



## توسعه نرم‌افزار شبیه‌ساز S<sup>3</sup>-HACNEM به منظور حل معادلات مستقیم و الحاقی پخش نوترون در قلب رآکتورهای با هندسه چهارگوش

علی کللی، داود نقوی دیزجی، ناصر وثوقی\*

دانشکده مهندسی انرژی، دانشگاه صنعتی شریف، صندوق پستی: ۱۴۵۶۵-۱۱۱۴، تهران - ایران

\*Email: nvosoughi@sharif.edu

مقاله پژوهشی

تاریخ دریافت مقاله: ۱۴۰۱/۷/۲۳ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۱/۹/۳۰

### چکیده

امروزه در مبحث محاسبات رآکتورهای هسته‌ای مثل فرسایش و مدیریت سوخت، تحلیل گذرا و بازسازی توان میله‌های سوخت، به دنبال روش‌هایی جهت استفاده در کدهای محاسبات هسته‌ای هستند که علاوه بر دقت قابل قبول از هزینه و زمان محاسبات بهینه‌ای برخوردار باشند. در این پژوهش با گسسته‌سازی معادله پخش نوترون با روش نودال بسط شار جریان متوسط مرتبه بالا نشان داده می‌شود که این روش از زمان محاسبات بهینه و دقت قابل قبولی بهره می‌برد. گسسته‌سازی معادله پخش مستقیم و الحاقی نوترون، برای هندسه مربعی دوبعدی و در دو گروه انرژی انجام می‌شود و پس از آن شبیه‌ساز قلب رآکتور S<sup>3</sup>-HACNEM توسعه می‌یابد. جهت راستی‌آزمایی، محاسبات برای قلب رآکتور BIBLIS-2D انجام شده و با مقایسه با مراجع معتبر، نتیجه می‌شود که با افزایش مرتبه بسط شار از چندجمله‌ای‌های درجه دو به چهار، متوسط خطای محاسبات از ۹٫۶۷٪ به ۰٫۵۸٪ بهبود می‌یابد.

**کلیدواژه‌ها:** شبیه‌ساز، محاسبات الحاقی، معادله پخش نوترون، هندسه چهارگوش، نودال بسط شار

## Development of the S<sup>3</sup>-HACNEM Simulator Program in order to Solving the Forward and Adjoint Neutron Diffusion Equation for Rectangular Geometry Reactor Cores

A. Kolali, D. Naghavi Dizaji, N. Vosoughi\*

Department of Energy Engineering, Sharif University of Technology, P.O.BOX: 14565-1114, Tehran - Iran

Research Article

Received 15.10.2022, Accepted 21.12.2022

### Abstract

In nuclear reactor calculations, such as burn-up and fuel management, transient analysis, and pin power reconstruction, methods are being developed that are optimal, and are both cost-efficient and time-efficient. In this paper, the discretization of the neutron diffusion equation with a high-order average current nodal expansion method is shown, which can calculate in optimum time and with acceptable accuracy. The discretization of the Forward and Adjoint neutron diffusion equation is performed for two-dimensional rectangular geometry in two energy groups and then the S3-HACNEM reactor core simulator is developed. To verify, the calculations for the BIBLIS-2D reactor core are performed and compared with valid references. It results that the computational error improves from 9.67% to 0.58% by increasing the flux expansion order from quadratic polynomials to fourth-degree polynomials.

**Keywords:** Simulator, Adjoint calculation, Diffusion equation, Rectangular geometry, ACNEM



## ۱. مقدمه

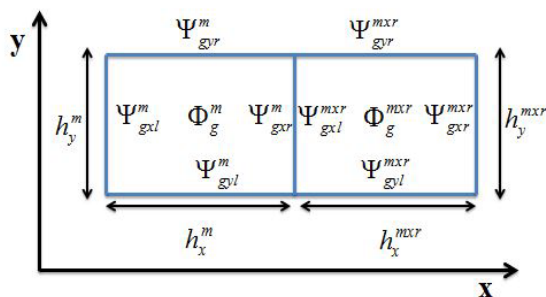
شبیه ساز S<sup>3</sup>-HACNEM به منظور شبیه سازی قلب رآکتورهای با هندسه چهار گوش توسعه یابد.

۲. حل معادله پخش نوترون با S<sup>3</sup>-HACNEM

یکی از مؤثرترین راهها جهت کاهش حجم محاسبات، کاهش مجهولات به خصوص مجهولات تابع مکان است. اساس روش نودال که مورد بحث این پژوهش است، بر انتگرال گیری از معادله پخش نوترون و محاسبه شار متوسط و جریان متوسط در هر نود، استوار است. روش حل نودال به علت استفاده از تراز نوترونی در هر نود، قابلیت حل معادله پخش با نودهایی به اندازه یک مجتمع سوخت را همراه با ارائه دقت قابل قبول داراست. این امر باعث کاهش قابل ملاحظه مجهولات و در نتیجه زمان و حجم محاسبات می شود. در ابتدا جهت انجام محاسبات، نحوه گسسته سازی معادله پخش نوترون در حالت چند گروهی به روش نودال بسط شار جریان متوسط برای هندسه چهار گوش و دوبعدی ارائه می شود. معادله پخش نوترون چند گروهی در حالت ایستا مطابق رابطه ۱ است [۱].

$$-\nabla \cdot D_g \nabla \phi_g(r) + \sum_{r,g} \Sigma_{r,g} \phi_g(r) = \frac{\chi_g}{k_{eff}} \sum_{g'=1}^G \nu \Sigma_{f,g'} \phi_{g'}(r) + \sum_{\substack{g'=1 \\ g' \neq g}}^G \Sigma_{s,g'g} \phi_{g'}(r), g = 1, 2, \dots, G \quad (1)$$

در این رابطه،  $D_g$  ضریب پخش مربوط به گروه  $g$ ،  $\Sigma_{R,g}$  سطح مقطع ماکروسکوپی برداشت گروه  $g$ ،  $\nu \Sigma_{f,g'}$  سطح مقطع ماکروسکوپی شکافت گروه  $g'$ ،  $\Sigma_{s,g'g}$  سطح مقطع ماکروسکوپی پراکندگی از گروه  $g'$  به گروه  $g$ ،  $k_{eff}$  ضریب تکثیر نوترونی مؤثر،  $\phi_g(r)$  شار نوترونی گروه  $g$  و  $\chi_g$  طیف نوترونی گروه  $g$  است. برای شروع، دستگاه مختصات دوبعدی با دو متغیر  $x$  و  $y$  مانند شکل ۱ تعریف می شود.



شکل ۱. دستگاه مختصات چهار گوش دو بعدی در روش نودال بسط شار.

از نیازهای اساسی در طراحی، شبیه سازی و مطالعات رآکتورهای هسته ای آگاهی از نحوه توزیع توان در قلب رآکتور از طریق محاسبات نوترونیک است. محاسبات قلب رآکتور اغلب شامل حل معادله پخش نوترون در حالت ایستا و با در نظر گرفتن گروه های انرژی مختلف انجام می گیرد. روش های عددی مختلفی هم چون اختلاف محدود<sup>۱</sup>، حجم محدود<sup>۲</sup>، المان محدود<sup>۳</sup> و نودال برای گسسته سازی مکانی معادله پخش نوترون وجود دارد. هر کدام از این روش ها با توجه به هندسه مورد نظر، نوع و اندازه مش های مورد استفاده، دقت مورد نیاز و زمان محاسبات مورد نظر می توانند برای گسسته سازی مکانی معادله پخش نوترون استفاده شوند [۱-۶]. به منظور داشتن نرم افزارهایی با هزینه محاسبات بهینه، باید از روشی استفاده شود که از نودهای درشتی<sup>۴</sup> در حدود ابعاد مجتمع سوخت استفاده می کند، که این موضوع اهمیت استفاده از روش های نودال در محاسبات هسته ای را نشان می دهد [۳، ۷].

انواع مختلف روش های نودال با توابع اساسی متفاوت نظیر روش نودال بسط شار، روش نودال تحلیلی، روش بسط توابع تحلیلی، روش نودال تابع گرین و غیره وجود دارد که از میان این روش ها، روش نودال بسط شار ساده ترین و در عین حال پایدارترین روش است که البته نسبت به روش های دیگر دقت کمتری دارد [۶-۹]. گسسته سازی و حل عددی معادله پخش نوترون برای هندسه های چهار گوش به روش نودال بسط شار در ۱۹۷۷ توسط سیمز [۸] انجام شد و پس از آن در سال ۱۹۸۵ توسط دی آبرنو [۹] با در نظر گرفتن جملات نشت خالص عرضی بهبود یافته و به منظور تحلیل رآکتورهای سریع در سال ۱۹۹۵ توسط پوتنی [۱۰] توسعه داده شد. در این مقاله با افزایش مرتبه بسط شار در روش نودال بسط شار جریان متوسط، ضمن استفاده از نودهای به اندازه یک مجتمع سوخت، دقت محاسبات به طور قابل ملاحظه ای افزایش می یابد. هم چنین در این پژوهش سعی می شود که با افزایش مرتبه بسط شار از مرتبه صفر به دو یعنی از چند جمله ای های درجه دو به درجه چهار، در روش نودال بسط شار جریان متوسط<sup>۵</sup>، دقت محاسبات مستقیم و الحاقی هم به صورت محلی<sup>۶</sup> (توزیع توان نسبی) و هم به صورت کلی<sup>۷</sup> (ضریب تکثیر مؤثر) افزایش یابد و در نهایت

1. Finite Difference
2. Finite Volume
3. Finite Element
4. Coarse Mesh
5. Average Current Nodal Expansion Method
6. Local Accuracy
7. Global Accuracy



۲.۲ گسسته‌سازی برای مرتبه دوم بسط شار [۱۰]  
 به‌طور کلی بسط چندجمله‌ای شار تا مرتبه  $n$ ام به فرم رابطه ۶ در نظر گرفته می‌شود. که در این پژوهش شار نوترونی در هر نود تا مرتبه دوم بسط یعنی چندجمله‌ای‌های درجه چهار بسط داده‌شده و سپس در رابطه ۱ جای‌گذاری می‌شود.

$$\phi_g^{[n]} = \phi_g^{[0]} + \sum_{\substack{i=2 \\ u=x,y}}^{n+2} d_{gui} h_i(\xi_u) + \sum_{\substack{i+j \leq n+2 \\ i,j=1 \\ i+j \neq 2}} c_{gij} h_i(\xi_x) h_j(\xi_y) \quad (6)$$

که در آن،  $\phi_g^{[0]}$  همان جملات رابطه ۳ است. پس از جای‌گذاری رابطه ۶ در رابطه ۱، با انتگرال‌گیری و اعمال شرایط پیوستگی جریان، معادله همبسته نودال برای هر نود نیز مطابق رابطه ۷ و معادله تراز نودال نیز به شکل رابطه ۸ حاصل می‌شود.

$$\begin{bmatrix} j_{gul}^{+m} \\ j_{gur}^{+m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{gu}^m & B_{gu}^m & C_{gu}^m & -D_{gu}^m & E_{gu}^m \\ A_{gu}^m & C_{gu}^m & B_{gu}^m & D_{gu}^m & E_{gu}^m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_g^m \\ j_{gul}^{-m} \\ j_{gur}^{-m} \\ d_{gu\lambda}^m \\ d_{gu\gamma}^m \end{bmatrix}$$

$$\left[ \sum_{u=x,y} \nu \frac{A_{gu}^m}{h_u^m} + \sum_{rg}^m \right] \Phi_g^m = \sum_{\substack{g'=1 \\ g' \neq g}}^G \sum_{g''}^m \Phi_{g''}^m + \frac{\chi_g}{K_{eff}} \sum_{g'=1}^G \nu \sum_{jg'}^m \Phi_{g'}^m \quad (7)$$

$$+ \sum_{u=x,y} \frac{1}{h_u^m} \left[ (1 - B_{gu}^m - C_{gu}^m)(j_{gul}^{-m} + j_{gur}^{-m}) - \nu E_{gu}^m d_{gu\gamma}^m \right] \quad (8)$$

که در آن  $D_{gu}^m$  و  $E_{gu}^m$  ضرایبی برحسب  $h_u^m$  و  $D_{gu}^m$  هستند و همچنین  $d_{gu\lambda}^m$  و  $d_{gu\gamma}^m$  به ترتیب ضرایب بسط مرتبه اول و دوم هستند و به‌صورت معادلات ۹ و ۱۰ به دست می‌آیند که در آن  $k = 1, 2$  است:

$$\left\{ \frac{D_{gu}^m}{h_u^m} + A_k \sum_{rg}^m \right\} d_{guk}^m = \sum_{\substack{g'=1 \\ g' \neq g}}^G \sum_{g''}^m \{ A_k d_{g''uk}^m - B_k e_{g''uk}^m \} + B_k L_{guk}^m + \frac{\chi_g}{k_{eff}} \sum_{g'=1}^G \nu \sum_{fg'}^m \{ A_k d_{g''uk}^m - B_k e_{g''uk}^m \} + B_k \sum_{rg}^m e_{guk}^m \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} L_{gu\lambda}^m \\ L_{gu\gamma}^m \end{bmatrix} = \frac{1}{-\alpha_l \beta_r - \alpha_r \beta_l} \begin{bmatrix} \beta_r & -\beta_l \\ -\alpha_r & -\alpha_l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{L}_{gu}^{mul} - \bar{L}_{gu}^m \\ \bar{L}_{gu}^{mur} - \bar{L}_{gu}^m \end{bmatrix} \quad (10)$$

که در این روابط، ضرایب  $\alpha_s$  و  $\beta_s$  برحسب  $h_u^m$  و  $h_u^{mus}$  ( $s = r, l$ ) هر نود و نودهای مجاور سطوح مورد نظر می‌باشند.

برای ادامه کار نیاز به تعریف کمیت‌هایی است که در قسمت علامت‌ها و نشانه‌ها تعریف شده‌اند. با استفاده از شرط پیوستگی جریان، به‌این‌ترتیب که جریان خروجی از نود برابر جریان ورودی به نود مجاور است، می‌توان نتیجه گرفت:

$$\begin{aligned} j_{gxl}^{+m} &= j_{gxr}^{-mxl}, j_{gxr}^{+m} = j_{gxl}^{-mxr} \\ j_{gyl}^{+m} &= j_{gyr}^{-myl}, j_{gyr}^{+m} = j_{gyl}^{-myr} \end{aligned} \quad (2)$$

۱.۲ گسسته‌سازی برای مرتبه صفرم بسط شار [۴]

شار نوترونی متوسط در هر نود برحسب چندجمله‌ای‌های درجه دو، مطابق رابطه ۳ تا مرتبه صفر بسط داده‌شده و سپس در رابطه ۱ جای‌گذاری می‌شود.

$$\begin{aligned} \Phi_g(\xi_x, \xi_y) &= A_g h_o + a_{gx} h_1(\xi_x) + b_{gx} h_r(\xi_x) \\ &+ a_{gy} h_1(\xi_y) + b_{gy} h_r(\xi_y) + c_g h_1(\xi_x) h_1(\xi_y) \end{aligned} \quad (3)$$

که در آن  $h_i(\xi_u)$ ها چندجمله‌ای‌هایی درجه  $i$  برحسب متغیر  $\xi_u$  هستند و از شرط تعامد به‌دست می‌آیند. با جای‌گذاری رابطه ۳ در رابطه ۱ و انتگرال‌گیری از آن و سپس با اعمال شرایط پیوستگی جریان مطابق با رابطه ۲، معادله همبسته نودال به‌صورت رابطه ۴ نتیجه می‌شود.

$$\begin{bmatrix} j_{gul}^{+m} \\ j_{gur}^{+m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{gu}^m & B_{gu}^m & C_{gu}^m \\ A_{gu}^m & C_{gu}^m & B_{gu}^m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_g^m \\ j_{gul}^{-m} \\ j_{gur}^{-m} \end{bmatrix} \quad (4)$$

با جای‌گذاری روابط ۴ و ۳ در رابطه ۱، معادله تراز نودال ۱ برای هر نود به‌صورت معادله ۵ حاصل می‌شود.

$$\begin{aligned} \left[ \sum_{u=x,y} \nu \frac{A_{gu}^m}{h_u^m} + \sum_{rg}^m \right] \Phi_g^m &= \sum_{\substack{g'=1 \\ g' \neq g}}^G \sum_{g''}^m \Phi_{g''}^m + \frac{\chi_g}{K_{eff}} \sum_{g'=1}^G \nu \sum_{jg'}^m \Phi_{g'}^m \\ &+ \sum_{\substack{u=x,y \\ s=l,r}} \frac{1}{h_u^m} (1 - B_{gu}^m - C_{gu}^m) j_{gus}^{-m} \end{aligned} \quad (5)$$

که در آن  $A_{gu}^m$ ،  $B_{gu}^m$  و  $C_{gu}^m$  ضرایبی برحسب  $h_u^m$  گام شبکه و  $D_{gu}^m$ ، ضریب پخش نوترون هستند.

## 1. Balance Nodal Equation



$$\begin{bmatrix} \frac{D_{\nu}^m}{h^\tau} + A_{\nu} \Sigma_{r,1}^m & -\Sigma_{s,12}^m A_{\nu} \\ \circ & \frac{D_{\nu}^m}{h^\tau} + A_{\nu} \Sigma_{a,\nu}^m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_{\nu uk}^m \\ d_{\nu uk}^m \end{bmatrix} = \frac{1}{k_{eff}^\dagger} \begin{bmatrix} \chi_{\nu} A_{\nu} \Sigma_{f,1}^m & \circ \\ \chi_{\nu} A_{\nu} \Sigma_{f,2}^m & \circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_{\nu uk}^m \\ d_{\nu uk}^m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{\nu} & \circ \\ \circ & B_{\nu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{\nu uk}^m \\ L_{\nu uk}^m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{\nu} \Sigma_{r,1}^m - \frac{\chi_{\nu}}{k_{eff}^\dagger} \nu \Sigma_{f,1}^m B_{\nu} & -B_{\nu} \Sigma_{s,12}^m \\ -\frac{\chi_{\nu}}{k_{eff}^\dagger} \nu \Sigma_{f,2}^m B_{\nu} & B_{\nu} \Sigma_{a,\nu}^m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{\nu uk}^m \\ e_{\nu uk}^m \end{bmatrix} \quad (14)$$

در این رابطه به ازای  $k=1$  ( $k$  اندیس ظاهر شده در ضریب  $d_{\nu uk}^m$ )، معادله الحاقی مربوط به ضریب بسط مرتبه اول و همچنین به ازای  $k=2$  معادله الحاقی مربوط به ضریب بسط مرتبه دوم حاصل می شود.

#### ۴. الگوریتم استفاده شده در S<sup>3</sup>-HACNEM

با به دست آوردن مجموعه کامل معادلات مستقیم و الحاقی نودال، توزیع شار نوترونی در هر گروه انرژی و ضریب تکثیر مؤثر نوترونی از حل دستگاه معادلات به دست می آیند. از آنجایی که معادله تراز نودال با جای گذاری معادلات همبسته نودال درون معادله پخش نوترون به دست می آید، معادلات حاکم وابسته به هم هستند. به عبارت دیگر، هم دستگاه معادلات به دست آمده از نوع مقدار ویژه است و هم معادلات همبسته و تراز نودال مستقل از یکدیگر نیستند [۳]، بنابراین باید از الگوریتم روش تکرار توان<sup>۱</sup> در برنامه نویسی ها استفاده کرد. الگوریتم تکرار توان برای حل معادله پخش بر مبنای روش نودال بسط شار مرتبه بالا در شکل ۲ نشان داده شده است. همچنین شرط هم گرایی برای محاسبه ضریب تکثیر برابر  $10^{-7}$  و برای توزیع شار نوترونی برابر  $10^{-5}$  در نظر گرفته شده است [۹، ۶].

#### ۵. معرفی رآکتور ۲D-BIBLIS

به منظور اطمینان از روش گسسته سازی و همچنین بررسی دقت برنامه توسعه داده شده S<sup>3</sup>-HACNEM، محاسبات برای مسأله آزمون معتبر قلب رآکتور ۲D-BIBLIS [۱۱] که سطح مقطع های ماکروسکوپی و نتایج آن ها گزارش شده، انجام می شود. در شکل ۳ نحوه ی چیدمان مجتمع های سوخت در قلب رآکتور مذکور نشان داده شده است. شماره موجود در هر یک از مجتمع ها بیان گر شماره ماده است و مشخصات آن ها در جدول ۱ آورده شده است.

#### ۳. حل معادله پخش الحاقی با S<sup>3</sup>-HACNEM

معادله الحاقی پخش نوترون با تعریف شار الحاقی ( $\phi^\dagger$ )، به فرم رابطه ۱۱ تعریف می شود [۱] که با انتگرال گیری از آن نسبت به حجم نود  $\Pi^m$  به صورت رابطه ۱۲ به دست می آید و در آن  $u = x, y$  و  $m = 1, \dots, M$  است.

$$-\nabla \cdot D_g \nabla \phi_g^\dagger + \Sigma_{t,g} \phi_g^\dagger - \sum_{g'=1}^G \Sigma_{g'g} \phi_{g'}^\dagger = \frac{\nu \Sigma_{f,g}}{k_{eff}} \sum_{g=1}^G \chi_g \phi_g^\dagger \quad (11)$$

$$\sum_{s=r,l}^{u=x,y} \frac{1}{h_u^m} \{j_{gus}^{+m} - j_{gus}^{-m}\} + \Sigma_{r,g} \phi_{g,m}^\dagger = \sum_{g'=1}^G \Sigma_{g'g} \phi_{g',m}^\dagger + \frac{V \Sigma_{f,g}}{k_{eff}} \sum_{g=1}^G \chi_g \phi_{g,m}^\dagger \quad (12)$$

روند گسسته سازی معادلات الحاقی برای هندسه چهار گوش مشابه بخش قبل یعنی محاسبات مستقیم است. مطابق قبل بسط شار الحاقی تا مرتبه دوم (تا چند جمله ای های درجه چهار) در نظر گرفته می شود و سپس در رابطه ۱۲ جای گذاری می شود. با انجام این محاسبات معادله همبسته نودال مشابه رابطه ۷ نتیجه می شود که با جای گذاری آن در رابطه ۱۲، فرم ماتریسی معادله تراز الحاقی نودال در دو گروه انرژی به صورت رابطه ۱۳ حاصل می شود.

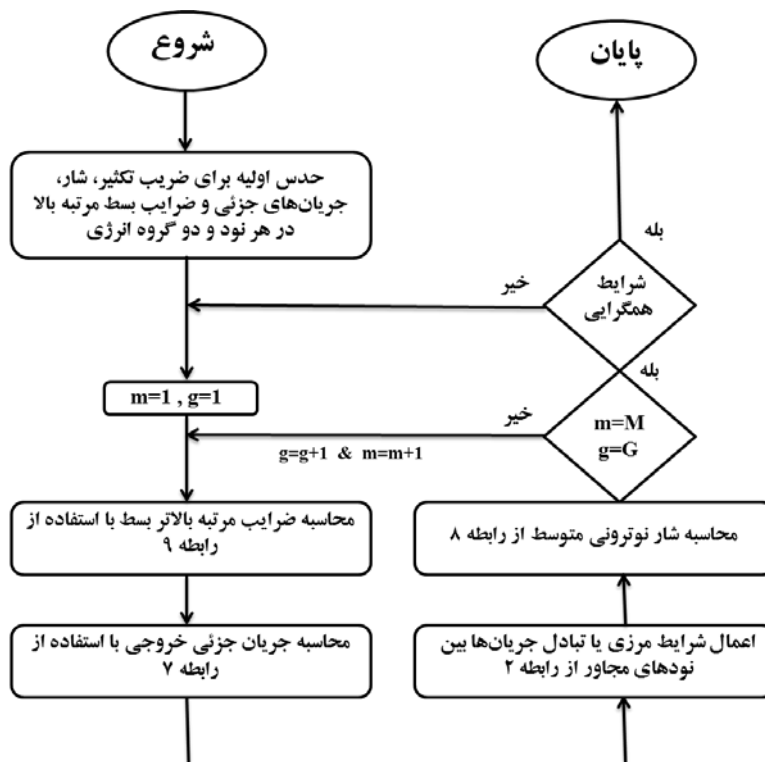
$$\begin{bmatrix} \frac{\nu}{h} A_{\nu}^m + \Sigma_{r,1}^m & -\Sigma_{s,12}^m \\ \circ & \frac{\nu}{h} A_{\nu}^m + \Sigma_{a,\nu}^m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_{\nu}^{m\dagger} \\ \Phi_{\nu}^{m\dagger} \end{bmatrix} = \frac{1}{k_{eff}^\dagger} \begin{bmatrix} \chi_{\nu} \nu \Sigma_{f,1}^m & \circ \\ \chi_{\nu} \nu \Sigma_{f,2}^m & \circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_{\nu}^{m\dagger} \\ \Phi_{\nu}^{m\dagger} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\nu}{h} E_{\nu}^m & \circ \\ \circ & \frac{\nu}{h} E_{\nu}^m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_{\nu uk}^m \\ d_{\nu uk}^m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{h} (1 - B_{\nu}^m - C_{\nu}^m) & \circ \\ \circ & \frac{1}{h} (1 - B_{\nu}^m - C_{\nu}^m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j_{\nu ur}^{-m} + j_{\nu ul}^{-m} \\ j_{\nu ur}^{-m} + j_{\nu ul}^{-m} \end{bmatrix} \quad (13)$$

که در آن  $k=2$  و  $d_{\nu uk}^m$  برابر ضریب مرتبه دوم بسط شار الحاقی و  $u = x, y$  است و دیگر ضرایب موجود در این معادله قبلاً در محاسبات مستقیم تعریف شده اند. فرم ماتریسی روابط مربوط به ضرایب مرتبه بالاتر بسط شار الحاقی در دو گروه انرژی به صورت رابطه ۱۴ نتیجه می شود:

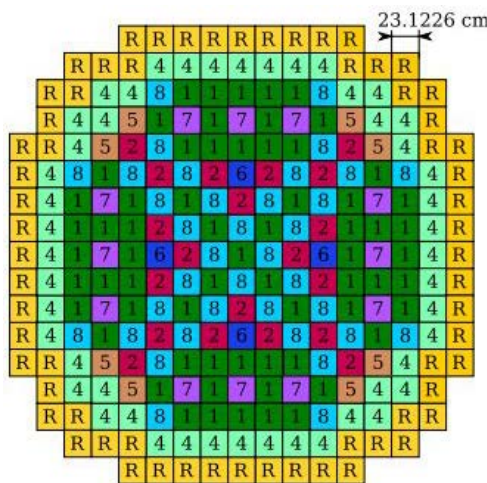


جدول ۱. ثوابت دوگروهی حرارتی و سریع برای قلب رآکتور BIBLIS-۲D [۴]

ثوابت گروهی	ماده ۱	ماده ۲	ماده ۳	ماده ۴	ماده ۵	ماده ۶	ماده ۷	ماده ۸
$D_1(\text{cm})$	۱,۴۳۶۰	۱,۴۳۶۶	۱,۳۲۰۰	۱,۴۳۸۹	۱,۴۳۸۱	۱,۴۳۸۵	۱,۴۳۸۹	۱,۴۳۹۳
$D_2(\text{cm})$	۰,۳۶۳۵	۰,۳۶۳۶	۰,۲۷۷۲	۰,۳۶۳۸	۰,۳۶۶۵	۰,۳۶۶۵	۰,۳۶۷۹	۰,۳۶۸۰
$v\Sigma_{f,1}(\text{cm}^{-1})$	۰,۰۰۵۸	۰,۰۰۶۱	۰,۰	۰,۰۰۷۴	۰,۰۰۶۱	۰,۰۰۶۴	۰,۰۰۶۱	۰,۰۰۶۴
$v\Sigma_{f,2}(\text{cm}^{-1})$	۰,۰۰۹۶۰	۰,۰۱۰۳۵	۰,۰	۰,۱۳۲۳	۰,۱۰۳۵	۰,۱۰۹۱	۰,۱۰۳۵	۰,۱۰۹۱
$\Sigma_{a,1}(\text{cm}^{-1})$	۰,۰۰۰۹۵	۰,۰۰۰۹۶	۰,۰۰۰۲۶	۰,۰۰۱۰۳	۰,۰۰۱۰۰	۰,۰۰۱۰۱	۰,۰۰۱۰۱	۰,۰۰۱۰۲
$\Sigma_{a,2}(\text{cm}^{-1})$	۰,۰۰۷۵۰	۰,۰۰۷۸۴	۰,۰۰۷۱۵	۰,۰۰۹۱۴	۰,۰۰۸۴۸	۰,۰۰۸۷۳	۰,۰۰۸۸۰	۰,۰۰۹۰۵
$\Sigma_{s,12}(\text{cm}^{-1})$	۰,۰۰۱۷۷	۰,۰۰۱۷۶	۰,۰۰۲۳۱	۰,۰۰۱۷۱	۰,۰۰۱۷۳	۰,۰۰۱۷۲	۰,۰۰۱۷۱	۰,۰۰۱۷۰



شکل ۲. الگوریتم تکرار توان استفاده شده در  $S^3$ -HACNEM.



شکل ۳. چینش مجتمع‌های سوخت در قلب رآکتور BIBLIS-۲D [۲].



## ۶. نتایج و بحث

مطابق با مراجع، شرط مرزی برای قلب رآکتور BIBLIS-۲D، به صورت شرط مرزی خلأ در نظر گرفته شده است یعنی برای سطوح مرزی رابطه ۱۵ فرض شده است.

$$u = x, y, s = r, l, j_{gus}^{-m} = 0 \quad (15)$$

در جدول ۲، ضریب تکثیر مؤثر نوترونی مستقیم و الحاقی محاسبه شده برای نودهایی به اندازه یک مجتمع سوخت، گزارش شده است که مطابق انتظار ضریب تکثیر مؤثر نوترونی الحاقی با ضریب تکثیر مؤثر نوترونی مستقیم برابر شده است. لازم به ذکر است که اختلاف بین محاسبات انجام شده در این پژوهش و مقدار گزارش شده در مرجع، برای مرتبه صفرم بسط شار برابر ۲۴۰ pcm و برای مرتبه دوم بسط شار برابر ۲۱ pcm نتیجه شد. مقدار ضریب تکثیر مؤثر مرجع برابر ۱/۰۲۵۱۲ است [۱۱].

همان طور که از جدول ۳ قابل مشاهده است، متوسط خطای نسبی توزیع توان نسبی با افزایش مرتبه بسط شار، از ۹/۶۷٪ به ۰/۵۸٪ و همچنین بیشینه آن از ۲۳/۸۰٪ به ۱/۹۰٪ کاهش می یابد. همچنین مطابق شکل ۴ درصد خطای نسبی توزیع توان برای مرتبه صفرم و دوم بسط شار، برای قلب رآکتور BIBLIS-۲D قابل مقایسه است. همان طور که در این شکل قابل مشاهده است، بیشترین خطاهای روش نودال بسط شار در مجتمع های سوختی اتفاق می افتد که تغییرات شار زیادی داشته باشند. مجتمع های سوختی که در همسایگی بازتابنده هستند بیشترین تغییرات شار را نیز دارند [۹].

جدول ۲. ضریب تکثیر مؤثر محاسبه شده برای قلب رآکتور BIBLIS-۲D

مرتبه بسط	ضریب تکثیر مستقیم	ضریب تکثیر الحاقی	خطا (pcm)
صفرم	۱,۰۲۷۶۰	۱,۰۲۷۶۰	۲۴۰
دوم	۱,۰۲۵۳۴	۱,۰۲۵۳۴	۲۱

جدول ۳. مقایسه متوسط و بیشینه خطای نسبی توزیع توان نسبی در قلب رآکتور BIBLIS-۲D

مرتبه بسط	متوسط خطای توان (درصد)	بیشینه خطای توان (درصد)	زمان اجرا (ثانیه)
صفرم	۹/۶۷	۲۳/۸۰	۱/۹۲
دوم	۰/۵۸	۱/۹۰	۶/۴۱

ماده		خطای مرتبه صفرم بسط		خطای مرتبه دوم بسط	
۴	۱۳/۶۰٪ ۱/۷۶٪	۴	۲۳/۸۰٪ ۰/۱۴٪	۲	۲/۷۰٪ ۰/۸۹٪
۵	۶/۶۰٪ ۱/۰۱٪	۵	۱۷/۰۰٪ ۱/۰۳٪	۱	۴/۶۰٪ ۱/۹۰٪
۸	۷/۳۰٪ ۰/۳۶٪	۸	۷/۳۰٪ ۰/۳۶٪	۳	۴/۸۰٪ ۰/۲۵٪
۱	۴/۶۰٪ ۱/۹۰٪	۱	۴/۶۰٪ ۱/۹۰٪	۶	۴/۸۰٪ ۰/۲۵٪
۷	۲/۵۰٪ -۰/۳۰٪	۷	۲/۵۰٪ -۰/۳۰٪	۱	۴/۸۰٪ ۰/۲۵٪
۱	۷/۱۰٪ -۰/۶۴٪	۱	۷/۱۰٪ -۰/۶۴٪	۸	۴/۸۰٪ ۰/۲۵٪
۴	۱۵/۰۰٪ -۰/۹۶٪	۴	۱۵/۰۰٪ -۰/۹۶٪	۱	۴/۸۰٪ ۰/۲۵٪
۱	۱۳/۰۰٪ -۰/۸۰٪	۱	۱۳/۰۰٪ -۰/۸۰٪	۷	۴/۸۰٪ ۰/۲۵٪
۱	۱۴/۶۰٪ -۰/۵۵٪	۱	۱۴/۶۰٪ -۰/۵۵٪	۸	۴/۸۰٪ ۰/۲۵٪
۸	۱۶/۲۰٪ -۰/۳۵٪	۸	۱۶/۲۰٪ -۰/۳۵٪	۲	۴/۸۰٪ ۰/۲۵٪
۲	۱۲/۱۰٪ -۰/۷۶٪	۲	۱۲/۱۰٪ -۰/۷۶٪	۶	۴/۸۰٪ ۰/۲۵٪
۶	۱۱/۸۰٪ -۰/۹۸٪	۶	۱۱/۸۰٪ -۰/۹۸٪	۱	۴/۸۰٪ ۰/۲۵٪
۱	۶/۵۰٪ ۰/۰۰٪	۱	۶/۵۰٪ ۰/۰۰٪	۷	۴/۸۰٪ ۰/۲۵٪
۷	۳/۶۰٪ -۰/۳۰٪	۷	۳/۶۰٪ -۰/۳۰٪	۱	۴/۸۰٪ ۰/۲۵٪
۱	۴/۶۰٪ ۰/۱۸٪	۱	۴/۶۰٪ ۰/۱۸٪	۸	۴/۸۰٪ ۰/۲۵٪
۴	۱۳/۰۰٪ -۰/۶۰٪	۴	۱۳/۰۰٪ -۰/۶۰٪	۱	۴/۸۰٪ ۰/۲۵٪

شکل ۴. خطای نسبی توزیع توان نسبی برای مرتبه صفرم و دوم بسط شار، در یک هشتم قلب رآکتور BIBLIS-۲D نسبت به مرجع [۱۱].

در شکل ۵، توزیع شار نوترونی سریع و حرارتی محاسبه شده با نودال بسط شار مرتبه دوم نمایش داده شده اند. از لحاظ کیفی، توزیع شارهای نوترونی مطابق مرجع [۲] به دست آمد و در هر مجتمع سوخت متناسب با سطح مقطع های شکافت، پراکندگی و ضریب پخش نوترون است و در نواحی بازتابنده توزیع شار نوترونی سریع کاهش می یابد.

مطابق با شکل ۶، توزیع شار الحاقی سریع و حرارتی نشان داده شده است. مطابق انتظار توزیع شار الحاقی که اهمیت شار نوترونی را نشان می دهد، در مناطقی که شار نوترونی سریع بزرگ تر از حرارتی است، شار الحاقی حرارتی بزرگ تر از الحاقی سریع است. همان طور که از نتایج محاسبات انجام شده برای مسأله آزمون BIBLIS-۲D مشخص است، محاسبات انجام شده به روش گسسته سازی نودال بسط شار جریان متوسط و استفاده از الگوریتم به روش تکرار توان با نودهای به اندازه یک مجتمع سوخت مورد تأیید است. به طور کلی از تحلیل نمودارها و نتایج این بخش می توان چنین برداشت کرد که با افزایش مرتبه بسط شار بدون تغییر در ابعاد نودها، دقت محاسبات برای هندسه چهارگوش به صورت قابل چشمگیری بهبود می یابد.

## ۷. نتیجه گیری

برای تحلیل و انجام محاسبات قلب رآکتورهای هسته ای نیاز به توسعه نرم افزارهایی به منظور محاسبه توزیع قدرت قلب است که از روش هایی کارآمد و سریع برخوردار باشند. از آنجایی که در مبحث محاسبات وابسته به زمان به دلیل وجود گسسته سازی زمانی علاوه بر گسسته سازی مکانی، هزینه و زمان اجرای محاسبات به شدت افزایش می یابد، به همین دلیل استفاده از روش نودال بسط شار مرتبه بالا با نودهایی در ابعاد یک مجتمع سوخت به منظور حل معادله پخش وابسته به زمان می تواند کارآمد باشد چراکه علاوه بر حفظ هزینه و زمان اجرای محاسبات غیرایستا، از دقت خوبی نیز برخوردار است.

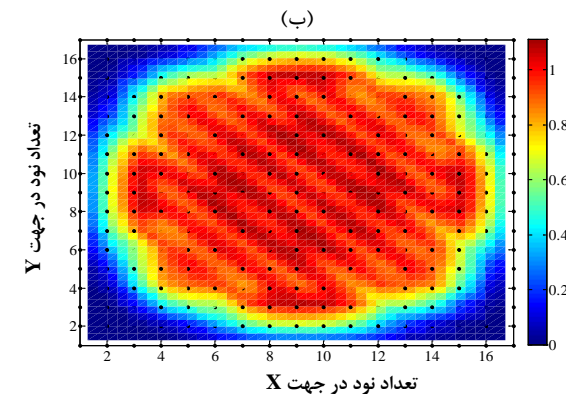
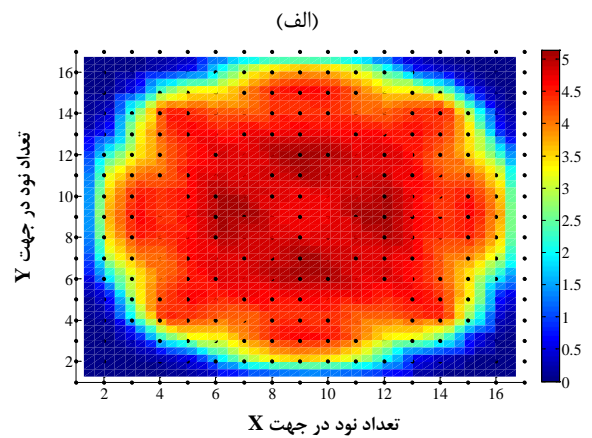


در پژوهش‌های پیشین نرم‌افزار  $SH^3-ACNEM$  به منظور انجام محاسبات مستقیم و الحاقی برای قلب رآکتورهای با هندسه شش‌گوش توسعه داده شد [۱۲]. در این پژوهش با توسعه و افزودن قابلیت انجام محاسبات قلب رآکتورهای با هندسه چهارگوش به این نرم‌افزار، در نهایت نرم‌افزار  $S^3-HACNEM$  به منظور حل معادله پخش مستقیم و الحاقی در حالت ایستا و برای دو نوع هندسه توسعه یافت.

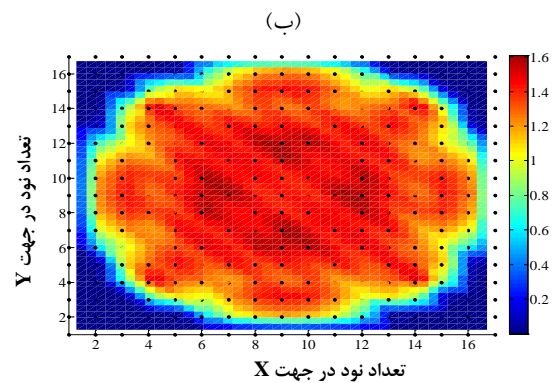
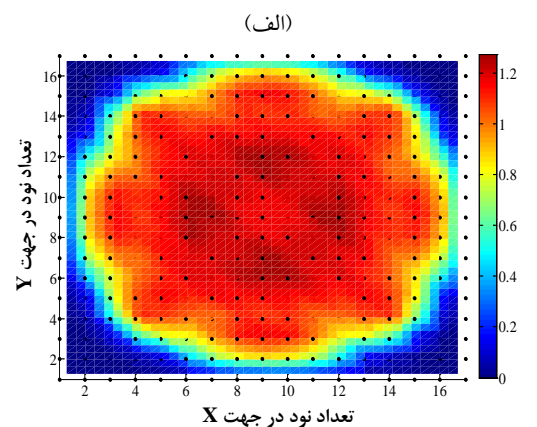
جهت راستی‌آزمایی محاسبات برای قلب رآکتورهای با هندسه چهارگوش، شبیه‌سازی برای قلب رآکتور  $BIBLIS-2D$  انجام و مشاهده شد که با افزایش مرتبه بسط شار از صفر به دو، متوسط و بیشینه اختلاف نسبی توزیع توان به ترتیب از ۹/۶۷ و ۲۳/۸۰ به ۰/۵۸ و ۱/۹۰ بهبود می‌یابد.

### فهرست علامت‌ها و نشانه‌ها

شماره نود	$\Pi^m$
ضخامت نود $(m=1,2,\dots,M)$	$h_u^m$
سطح چپ $(s=l)$ یا راست $(s=r)$ در راستای $u = x, y$ و نود $m$	$\Gamma_{us}^m$
شار متوسط گروه انرژی $g$ در نود $\Pi^m$	$\Phi_g^m$
جریان متوسط جزئی گروه $g$ داخل‌شونده (-)، خارج‌شونده (+) به (از) سطح $\Gamma_{ws}^m$	$j_{gws}^{+m}, j_{gws}^{-m}$
نود مجاور با نود $m$ از طرف سطح $\Gamma_{ws}^m$	$\Pi^{mws}$
ضریب بسط مرتبه بالا و $k=1,2$	$d_{guk}^m$



شکل ۵. توزیع شار نوترونی سریع (الف) و حرارتی (ب) محاسبه شده با  $S^3-HACNEM$  برای قلب رآکتور  $BIBLIS-2D$ .



شکل ۶. توزیع شار الحاقی سریع (الف) و حرارتی (ب) محاسبه شده با  $S^3-HACNEM$  برای قلب رآکتور  $BIBLIS-2D$ .



## مراجع

1. Bell G.I, Glasstone S, Nuclear reactor theory. US Atomic Energy Commission. Washington. DC (United States). (1970).
2. Hosseini S.A, Vosoughi N, Neutron noise simulation by GFEM and unstructured triangle elements. *Nuclear Engineering and Design*. 2012;253:238-258.
3. Hosseini S.A, Vosoughi N, Vosoughi J. Neutron noise simulation using ACNEM in the hexagonal geometry. *Annals of Nuclear Energy*. 2018;113:246-255.
4. Poursalehi N, Zolfaghari A, Minucmehr A. Performance comparison of zeroth order nodal expansion methods in 3D rectangular geometry. *Nuclear Engineering and Design*. 2012;252:248-266.
5. Lawrence R.D. DIF3D nodal neutronics option for two-and three-dimensional diffusion theory calculations in hexagonal geometry. [LMFBR], Argonne National Lab. IL (USA). 1983.
6. Finnemann H. A consistent Nodal Method for the Analysis of Space-Time Effects in large LWR's. 1975.
7. Hall S. The Development of a Nodal Method for the Analysis of PWR Cores with Advanced Fuels. 2013.
8. Sims R.N. A coarse-mesh nodal diffusion method based on response matrix considerations. *Massachusetts Institute of Technology*. 1977.
9. De Abreu M.P, Da Silva F.C, Alvim A.C.M. Transverse net leakage into the second-order Nodal Expansion Method. *Annals of Nuclear Energy*. 1995;22:85-95.
10. Putney J.M. Nodal methods for solving the diffusion equation for fast reactor analysis. 1984.
11. Smith K.S. An analytic nodal method for solving the two-group, multidimensional, static and transient neutron diffusion equations. *Massachusetts Institute of Technology*. 1979.
12. Kolali A, Naghavi D, Vosoughi N. Development of the SH3-ACNEM Simulator Program in order to Solving the Forward and Adjoint Neutron Diffusion Equation for Hexagonal Geometry Reactor Cores. *Journal of Nuclear Science and Technology*. 2019 [In Persian]. available at: [http://jonsat.sinaweb.net/article\\_994\\_dcc90d037bdf9ecc554bfc78a98b4c1b.pdf](http://jonsat.sinaweb.net/article_994_dcc90d037bdf9ecc554bfc78a98b4c1b.pdf).

## COPYRIGHTS

©2021 The author(s). This is an open access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution (CC BY 4.0), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, as long as the original authors and source are cited. No permission is required from the authors or the publishers.



## استناد به این مقاله

کلی، علی، نقوی دیزجی، داود، وثوقی، ناصر. (۱۴۰۳)، توسعه نرم‌افزار شبیه‌ساز S<sup>3</sup>-HACNEM به‌منظور حل معادلات مستقیم و الحاقی پخش نوترون در قلب رآکتورهای با هندسه چهارگوش. *مجله علوم و فنون هسته‌ای*، ۱۰۷(۱)، ۲۱-۲۸. DOI: 10.24200/nst.2023.469.1319

Url: [https://jonsat.nstri.ir/article\\_1595.html](https://jonsat.nstri.ir/article_1595.html)

