند: گرمایش تاج خورشیدی، انفجار ابرنواختر، انفجار سحابی خرچنگ و همچنین نقش کلیدی در هم‌جوشی محصورشده‌ی لختی (ICF) و پلاسمای لیزری، توجه پژوهشگران را به خود جلب کرده است. این ناپایداری معمولاً به دلیل شتاب ثابت گرانش در فصل مشترک دو سیال با چگالی‌های مختلف که روی یکدیگر و یا در تماس با یکدیگر در میدان گرانشی قرار داشته باشند، اتفاق می‌افتد. جهت این شتاب که مقدار آن ثابت است، همواره از طرف سیال سبک‌تر به سمت سیال سنگین‌تر و یا از بالا به پایین می‌باشد ($\vec{a} = -\vec{g}$). به طور کلی ناپایداری رایلی-تیلور زمانی رخ می‌دهد که گرادیان چگالی و گرادیان فشار علامت‌های مخالف یکدیگر داشته باشند، بنابراین شرط کلی ناپایداری به صورت $\vec{\nabla} \rho \cdot \vec{\nabla} p < 0$ خواهد بود. مطابق نظریه‌ی خطی، اختلالات نوسانی در فصل مشترک ناپایدار با طول موج λ و دامنه‌ی اولیه‌ی $\xi_0 \ll \lambda$ به صورت نمایی $\xi = \xi_0 \exp(\gamma_{RT} t)$ با زمان رشد می‌کند. در این رابطه $\gamma_{RT} = \sqrt{A_T kg}$ آهنگ رشد خطی ناپایداری رایلی-تیلور، $k = 2\pi/\lambda$ عدد موج اختلال و $A_T = (\rho_r - \rho_l)/(\rho_r + \rho_l)$ عدد آتوود می‌باشند [۴-۱].

آهنگ رشد خطی ناپایداری رایلی-تیلور در همجوشی محصورشده‌ی لختی نیز مشاهده می‌شود. بر این اساس، انفجار درونی هدف‌های ICF به طور ذاتی ناپایدار هستند، به ویژه نسبت به ناپایداری رایلی-تیلور متمایل به این امر است که در ابتدا از داخل، پوسته‌ی انفجاری را تخریب کرده و سپس از تشکیل لکه‌ی داغ جلوگیری می‌کند. بنابراین، هدف از افروزش لکه‌ی داغ مرکزی، به صورتی حیاتی به چگونگی کنترل این ناپایداری بستگی دارد. این موضوع یکی از مهم‌ترین بحث‌های چالش برانگیز در ICF است. این ناپایداری، در دو مرحله در طی انفجار درونی اتفاق می‌افتد؛ اول، در سطح بیرونی پوسته یعنی سطح خارجی ساچمه‌ی سوخت به وسیله‌ی فشارکنندگی ایجاد می‌شود، این کندگی ناشی از جذب پالس لیزری در ناحیه‌ی هاله می‌باشد. دوم، در سطح درونی پوسته و در پایان مرحله‌ی انفجار درونی یعنی هنگامی که پوسته تحت فشار اعمال شده در ناحیه‌ی داغ مرکزی کند می‌شود، رخ می‌دهد [۴]. به طور خاص، یکی از مشکلات نهفته در راه‌اندازی مستقیم در همجوشی محصورشده‌ی لختی، نیازمندی رساندن سوخت به چگالی‌های بالا بوده که این موضوع مستلزم صرف توان

گرمایشی بالا می‌باشد. به موازات صرف توان حرارتی بیشتر، سرعت انفجار درونی نیز افزایش می‌یابد. افزایش سرعت انفجار درونی به ازاء یک توان ورودی معین، به دلیل افزایش آهنگ رشد ناپایداری هیدرودینامیکی رایلی-تیلور، موجب کاهش بهره انرژی هدف خواهد شد. این وضعیت بر چگالی ناحیه‌ای سوخت $\langle \rho R \rangle_{DT, Max}$ در مرحله‌ی مکث لحظه‌ای و به نوبه خود بر کسر مصرف سوخت و کاهش بیش‌تر بهره انرژی هدف اثرگذار است [۶-۵].

اگرچه در اوایل سال ۱۹۴۹ میلادی تشخیص داده شد که میدان مغناطیسی می‌تواند به طور قابل توجهی رسانایی گرمایی الکترون را کاهش دهد، چندین سال پس از مقاله‌ی اولیه، سوخت مغناطیسی توسط رهیافت همجوشی محصورشده لختی پیشنهاد شد و اولین آزمایش‌هایی که نشان می‌داد میدان مغناطیسی می‌تواند بازده ICF را بهبود بخشد انجام گرفت [۷]. هندسه‌ی طبیعی سیستم‌های انفجاری مغناطیسی، استوانه‌ای است زیرا همگرایی شعاعی مورد نیاز برای رسیدن به شرایط همجوشی برای انفجارهای استوانه‌ای به طور قابل توجهی بیش‌تر از انفجارهای کروی است، به دلیل این‌که مقیاس حجم آن‌ها به ترتیب با مربع شعاع سوخت (R^2) و مکعب شعاع سوخت (R^3) متناسب است. فشرده‌سازی پلاسمای توسط خود-میدان‌های مغناطیسی که به عنوان اثر تنگش شناخته می‌شود، مطالعه‌ی پلاسمای با چگالی و دمای بالا را در شرایط آزمایشگاهی ممکن می‌سازد. برای تولید چنین پلاسمایی، تنگش-Z سریع به طور گسترده به عنوان منابع قدرتمند اشعه ایکس نرم و راه‌اندازهای مناسب برای همجوشی محصورشده لختی استفاده می‌شوند. از این‌رو، با توجه به چگالی انرژی بالا که در مرحله نهایی فشرده‌سازی معمول است، مطالعات روی تنگش-Z در جریان اصلی تحقیق در حوزه‌ی همجوشی محصورشده لختی قرار دارد. هم در رهیافت MagLIF و هم در سایر تحقیقات Z-pinch مشکل کلیدی، دستیابی به فشرده‌سازی پایدار پلاسمای تنگش است؛ زیرا پایداری فشرده‌سازی، حداکثر مقادیر نهایی قابل دستیابی برای چگالی و دمای پلاسمای را تعیین می‌کند [۷-۸]. مانع اصلی انفجار درونی پایدار، ناپایداری مگنتوهیدرودینامیکی (MHD) است که خطرناک‌ترین نوع آن ناپایداری رایلی-تیلور می‌باشد. از آنجایی‌که تنگش-Z به دلیل فشار میدان مغناطیسی قوی سمتی (B_θ) فشرده می‌شود، ناپایداری‌هایی از نوع رایلی-تیلور ممکن است در پلاسمای تنگش در طول مرحله‌ی شتاب‌دهی ایجاد شود. فشار مغناطیسی با افزایش چگالی، موج



اختلالات به صورت نسبتاً آهسته و غیرنمایی پیش‌بینی می‌شود. مشخصه‌ی چگالی توانی شرایطی را فراهم می‌کند که تحت آن، مرز بین میدان مغناطیسی و پلازما با افزایش گرادیان چگالی به طرف محور تنگش شتاب نمی‌گیرد و ناپایداری‌های MRT که به صورت نمایی در حال رشد است سرکوب می‌شوند. با در نظر گرفتن چگالی اولیه‌ی پلاسمای چینه‌ای به صورت تابعیت توانی شعاعی ($\rho(r) \propto r^{-n}; n \geq 1$) مشاهده می‌شود که در نزدیکی لحظه‌ی مکث آنی (Stagnation) تغییرات چگالی به سرعت با افزایش نما کاهش می‌یابد؛ به ازای $n = 1$ اندکی کاهش شتاب را شاهد هستیم که اثر پایداری کم است. برای $n = 2$ شبیه به شتاب صفر را خواهیم داشت که رشد اختلال کاهش یافته ولی هنوز محسوس می‌باشد. در نهایت برای $n = 3$ شتاب معکوس خواهیم داشت که تقریباً هیچ تغییر جرم خطی نزدیک لحظه‌ی مکث آنی وجود ندارد، این تقریباً یک کاهش پنج برابری در دامنه‌ی اختلال در مقایسه با حالت یکنواخت $n = 0$ می‌باشد. برای داشتن جرم کل پلاسمای محدود، n را بزرگ‌تر از ۲ در نظر می‌گیرند [۱۵-۱۶]. سرکوب ناپایداری رایلی-تیلور با شتاب معکوس یک اثر قوی و صرفاً هیدرودینامیکی است، با توجه به شبیه‌سازی عددی انجام‌شده توسط ولیکوویچ و همکارانش، فشرده‌سازی پایدار یک پلاسمای کوچک تنها زمانی می‌تواند فراهم شود که چگالی پلازما سریع‌تر از نسبت r^{-3} افزایش یابد [۸].

کاهش ناپایداری رایلی-تیلور به کمک چگالی توانی محوری، نخستین بار در سال ۱۹۹۶ میلادی در آزمایشگاه ملی سندیا (SNL) گزارش شد [۱۶]. برخلاف تابعیت توانی شعاعی برای چگالی اولیه‌ی پلازما، تابعیت توانی محوری می‌تواند به جای تأخیر در شروع رشد ناپایداری رایلی-تیلور در واقع ناپایداری رایلی-تیلور را کاهش دهد و حتی آن را به طور کامل سرکوب کند آن هم به قیمت کاهش بازده هیدرودینامیکی شتاب. به دنبال بهترین مبادله بین ثبات و عملکرد، ترکیب این دو رویکرد طبیعی است. چگالی توانی شعاعی را می‌توان برای سرکوب رشد اختلال در لایه‌های بیرونی با چگالی پایین‌تر در طول زمان افزایش جریان استفاده کرد، در حالی که چگالی توانی محوری به کاهش سرعت رشد اختلال در طول مرحله‌ی شتاب‌دهی توسط بیشینه جریان کمک می‌کند [۱۵-۱۶]. اعمال چگالی توانی سوخت به شدت بر کیفیت گداخت نهایی تأثیرگذار بوده و مسیر تحول آفرینش-اشتعال هدف را کاملاً متفاوت از روش استاندارد تغییر می‌دهد. مشاهده می‌شود که افزایش نما در

ضربه‌ای را به لایه‌ی پلاسمای چینه‌ای هدایت می‌کند. از این‌رو، فیزیک تنگش-Z بر مطالعه‌ی ناپایداری‌های رایلی-تیلور مغناطیسی (MRT) و راه‌هایی برای سرکوب یا کاهش آن‌ها متمرکز است [۸-۹].

ناپایداری‌ها را می‌توان به طور خاص توسط اعمال میدان‌های مغناطیسی خارجی ایستا یا با تنظیم تابعیت چگالی اولیه‌ی پلازما سرکوب کرد. در اولین روش، فرایند تثبیت به این صورت می‌باشد که برش مغناطیسی بین میدان مغناطیسی محوری (B_z) درون تنگش-Z و میدان مغناطیسی سمتی (B_θ) در خارج از آن، پایداری پوسته‌ی پلاسمای انفجاری را افزایش می‌دهد و رشد ناپایداری MRT را سرکوب می‌کند [۹]. مسأله‌ی سرکوب ناپایداری رایلی-تیلور مغناطیسی همراه با میدان مغناطیسی خارجی ایستا بر اساس نظریه‌ی خطی MHD در نظر گرفته شده است و نشان داده می‌شود که فشرده‌سازی به طور مؤثر به کمک میدان مغناطیسی محوری اولیه‌ی نسبتاً ضعیف تثبیت می‌گردد ($B_z = 0.4(T)$) [۱۰]. حضور میدان مغناطیسی می‌تواند پارامترهای پلازما را تغییر دهد، به طوری که یون‌ها نیروی چرخشی قوی‌ای با سرعت زاویه‌ای ثابت تجربه و در امتداد جهت $\vec{E} \times \vec{B}$ حرکت می‌کنند [۱۱]. میدان‌های مغناطیسی به کار رفته در انفجارهای درونی گداخت لختی، باعث فشرده‌شدن پلازما می‌گردند به طوری که با شدت‌های مناسب می‌توانند از اتلاف هدایت حرارتی الکترون‌های سوخت داغ جلوگیری کنند. این کار اولین بار در تجهیزات لیزری OMEGA مشاهده شد؛ جایی که میدان مغناطیسی محوری اولیه به بزرگی $8T$ باعث افزایش دمای لکه‌ی داغ و افزایش بازده هدف از ۱۵٪ به ۳۰٪ گردید. پیش‌بینی می‌شود که میدان‌های مغناطیسی بزرگ‌تر تأثیر بهتری بر عملکرد هدف داشته باشند. دسته‌ای از مطالعات عددی نشان می‌دهند که فرایند آفرینش به کمک هدایت حرارتی مغناطیسی مناسب، بهتر صورت می‌گیرد. همچنین میدان مغناطیسی اعمال شده می‌تواند به طور مؤثر یون‌های DT و ذرات آلفا را محصور کرده و احتمال برخورد و بازده همجوشی را افزایش دهد. علاوه بر بهبود در عملکرد کلی هدف، وجود میدان مغناطیسی مناسب باعث ایجاد تغییر در روند رشد اختلال می‌شود، به طوری که تنش در خطوط میدان مغناطیسی از طریق نیروی لورنتس می‌تواند ناپایداری رایلی-تیلور را مهار کند [۹-۱۴].

در روش دوم، ناپایداری‌های MRT بسته به نوع تابعیت چگالی اولیه‌ی پلازما می‌توانند رشد یا کاهش یابند. برای پلازما با تابعیت چگالی توانی (محوری و شعاعی)، آهنگ رشد



۲. فرمول بندی مسأله

در این پژوهش، لایه‌هایی از پلاسمای تراکم‌ناپذیر و ناؤشکسان با ضخامت معین و محصورشده بین دو صفحه‌ی ثابت با مختصات $z=0$ و $z=h$ به عنوان شارهای از الکترون‌ها و یون‌های بی‌حرکت در نظر گرفته شده و پلازما درون میدان مغناطیسی خارجی ایستا قرار دارد. سیالات تراکم‌ناپذیر در میدان مغناطیسی بدون توجه به وُشکسانی، تَنیش‌سطحی و انتقال حرارت در نظر گرفته شده‌اند، این سیالات توسط معادلات MHD ایده‌آل اداره می‌شوند. در دستگاه مختصات دِکارتی معادلات MHD ایده‌آل به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\rho \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} = -\vec{\nabla} p + \rho \vec{g} + \frac{1}{\mu_0} (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \times \vec{B} \quad (1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{U} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{\nabla} \times (\vec{U} \times \vec{B}) \quad (3)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + (\vec{U} \cdot \vec{\nabla}) \rho = 0 \quad (4)$$

کمیت‌های \vec{U} ، p ، \vec{B} و ρ به ترتیب سرعت، فشار حرارتی، میدان مغناطیسی و چگالی را نشان می‌دهند. جهت بررسی پایداری سیستم به کمک روش استاندارد خُطی‌سازی معادلات بالا را خُطی می‌کنیم، پایداری خُطی رهیافتی قدرتمند در ریاضیات است که منجر به ساده‌سازی قابل توجهی در تحلیل پایداری سیستم می‌شود. ایده آن است که ابتدا تعادل خودنگهدار MHD محاسبه شده و سپس پلازما را به آرامی دور از مکان تعادلی‌اش به اختلال درآوریم [۲۱]. برای این کار تعدادی از کمیت‌های فیزیکی را با اختلال نسبت به حالت تعادلی در نظر می‌گیریم:

$$\begin{aligned} p &= p_0 + p_1, & \rho &= \rho_0 + \rho_1, \\ \vec{B} &= \vec{B}_0 + \vec{B}_1, & \vec{U} &= \vec{U}_0 + \vec{U}_1 \end{aligned} \quad (5)$$

با جاگذاری رابطه (۵) در مجموعه روابط ۱ تا ۴ و انجام محاسبات به رابطه‌های خُطی‌سازی شده زیر شامل جملات با زیروند ۱ و ۰ که سهم جملات اختلالی و تعادلی را نشان می‌دهند خواهیم رسید:

تابعیت توانی چگالی غیرخُطی موجب کنترل آهنگ شتاب‌دهی و تداوم بهبود بهره‌ی انرژی هدف می‌گردد [۱۷].

علاوه بر در نظر گرفتن تابعیت توانی برای چگالی اولیه‌ی پلازما بر اساس پژوهش‌های تجربی، روش‌های تحلیلی و نتایج عددی ذکر شده؛ پژوهشگران با اعمال میدان مغناطیسی خارجی و هم‌چنین در نظر گرفتن تابع توزیع چگالی به صورت ثابت، نمایی و غیرخُطی در قالب روش تحلیلی و محاسبات عددی برای پلاسمای تراکم‌ناپذیر و نایکنواخت ایده‌آل به نتایج خوبی جهت تثبیت آهنگ رشد ناپایداری رایلی-تیلور دست یافته‌اند. در اکثر تحقیقات انجام‌شده که به صورت تحلیلی و محاسبات عددی می‌باشد، اثر مؤلفه‌های افقی و عمودی میدان مغناطیسی خارجی به طور جداگانه و باهم بر روی آهنگ رشد ناپایداری رایلی-تیلور پلاسمایی نایکنواخت با تابعیت نمایی بررسی شده است. نتایج این پژوهش‌های غیرتجربی نشان می‌دهند که اعمال میدان مغناطیسی خارجی ایستا نسبت به گرادیان چگالی اثر بهتری بر روی کاهش آهنگ رشد ناپایداری رایلی-تیلور دارد. هم‌چنین مؤلفه‌ی افقی میدان مغناطیسی در طول موج‌های اختلالی کوتاه و مؤلفه‌ی عمودی میدان مغناطیسی در طول موج‌های اختلالی بلند بر روی کنترل آهنگ رشد ناپایداری مؤثرند [۱۰، ۱۸-۲۰].

مطالعه‌ی آثار مطلوب ناشی از تابعیت توانی چگالی اولیه‌ی پلازما و هم‌چنین میدان‌های مغناطیسی خارجی ایستا بر مدیریت آهنگ رشد ناپایداری هیدرودینامیکی رایلی-تیلور، ما را بر آن داشت تا در این مقاله به بررسی تأثیر هم‌زمان تابعیت توانی میدان‌های مغناطیسی افقی و عمودی و توزیع توانی چگالی اولیه‌ی پلازما بر آهنگ رشد ناپایداری رایلی-تیلور در پلاسمای نایکنواخت بپردازیم. در این پژوهش که به صورت محاسبات تحلیلی انجام شده است، با در نظر گرفتن معادلات MHD ایده‌آل برای سیال نایکنواخت تراکم‌ناپذیر و ناؤشکسان و با خُطی‌سازی دسته معادلات اولیه، به معادلات اختلالی رسیدیم. سپس با حل آن‌ها در چارچوب مختصات دِکارتی به رابطه‌ی کلی پاشندگی دست یافتیم. این معادله اثر توزیع توانی چگالی و میدان‌های مغناطیسی هم‌زمان افقی و عمودی را بر روی آهنگ رشد ناپایداری رایلی-تیلور به خوبی نشان می‌دهد. به طور کلی، معادلات توسعه‌یافته در هندسه‌ی مُسطح جهت ادامه‌ی کار و تجزیه و تحلیل مسائل آسان‌تر هستند و در عین حال برای تعداد زیادی از سناریوهای فیزیکی قابل استفاده می‌باشند، از این‌رو در این پژوهش از هندسه‌ی مُسطح استفاده شد.



جهت خطی سازی معادلات پایه‌ی مسأله از آنالیز حالت نرمال استفاده کرده [۲۱] و به معادله دیفرانسیل کلی در راستای z برای سرعت (u_z) می‌رسیم:

$$\frac{B_{z_0}^\vee(z)}{\mu_0} \frac{d^\vee u_{z_1}}{dz^\vee} + \frac{1}{\mu_0} \left\{ \begin{aligned} & \vee B_{z_0}(z) \left(\frac{dB_{z_0}(z)}{dz} \right) \\ & + \vee ik_x B_{x_0}(z) B_{z_0}(z) \end{aligned} \right\} \frac{d^\vee u_{z_1}}{dz^\vee} + \left\{ \rho_0 \omega^\vee + D \right\} \frac{d^\vee u_{z_1}}{dz^\vee} + \left\{ \omega^\vee \left(\frac{d\rho_0}{dz} \right) + E \right\} \frac{du_{z_1}}{dz} - k^\vee \left\{ \rho_0 \omega^\vee - F + g \left(\frac{d\rho_0}{dz} \right) \right\} u_{z_1} = 0 \quad (11)$$

معادله دیفرانسیل به دست آمده که بر اساس مؤلفه‌ی z سرعت سیال (u_z) است، اثر میدان مغناطیسی را بر روی ناپایداری رایلی-تیلور پلاسمای نایکنواخت نشان می‌دهد. در معادله‌ی (۱۱) ضرایب D ، E و F به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$D = \frac{1}{\mu_0} \left\{ \begin{aligned} & -k_x^\vee B_{x_0}^\vee(z) + \vee B_{z_0}(z) \frac{d^\vee B_{z_0}(z)}{dz^\vee} \\ & + \vee \left(\frac{dB_{z_0}(z)}{dz} \right)^\vee - k^\vee B_{z_0}^\vee(z) \\ & + \vee ik_x \left[B_{x_0}(z) \frac{dB_{z_0}(z)}{dz} + B_{z_0}(z) \frac{dB_{x_0}(z)}{dz} \right] \end{aligned} \right\}$$

$$E = \frac{1}{\mu_0} \left\{ \begin{aligned} & -\vee k_x^\vee B_{x_0}(z) \frac{dB_{x_0}(z)}{dz} + B_{z_0}(z) \frac{d^\vee B_{z_0}(z)}{dz^\vee} \\ & + \frac{dB_{z_0}(z)}{dz} \frac{d^\vee B_{z_0}(z)}{dz^\vee} \\ & - \vee k^\vee B_{z_0}(z) \frac{dB_{z_0}(z)}{dz} \\ & + ik_x \left[\begin{aligned} & \vee B_{z_0}(z) \frac{d^\vee B_{x_0}(z)}{dz^\vee} \\ & - \vee k^\vee B_{x_0}(z) B_{z_0}(z) \\ & + \vee \frac{dB_{x_0}(z)}{dz} \frac{dB_{z_0}(z)}{dz} \\ & + \frac{dB_{x_0}(z)}{dz} \frac{d^\vee B_{z_0}(z)}{dz^\vee} \end{aligned} \right] \end{aligned} \right\}$$

$$F = \frac{1}{\mu_0} \left\{ \begin{aligned} & k_x^\vee B_{x_0}^\vee(z) + ik_x \times \\ & \times \left[\begin{aligned} & \frac{1}{k^\vee} \left(\begin{aligned} & B_{z_0}(z) \frac{d^\vee B_{z_0}(z)}{dz^\vee} \\ & + \frac{dB_{z_0}(z)}{dz} \frac{d^\vee B_{x_0}(z)}{dz^\vee} \end{aligned} \right) \\ & - B_{x_0}(z) \frac{dB_{z_0}(z)}{dz} \\ & - B_{z_0}(z) \frac{dB_{x_0}(z)}{dz} \end{aligned} \right] \end{aligned} \right\}$$

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{U}_1}{\partial t} = -\vec{\nabla} p_1 + \rho_1 \vec{g} + \frac{1}{\mu_0} \left[(\vec{\nabla} \times \vec{B}_0) \times \vec{B}_1 + (\vec{\nabla} \times \vec{B}_1) \times \vec{B}_0 \right] \quad (6)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{U}_1 = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial \vec{B}_1}{\partial t} = \vec{\nabla} \times (\vec{U}_1 \times \vec{B}_0) \quad (8)$$

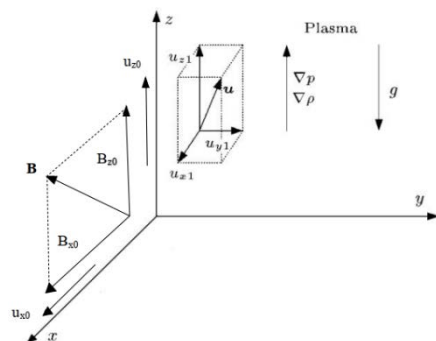
$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + (\vec{U}_1 \cdot \vec{\nabla}) \rho_0 = 0 \quad (9)$$

در روابط بالا \vec{U}_0 ، ρ_0 ، \vec{B}_0 و ρ_1 به ترتیب حالت تعادلی سرعت، فشار، میدان مغناطیسی و چگالی؛ هم‌چنین \vec{U}_1 ، ρ_1 ، \vec{B}_1 و ρ_1 به ترتیب بخش اختلالی سرعت، فشار، میدان مغناطیسی و چگالی می‌باشند. در حالی که $\vec{U}_1 = (u_{x1}, u_{y1}, u_{z1})$ ، $\vec{B}_1 = (B_{x1}, B_{y1}, B_{z1})$ ، $\vec{g} = (0, 0, -g)$ و سیال در لایه‌های افقی مرتب شده است؛ چگالی ρ تنها تابعی از مختصات عمودی z می‌باشد ($\rho_0 = \rho_0(z)$) و هم‌چنین $\vec{B}_0 = B_{x_0}(z) \vec{e}_x + B_{z_0}(z) \vec{e}_z$ شکل ۱ نمایی کلی از هندسه‌ی مسأله را نشان می‌دهد.

اکنون به تجزیه و تحلیل اختلال درون حالت‌های نرمال می‌پردازیم. فرض می‌کنیم که اختلال برای هر کمیت فیزیکی به شکل زیر می‌باشد:

$$\psi_1(x, y, z, t) = \psi_1(z) \exp \{ i (k_x x + k_y y - \omega t) \} \quad (10)$$

در این رابطه، k_x و k_y مؤلفه‌های افقی بردار عدد موج \vec{k} هستند به طوری که $k^\vee = k_x^\vee + k_y^\vee$ و ω که ممکن است در حالت کلی کمیتی مختلط باشد ($\omega = \omega_r + i\gamma$)، بسامد اختلالات یا میزان خروج سیستم از حالت تعادل می‌باشد.



شکل ۱. ارتباط بین مقادیر مختلف مربوط به ناپایداری رایلی-تیلور؛ کمیت‌های \vec{B} ، \vec{u} ، \vec{g} ، ∇p و $\nabla \rho$ به ترتیب میدان مغناطیسی، سرعت جریان تعادلی، شتاب گرانش، گرادیان فشار و گرادیان چگالی هستند.



۴. بحث و بررسی نتایج

جهت بررسی اثر میدان‌های مغناطیسی افقی و عمودی و همچنین دستیابی به رابطه‌ی کلی پاشندگی، معادلات (۱۴) و (۱۵) را با تعریف پارامترهای بی‌بعد زیر، بی‌بعدسازی می‌کنیم:

$$\omega^{*r} = \omega^r / \omega_{pe}^r, \quad \omega_{f_x}^{*r} = v_{f_x}^r / \omega_{pe}^r L_D^r, \quad \omega_{f_z}^{*r} = v_{f_z}^r / \omega_{pe}^r L_D^r,$$

$$\lambda^{*r} = \lambda^r L_D^r, \quad h^{*r} = \frac{h^r}{L_D^r}, \quad k^{*r} = k^r L_D^r, \quad g^{*r} = g^r / \omega_{pe}^r L_D^r,$$

$$\omega_{pe}^* = (\rho_e v^r / m_e^r)^{1/2}, \quad z^* = z / L_D^r$$

در نتیجه، با در نظر گرفتن $\omega^* = \omega_r^* + i\gamma$ (برای نوسانات ثابت) و حذف عبارت $ik_x^* \omega_{f_x}^* \omega_{f_z}^*$ از معادلات بی‌بعدشده، به عبارت مربع آهنگ رشد نرمال شده γ^* رسیدیم:

$$\gamma^* = \left\{ \left[\left(\frac{\nu \lambda^{*r} - \epsilon \lambda^* \left(\frac{n\pi}{h^*} \right)^r + \frac{1\lambda}{z^*} \left(\lambda^{*r} - \left(\frac{n\pi}{h^*} \right)^r \right) \right) \right] \times \left[\lambda^* \left(\frac{\nu}{z^*} - \nu k^{*r} + \frac{1\lambda}{z^*} \right) + \left(\frac{\nu \epsilon}{z^*} - \frac{\epsilon k^{*r}}{z^*} \right) \right] \right\} \times \left\{ \frac{1}{\epsilon \lambda^{*r} - \nu \left(\frac{n\pi}{h^*} \right)^r + \frac{\nu \epsilon \lambda^*}{z^*} + \frac{\nu}{z^*} - \nu k^{*r} + \frac{\nu \epsilon}{z^*}} \right\} \times \left\{ \left[\lambda^* \left(\lambda^{*r} - \lambda^* \left(\frac{n\pi}{h^*} \right)^r \right) + \nu \lambda^* \left(\frac{\nu \epsilon}{z^*} - k^{*r} \right) \right] \omega_{f_z}^{*r} + \left(\frac{\nu \epsilon}{z^*} - \frac{\epsilon k^{*r}}{z^*} \right) \right\}$$

$$+ \left\{ \left[\lambda^* + \left(\frac{n\pi}{h^*} \right)^r - \epsilon \lambda^* \left(\frac{n\pi}{h^*} \right)^r + \frac{1\lambda}{z^*} \left(\lambda^{*r} - \nu \lambda^* \left(\frac{n\pi}{h^*} \right)^r \right) + \left(\frac{\nu \epsilon}{z^*} - k^{*r} \right) \times \left(\lambda^* - \left(\frac{n\pi}{h^*} \right)^r \right) \right] \omega_{f_x}^{*r} + \lambda^* \left(\frac{\nu \epsilon}{z^*} - \frac{\epsilon k^{*r}}{z^*} \right) + \frac{\nu k^{*r} g^{*r}}{z^*} \left(\frac{\nu}{z^*} \right) \right\} \times \left\{ \left[\nu \lambda^{*r} - \epsilon \lambda^* \left(\frac{n\pi}{h^*} \right)^r + \frac{1\lambda}{z^*} \left(\lambda^{*r} - \left(\frac{n\pi}{h^*} \right)^r \right) + \lambda^* \left(\frac{\nu}{z^*} - \nu k^{*r} + \frac{1\lambda}{z^*} \right) + \left(\frac{\nu \epsilon}{z^*} - \frac{\epsilon k^{*r}}{z^*} \right) \right] \times \left(\nu \lambda^* + \frac{\nu}{z^*} \right) \times \left[\frac{1}{\epsilon \lambda^{*r} - \nu \left(\frac{n\pi}{h^*} \right)^r + \frac{\nu \epsilon \lambda^*}{z^*} + \frac{\nu}{z^*} - \nu k^{*r} + \frac{\nu \epsilon}{z^*}} \right] \times \left[\lambda^* + \nu \lambda^* - \left(\frac{n\pi}{h^*} \right)^r - k^{*r} \right] \right\} \times \left(\frac{z^*}{\nu} \right) \times \left\{ \left[\nu \lambda^{*r} - \epsilon \lambda^* \left(\frac{n\pi}{h^*} \right)^r + \frac{1\lambda}{z^*} \left(\lambda^{*r} - \left(\frac{n\pi}{h^*} \right)^r \right) + \lambda^* \left(\frac{\nu}{z^*} - \nu k^{*r} + \frac{1\lambda}{z^*} \right) + \left(\frac{\nu \epsilon}{z^*} - \frac{\epsilon k^{*r}}{z^*} \right) \right] \times \left(\nu \lambda^* + \frac{\nu}{z^*} \right) \times \left[\frac{1}{\epsilon \lambda^{*r} - \nu \left(\frac{n\pi}{h^*} \right)^r + \frac{\nu \epsilon \lambda^*}{z^*} + \frac{\nu}{z^*} - \nu k^{*r} + \frac{\nu \epsilon}{z^*}} \right] \times \left[\lambda^* + \nu \lambda^* - \left(\frac{n\pi}{h^*} \right)^r - k^{*r} \right] \right\}$$

(۱۶)

۳. استخراج رابطه‌ی پاشندگی

در ادامه، پیوستگی تراکم‌ناپذیر لایه‌ی پلاسمای نایک‌نواخت را که به ضخامت h می‌باشد، در نظر می‌گیریم. پلاسمای نایک‌نواخت بین دو مرز صلب محصور شده است که در آن تابع توزیع چگالی و میدان‌های مغناطیسی به صورت توانی با نمای ۳ تعریف می‌گردند:

$$\rho_o(z) \propto z^r \tag{12}$$

$$B_o(z) \propto z^r; \quad 0 \leq z \leq h \tag{13}$$

با جاگذاری آن‌ها و در نظر گرفتن مؤلفه‌های افقی و عمودی سرعت‌های آلفین $v_{f_x}^r = B_{x0}^r(\circ) / \mu_o \rho_o(\circ)$ و $v_{f_z}^r = B_{z0}^r(\circ) / \mu_o \rho_o(\circ)$ هم‌چنین $u_{z1} = \sin((n\pi/h)z) \exp(\lambda z)$ به عنوان جواب عمومی معادله دیفرانسیل رابطه‌ی (۱۱)، به معادلات زیر خواهیم رسید:

$$v_{f_z}^r \left\{ \lambda^r + \left(\frac{n\pi}{h} \right)^r - \epsilon \lambda^r \left(\frac{n\pi}{h} \right)^r \right\} + \left\{ \frac{1\nu v_{f_x}^r}{z} + \nu i k_x v_{f_x}^r v_{f_z}^r \right\} \left\{ \lambda^r - \nu \lambda \left(\frac{n\pi}{h} \right)^r \right\} + \left\{ \left(\frac{\nu L_D}{z} \right)^r \omega^r - k_x^r v_{f_x}^r + \frac{\nu \epsilon v_{f_z}^r}{z^r} - k^r v_{f_z}^r + \frac{1\lambda}{z} i k_x v_{f_x}^r v_{f_z}^r \right\} \times \left\{ \lambda^r - \left(\frac{n\pi}{h} \right)^r \right\} + \left\{ \frac{\nu \omega^r \left(\frac{\nu L_D}{z} \right)^r - \frac{\epsilon k_x^r v_{f_x}^r}{z} + \frac{\nu \epsilon v_{f_z}^r}{z^r} - \frac{\epsilon k_x^r v_{f_x}^r}{z} + i k_x \left(\frac{\nu v_{f_x}^r v_{f_z}^r}{z^r} - \nu k^r v_{f_x}^r v_{f_z}^r + \frac{1\lambda v_{f_x}^r v_{f_z}^r}{z^r} \right) \right\} \lambda - k^r \left\{ \left(\frac{\nu L_D}{z} \right)^r \omega^r - k_x^r v_{f_x}^r - i k_x \left(\frac{1}{k^r} \left(\frac{\nu v_{f_x}^r}{z^r} + \frac{1\lambda v_{f_x}^r v_{f_z}^r}{z^r} - \frac{\nu v_{f_x}^r v_{f_z}^r}{z} \right) + \frac{\nu g \left(\frac{\nu L_D}{z} \right)^r}{z} \right) \right\} = 0 \tag{14}$$

$$\nu v_{f_x}^r \left\{ \lambda^r - \lambda \left(\frac{n\pi}{h} \right)^r \right\} + \left\{ \frac{1\nu v_{f_z}^r}{z} + \nu i k_x v_{f_x}^r v_{f_z}^r \right\} \times \left\{ \left(\frac{\nu L_D}{z} \right)^r \omega^r - k_x^r v_{f_x}^r \right\} \times \left\{ \epsilon \lambda^r - \nu \left(\frac{n\pi}{h} \right)^r \right\} + \left\{ \frac{\nu \epsilon v_{f_x}^r}{z^r} - k^r v_{f_x}^r + \frac{1\lambda}{z} i k_x v_{f_x}^r v_{f_z}^r \right\} \times \epsilon \lambda \left\{ \left(\frac{\nu L_D}{z} \right)^r \omega^r - k_x^r v_{f_x}^r - i k_x \left(\frac{\nu v_{f_x}^r v_{f_z}^r}{z^r} - \nu k^r v_{f_x}^r v_{f_z}^r + \frac{1\lambda v_{f_x}^r v_{f_z}^r}{z^r} \right) \right\} = 0 \tag{15}$$

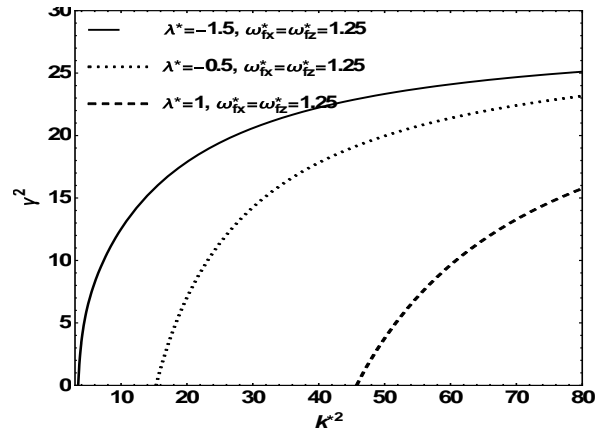


در شکل ۲ به ازای مقادیر $\lambda^* = -1.5, -0.5, 1$ مشاهده می‌کنیم که با افزایش λ^* ، کاهش می‌یابد به طوری که مقادیر آن به ترتیب برابر $25, 23, 15.7$ می‌باشند.

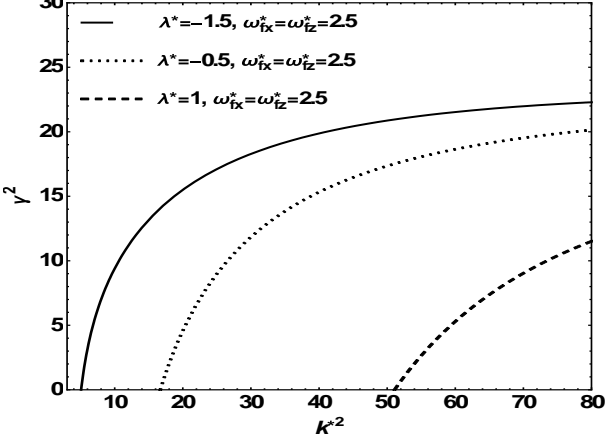
در شکل ۳ نیز با افزایش شدت میدان مغناطیسی به ازای مقادیر مشترک $\lambda^* = -1.5, -0.5, 1$ دامنه‌ی مربع آهنگ رشد ناپایداری رایلی-تیلور (γ^2) کاهش می‌یابد به طوری که مقادیر آن به ترتیب برابر $22.3, 20, 11.5$ می‌باشند. نتایج دو شکل نشان می‌دهند که بیشینه‌ی ناپایداری در حضور هم‌زمان میدان‌های مغناطیسی افقی و عمودی در مقدار $\lambda^* = -1.5$ رخ داده است. هم‌چنین مشاهده می‌شود که با افزایش مقدار شدت میدان‌های مغناطیسی افقی و عمودی دامنه‌ی آهنگ رشد ناپایداری رایلی-تیلور کاهش می‌یابد.

شکل ۴، نقش هم‌زمان مؤلفه‌های افقی و عمودی میدان مغناطیسی را به ازای مقادیر $\omega_{fx}^* = \omega_{fz}^* = 3$ در $\lambda^* = -1.5$ نشان می‌دهد؛ به طوری که مربع آهنگ رشد (γ^2) برحسب مربع عدد موج (k^{*2}) رسم شده است. مشاهده می‌شود که دامنه‌ی آهنگ رشد ناپایداری رایلی-تیلور در حضور انفرادی مؤلفه‌های ω_{fx}^* و ω_{fz}^* یا حضور هم‌زمان آن‌ها، کم‌تر از حالتی است که میدان‌های مغناطیسی حضور نداشته باشند ($\omega_{fx}^* = \omega_{fz}^* = 0$)، از این‌رو نتیجه می‌گیریم که عامل میدان مغناطیسی اثر تثبیت‌کننده‌ای روی سیستم مورد نظر دارد. در حالتی که فقط مؤلفه‌ی افقی میدان ($\omega_{fx}^* = 3$) یا فقط مؤلفه‌ی عمودی میدان ($\omega_{fz}^* = 3$) حاضر باشد، دیده می‌شود که دو منحنی در مقدار مشترک مربع عدد موج یعنی $k^{*2} = 11.5$ برخورد می‌کنند. در این نقطه حالتی با حداکثر ناپایداری وجود دارد به طوری که با افزایش k^{*2} در بازه‌ی $0 < k^{*2} < k_{max}^{*2}$ شاهد افزایش مربع آهنگ رشد ناپایداری (γ^2) هستیم (در k_{max}^{*2} مربع آهنگ رشد به بیشینه‌ی ناپایداری می‌رسد)، در مقابل هنگامی که $k^{*2} > k_{max}^{*2}$ باشد با افزایش k^{*2} مربع آهنگ رشد ناپایداری (γ^2) کاهش می‌یابد تا این‌که در مقدار k_c^{*2} به پایداری کامل می‌رسد (k_c^{*2} مقداری بحرانی برای پایداری است، در این نقطه مربع آهنگ رشد صفر می‌گردد). هم‌چنین براساس شکل ۴، مؤلفه‌ی افقی میدان مغناطیسی ($\omega_{fx}^* = 3, \omega_{fz}^* = 0$) توانایی حیاتی در متوقف کردن آهنگ رشد خطی ناپایداری رایلی-تیلور را دارد به طوری که برای عدد

به طور کلی، برای بررسی اثر هم‌زمان میدان‌های مغناطیسی افقی و عمودی بر روی آهنگ رشد ناپایداری رایلی-تیلور سامانه‌ی در نظر گرفته شده، معادله‌ی (۱۶) به صورت عددی حل شده است به طوری که γ^2 تابعی از مقادیر بی‌بعد شده‌ی مؤلفه‌ی افقی (ω_{fx}^*) و عمودی (ω_{fz}^*) میدان مغناطیسی می‌باشد. k^* عدد موج اختلالی بهنجار شده نسبت به نرخ تغییرات فضایی (گرادیان چگالی) و $\lambda^* = \lambda L_D$ طول موج اختلالی بهنجار شده نسبت به نرخ تغییرات فضایی (گرادیان چگالی) می‌باشد که در آن λ مقداری ثابت ($\lambda = -(2L_D)^{-1}$) و L_D طول مقیاس چگالی ($L_D = \rho / \nabla \rho$) می‌باشد. در نمودارهای زیر $k_x^{*2} = 0.2k^{*2}, h^* = 1, n = 1, z^* = 1$ و $g^* = 10$ است. در شکل‌های ۲ و ۳، نقش λ^* به عنوان یک تابع افقی k^* در حضور مؤلفه‌های میدان مغناطیسی افقی و عمودی برای مقادیر $\omega_{fx}^* = \omega_{fz}^* = 2.5$ و $\omega_{fx}^* = \omega_{fz}^* = 1.25$ رسم شده است. در این شکل‌ها، مربع آهنگ رشد بهنجار شده (γ^2) برحسب مربع عدد موج بهنجار (k^{*2}) تغییر می‌کند.

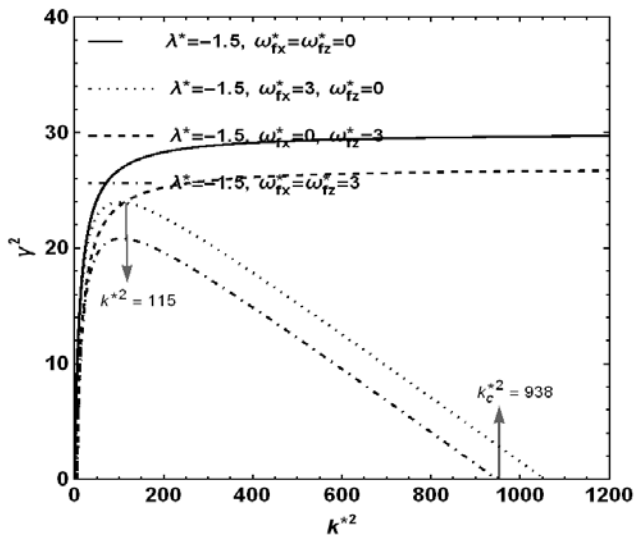


شکل ۲. مربع آهنگ رشد ناپایداری رایلی-تیلور برحسب مربع عدد موج به ازای پارامترهای ثابت مشترک ($\omega_{fx}^* = \omega_{fz}^* = 1.25$) و پارامتر ثابت آزاد $\lambda^* = -1.5, -0.5, 1$.

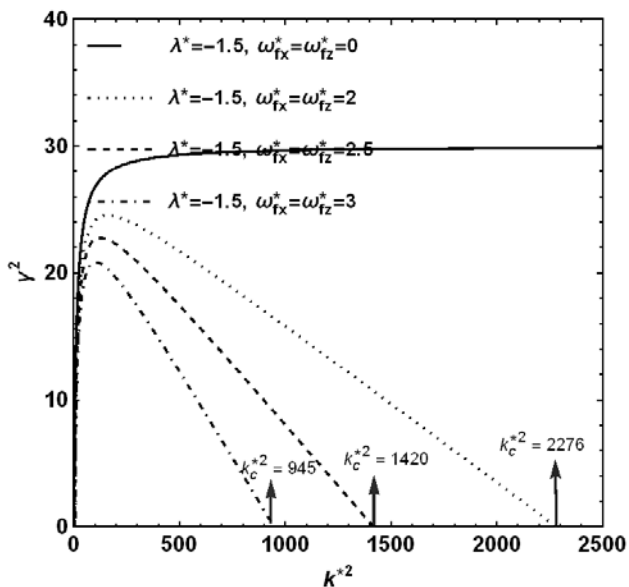


شکل ۳. مربع آهنگ رشد ناپایداری رایلی-تیلور برحسب مربع عدد موج به ازای پارامترهای ثابت مشترک ($\omega_{fx}^* = \omega_{fz}^* = 2.5$) و پارامتر ثابت آزاد $\lambda^* = -1.5, -0.5, 1$.





شکل ۴. مربع آهنگ رشد ناپایداری رایلی-تیلور برحسب مربع عدد موج در $\lambda^* = -1.5$ به ازای پارامترهای ثابت مشترک $(\omega_{fx}^* = \omega_{fz}^* = 0, 3)$.



شکل ۵. مربع آهنگ رشد ناپایداری رایلی-تیلور برحسب مربع عدد موج در $\lambda^* = -1.5$ به ازای پارامترهای ثابت مشترک $(\omega_{fx}^* = \omega_{fz}^* = 0, 2, 2.5, 3)$.

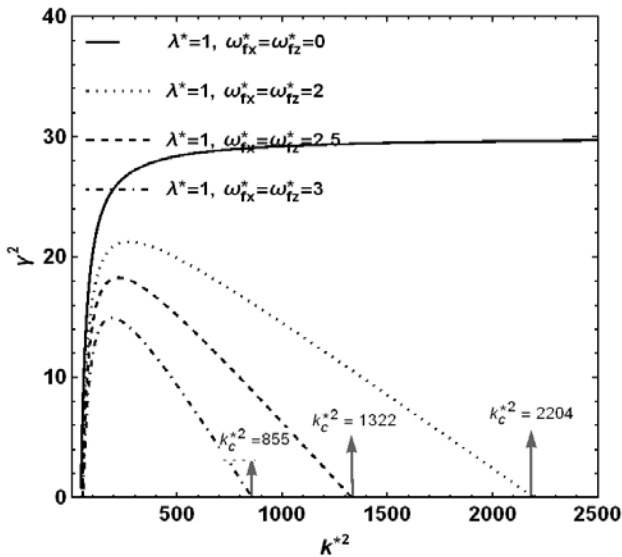
در این شکل، با افزایش شدت میدان مغناطیسی از ۲ تا ۳، بیشینه دامنه‌ی آهنگ رشد ناپایداری کاهش یافته و برابر مقادیر ۲۰/۸، ۲۲/۶، ۲۴/۵، γ^2 می‌گردد. در حقیقت دامنه‌ی آهنگ رشد ناپایداری با افزایش شدت میدان مغناطیسی تقریباً در حدود ۱۵٪ کاهش می‌یابد. هم‌چنین مشاهده می‌شود که تا مقدار $k^{*2} = 36$ هر چهار منحنی با شیب مشخصی روی یک خط مجانبی مشترک در حال افزایش مربع آهنگ رشد ناپایداری به صورت خطی با مربع عدد موج می‌باشند. از این عدد موج به بعد، سامانه رفتار غیرخطی خواهد داشت به طوری

موج‌های بزرگ (طول موج‌های کوتاه) حرکت نوسانی اساساً موازی با میدان مغناطیسی است $(\vec{k} \parallel \vec{B} \rightarrow \vec{k} \cdot \vec{B} > 0)$ ، این شرط سبب کنترل آهنگ رشد ناپایداری رایلی-تیلور توسط موج پایدارکننده‌ی مغناطو- صوتی کند می‌شود $(k_{\parallel} \gg k_{\perp})$. در مقابل مؤلفه‌ی عمودی میدان مغناطیسی $(\omega_{fx}^* = 0, \omega_{fz}^* = 3)$ این قدرت را تنها برای مقادیر کوچکی از عدد موج (طول موج‌های بلند) برقرار می‌کند $(\vec{k} \perp \vec{B} \rightarrow \vec{k} \cdot \vec{B} = 0)$. در این حالت اثر تراکم مغناطیسی بر خیمش خط میدان برتری دارد به طوری که تراکم پلاسما نقش ناچیزی در مقایسه با تراکم مغناطیسی در موج تراکمی آلفین ایفا می‌کند $(k_{\perp} \gg k_{\parallel})$ ، در نتیجه در طول موج‌های بلند به کمک موج پایدارکننده‌ی تراکمی آلفین (مغناطو- صوتی سریع) شاهد کنترل آهنگ رشد ناپایداری رایلی- تیلور هستیم. بنابراین با حضور هم‌زمان میدان‌های مغناطیسی افقی و عمودی، مدل در نظر گرفته‌شده حالت پایداری بالایی خواهد داشت $(\omega_{fx}^* = \omega_{fz}^* = 3)$ به طوری که در نقطه‌ی بحرانی $k_c^{*2} = 938$ به پایداری کامل می‌رسد.

با در نظر گرفتن معادله‌ی پاشندگی (رابطه‌ی ۱۶) و جاگذاری مؤلفه‌های افقی و عمودی میدان مغناطیسی در آن، طبق شکل ۴ مشاهده می‌کنیم که منحنی‌های اول و سوم از مقدار $k^{*2} = 400$ به بعد موازی با هم، با شیب برابر و به صورت خطی ادامه می‌یابند. این قضیه نقش مؤلفه‌ی عمودی میدان مغناطیسی را در طول موج‌های کوتاه جهت کنترل ناپایداری بی‌اثر می‌داند. منحنی‌های دوم و چهارم نیز بر اساس معادله‌ی پاشندگی از مقدار $k^{*2} = 200$ به بعد، سریعاً به صورت موازی با شیبی تند و برابر سقوط کرده و ناپایداری را به طور کامل سرکوب می‌کنند. این مطلب، نقش مؤثر مؤلفه‌ی افقی میدان مغناطیسی را در طول موج‌های کوتاه جهت کنترل ناپایداری رایلی-تیلور به خوبی نشان می‌دهد.

شکل ۵، اثر هم‌زمان میدان‌های مغناطیسی افقی و عمودی را به ازای مقادیر ۲، ۲/۵ و ۳ $(\omega_{fx}^* = \omega_{fz}^* = 2, 2.5, 3)$ روی پایداری سیستم در $\lambda^* = -1.5$ نشان می‌دهد، بر این اساس دامنه‌ی γ^2 با افزایش شدت میدان‌های مغناطیسی هم‌زمان کاهش می‌یابد.





شکل ۷. مربع آهنگ رشد ناپایداری رایلی-تیلور برحسب مربع عدد موج در $\lambda^* = 1$ به ازای پارامترهای ثابت مشترک $(\omega_{fx}^* = \omega_{fz}^* = 0, 2, 2.5, 3)$.

شکل ۶، مقدار بیشینه‌ی مربع آهنگ رشد ناپایداری (γ^2) را در $\omega_{fx}^* = \omega_{fz}^* = 2, 2.5, 3$ به ترتیب برابر $23.5, 21.5, 19.1$ نشان می‌دهد که از مقادیر آن در شکل ۵ کم‌تر است. همچنین مقادیر نقطه‌ی بحرانی در شکل ۶ به ترتیب برابر $914, 1322, 2204$ می‌باشد که کم‌تر از مقادیر آن در شکل ۵ است. این نشان می‌دهد که دامنه‌های مربع آهنگ رشد ناپایداری در شکل ۶ در $\lambda^* = -0.5$ کم‌تر از مقادیر آن در شکل ۵ با $\lambda^* = -1.5$ است.

به طور مشابه برای شکل ۷ نیز که در $\lambda^* = 1$ رسم شده، بیشینه‌ی ناپایداری به ترتیب برابر $21.1, 18.2, 14.8$ می‌باشد که از مقادیر مشابه آن در $\lambda^* = -1.5$ کم‌تر است، همچنین نقطه‌ی بحرانی به ترتیب با مقادیر $855, 1322, 2204$ کم‌تر از مقادیر آن در شکل ۶ در $\lambda^* = -1.5$ می‌باشد. این نشان‌دهنده‌ی دامنه‌ی کوچک‌تر γ^2 در $\lambda^* = 1$ نسبت به مقادیر آن در $\lambda^* = -1.5$ است.

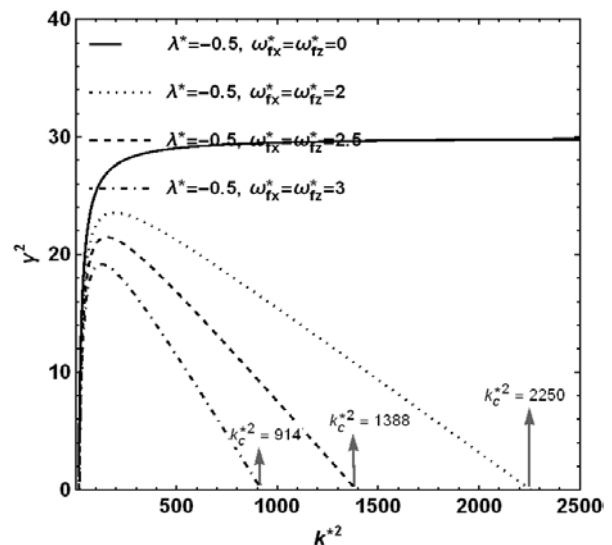
۵. نتیجه‌گیری

در این پژوهش، تأثیر هم‌زمان مؤلفه‌های افقی و عمودی میدان مغناطیسی خارجی ایستا به همراه تابعیت توانی چگالی اولیه بر روی آهنگ رشد ناپایداری هیدرودینامیکی رایلی-تیلور در پلاسمای نایکنواخت به صورت تحلیلی مورد کاوش قرار گرفت. بدین منظور، تابع چگالی اولیه‌ی پلاسمای و همچنین میدان مغناطیسی خارجی ایستا به صورت توانی با نمای ۳ در نظر

که هر منحنی با شیب‌های متفاوت از هم جدا می‌گردند. در ادامه به قله رسیده و سپس به صورت آبشاری سقوط می‌کنند، کم‌ترین شیب اولیه متعلق به بیش‌ترین شدت میدان مغناطیسی می‌باشد. از این‌رو، نقش میدان مغناطیسی در پایدار کردن آهنگ رشد ناپایداری در مربع عدد موج‌های بزرگ‌تر از ۳۶ به خوبی مشهود است. در ادامه و پس از رسیدن به قله، آهنگ رشد با شیبی تند سریعاً در نقاط بحرانی $k_c^{*2} = 2276, 1420, 945$ به طور کامل سرکوب می‌گردد. مشاهده می‌کنیم که با افزایش شدت میدان مغناطیسی، نقطه‌ی بحرانی در حدود ۵۸٪ کاهش می‌یابد.

در مقایسه با نتایج به دست آمده برای چگالی نمایی، به این نتیجه می‌رسیم که استفاده از چگالی توانی به دلیل روند کاهشی و کنترلی آهسته و ملایم در آهنگ رشد ناپایداری رایلی-تیلور به جای چگالی نمایی مناسب‌تر است. بیش‌ترین ناپایداری با فرض تابعیت نمایی در مقدار $\lambda^* = -0.5$ رخ می‌دهد، با افزایش شدت میدان مغناطیسی از ۰.۴ تا ۰.۶ مربع آهنگ رشد ناپایداری در حدود ۶۵٪ کاهش یافته و همچنین نقطه‌ی بحرانی در حدود ۷۲٪ کاهش یافت. بنابراین نقش چگالی توانی به دلیل سیرکنترلی مناسب در پایدار کردن آهنگ رشد ناپایداری رایلی-تیلور به خوبی دیده می‌شود.

شکل‌های ۶ و ۷ نیز اثر هم‌زمان میدان‌های مغناطیسی افقی و عمودی را به ازای مقادیر ۲، ۲.۵، ۳ و $(\omega_{fx}^* = \omega_{fz}^* = 2, 2.5, 3)$ روی پایدار سیستم برای مقادیر متفاوتی از $\lambda^* = -1.5$ می‌دهند (به ترتیب در $\lambda^* = -0.5$ و $\lambda^* = 1$).



شکل ۸. مربع آهنگ رشد ناپایداری رایلی-تیلور برحسب مربع عدد موج در $\lambda^* = -0.5$ به ازای پارامترهای ثابت مشترک $(\omega_{fx}^* = \omega_{fz}^* = 0, 2, 2.5, 3)$.



مراجع

1. Chandrasekhar S. Hydrodynamic and hydromagnetic stability, Clarendon. 1961.
2. Goldston R.A, Rutherford P.H. Introduction to plasma physics. Institute of Physics. 1997.
3. Sharma P.K, Tiwari A, Argal S, Chhajlani R.K. Rayleigh Taylor instability of two superposed compressible fluids in un-magnetized plasma. *Journal of Physics*. 2014;534(1):012054.
4. Atzeni S, Meyer-ter-vehn J. The Physics of Inertial Fusion. Oxford: Clarendon Press. 2004;(4-6, 11-13, 33-36, 38-41, 76, 389, 399).
5. Betti R, Umansky M, Lobatchev V, Goncharov V.N, McCrory R.L. Hot-spot dynamics and deceleration-phase Rayleigh-Taylor instability of imploding inertial confinement fusion capsules. *Physics of Plasmas*. 2001;8(12):5257.
6. Basko M.M. New developments in the theory of ICF targets and fast ignition with heavy ions. *Plasma Physics and Controlled Fusion*. 2003;45(12A):A125.
7. Slutz S.A, Herrmann M.C, Vesey R.A, Sefkow A.B, Sinars D.B, Rovang D.C, Peterson K.J, Cuneo M.E. Pulsed-power-driven cylindrical liner implosions of laser preheated fuel magnetized with an axial field. *Physics of Plasmas*. 2010;17(5):056303.
8. Oreshkin V.I, Baksht R.B, Cherdizov R.K, Oreshkin E.V, Ratakhin N.A, Rousskikh A.G, Shishlov A.V, Vankevich V.A, Zhigalin A.S. Studies on the implosion of pinches with tailored density profiles. *Plasma Physics and Controlled Fusion*. 2021;63(4):045022.
9. Cherdizov R.K, Baksht R.B, Kokshenev V.A, Oreshkin V.I, Rousskikh A.G, Shishlov A.V, Shmelev D.L, Zhigalin A.S. Effect of tailored density profiles on the stability of imploding Z-pinches at microsecond rise time megaampere currents. *Plasma Physics and Controlled Fusion*. 2021;64(1):015011.
10. Rousskikh A.G, Zhigalin A.S, Oreshkin V.I, Frolova V, Velikovich A.L, Yushkov G.Yu, Baksht R.B. Effect of the axial magnetic field on a metallic gas-puff pinch implosion. *Physics of Plasmas*. 2016;23(6):063502.
11. Dolai B, Prajapati R.P. The rotating Rayleigh-Taylor instability in a strongly coupled dusty plasma. *Physics of Plasmas*. 2018;25(8):083708.
12. Walsh C.A, O'Neill S, Chittenden J.P, Crilly A.J, Appelbe B, Strozzi D.J, Ho D, Sio H, Pollock B, Divol L, Hartouni E, Rosen M, Logan B.G, Moody J.D. Magnetized ICF implosions: Scaling of temperature and yield enhancement. *Physics of Plasmas*. 2022;29(4):042701.
13. Walsh C.A, Florido R, Bailly-Grandvaux M, Suzuki-Vidal F, Chittenden J.P, Crilly A.J, Gigoso M.A, Mancini R.C, Pérez-Callejo G, Vlachos C. Exploring extreme magnetization phenomena in directly driven imploding cylindrical targets. *Plasma Physics and Controlled Fusion*. 2022;64(2):025007.

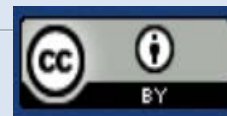
گرفته شدند. مطابق نتایج به دست آمده، استنباط می‌شود که اعمال چگالی توانی پلاسما در کنار مؤلفه‌های افقی و عمودی میدان مغناطیسی خارجی ایستا نقش مهم و پایدارکننده‌ای در مدیریت آهنگ رشد ناپایداری رایلی-تیلور دارند. بررسی ما نشان داد که بیشینه‌ی ناپایداری در مقدار $\lambda^* = -1.5$ رخ می‌دهد و λ^* نقش تثبیت‌کننده‌ی مهمی را در آهنگ رشد ایفا می‌کند. مطابق شکل‌های ۲ و ۳ مشاهده می‌شود که در حضور هم‌زمان مؤلفه‌های افقی و عمودی میدان مغناطیسی خارجی ایستا، با افزایش شدت میدان دامنه‌ی مربع آهنگ رشد ناپایداری رایلی-تیلور کاهش می‌یابد. در حالتی که فقط مؤلفه‌ی افقی میدان مغناطیسی وجود دارد، توانایی حیاتی در متوقف کردن آهنگ رشد خطی ناپایداری رایلی-تیلور برای عدد موج‌های بزرگ (طول موج‌های کوتاه) دیده می‌شود؛ در مقابل، مؤلفه‌ی عمودی میدان مغناطیسی تنها برای مقادیر کوچکی از عدد موج (طول موج‌های بلند) اثرگذار می‌باشد. جهت کنترل ناپایداری، مشاهده شد که ترکیب هم‌زمان میدان‌های مغناطیسی افقی و عمودی حالت پایداری بهتری را به سیستم می‌دهد. با افزایش شدت میدان مغناطیسی خارجی ایستا از ۲ تا ۳ دامنه‌ی مربع آهنگ رشد ناپایداری حدود ۱۵٪ و نقطه‌ی بحرانی حدود ۵۸٪ کاهش یافت. در مقایسه با نتایج به دست آمده برای چگالی نمایی، به این نتیجه می‌رسیم که استفاده از چگالی توانی به دلیل روند کاهشی و کنترلی آهسته و ملایم در آهنگ رشد ناپایداری رایلی-تیلور به جای چگالی نمایی مناسب‌تر است. بنابراین استفاده از نمای ۳ برای چگالی توانی اولیه‌ی پلاسما باعث کاهش سرعت رشد اختلال می‌گردد.



14. Yang B.L, Wang L.F, Ye W.H, Xue C. Magnetic Field Gradient Effects on Rayleigh-Taylor Instability with Continuous Magnetic Field and Density Profiles. *Physics of Plasmas*. 2011;18:072111..
15. Velikovich A.L, Cochran F.L, Davis J. Suppression of Rayleigh-Taylor instability in Z-pinch loads with tailored density profiles. *Physical Review Letters*. 1996;77(5):853.
16. Velikovich A.L, Cochran F.L, Davis J. Stabilized Z-pinch loads with tailored density profiles. *AIP Conference Proceedings*. 1997;409(1):549.
17. Khoshbinfar S. in: The 3rd Conference of plasma physics. (UT, Tabriz, Iran). 2015;316-319 [In Persian].
18. Hoshoudy G.A. Rayleigh-Taylor Instability in Magnetized Plasma. *World Journal of Mechanics*. 2014;4:260.
19. Wang L.F, Yang B.L, Ye W.H, He X.T. Stabilization of the Rayleigh-Taylor instability in quantum magnetized plasmas. *Physics of Plasmas*. 2012;19(7):072704.
20. Samulski C, Srinivasan B, Manuel M.J.E, Masti R, Sauppe J.P, Kline J. Deceleration-stage Rayleigh-Taylor growth in a background magnetic field studied in cylindrical and Cartesian geometries. *Matter and Radiation at Extremes*. 2022;7(2):026902.
21. Freidberg J.P. Plasma Physics and Fusion Energy. *New York: Cambridge University Press*. 2008;(3-30,139-222, 245-328).

COPYRIGHTS

©2021 The author(s). This is an open access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution (CC BY 4.0), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, as long as the original authors and source are cited. No permission is required from the authors or the publishers.



استناد به این مقاله

معصوم پرست کتیک لاهیجانی، محمدعلی، خوشبین فر، سهیل. (۱۴۰۳)، تثبیت ناپایداری رایلی-تیلور مغناطیسی در پلاسمایی با گرادیان چگالی توانی. *مجله علوم و فنون هسته‌ای*، ۱۰۷(۱)، ۸۸-۹۸.

DOI: [10.24200/nst.2023.1285.1836](https://doi.org/10.24200/nst.2023.1285.1836)

Url: https://jonsat.nstri.ir/article_1569.html

