



برهم‌نهی از حالت‌های همدوس در عبور از قیچی کوانتومی

هدی السادات لطفی‌پور^{*}، حسن سبحانی^{id}

پژوهشکده فوتونیک و فناوری‌های کوانتومی، پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای، سازمان انرژی اتمی، صندوق پستی: ۱۴۳۹۵-۸۳۶، تهران-ایران

*Email: hlotfipour110@gmail.com

مقاله پژوهشی

تاریخ دریافت مقاله: ۱۴۰۲/۶/۸ تاریخ بازنگری مقاله: ۱۴۰۲/۱۱/۱۸ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۲/۱۱/۲۳

چکیده

در این مطالعه، به بررسی اثر برهم‌نهی حالت‌های همدوس بر قیچی کوانتومی پرداخته می‌شود. در این مطالعه فرض شده حالت‌های تک فوتون ایده‌آل، خلأ و برهم‌نهی از حالت‌های همدوس از طریق درگاه‌های ورودی به قیچی کوانتومی اعمال شوند. با فرض آشکارسازی تک فوتون و خلأ توسط آشکارسازها، شاهد حالت برهم‌نهی از حالت تک فوتون و خلأ در خروجی هستیم. در این مطالعه احتمال موفقیت قیچی، ضریب تقویت، ضریب همانندی و ضریب کارایی قیچی مورد بررسی قرار می‌گیرند. احتمال موفقیت به دامنه میدان همدوس و فاز میدان ورودی و ضرایب عبور شکافندهای باریکه وابسته است. بیشینه احتمال موفقیت ۲۵ درصد به دست می‌آید که مربوط به حالت ورودی برهم‌نهی همدوس زوج است. قیچی کوانتومی در شرایطی می‌تواند سبب تقویت حالت‌های ورودی به آن شود. نتایج نشان می‌دهد توانایی تقویت قیچی برای فازهای میدان ورودی نزدیک به بیشینه مقدار است. علاوه بر اثر تقویت در خروجی قیچی کوانتومی، این کمیت به نوعی توزیع حضور حالت‌های صفر و تک فوتون را در آشکارساز تعیین می‌کند. به طوری که با تغییر فاز حالت ورودی و یا میزان عبور شکافندهای باریکه این توزیع قابل تغییر است. برای مقدار ثابت شدت میدان ورودی، هر چه میزان فاز ورودی به نزدیکتر باشد کارایی قیچی پایین تر است. نتایج نشان می‌دهد با توجه به وابستگی کمیت‌های مورد بررسی به ویژگی‌های حالت ورودی، می‌توان از قیچی کوانتومی برای مشخصه‌یابی برهم‌نهی از حالت‌های همدوس بهره برد.

کلیدواژه‌ها: قیچی کوانتومی، برهم‌نهی حالت‌های همدوس، احتمال موفقیت، ضریب همانندی

Superposition of coherent states in passing through quantum scissors

H.S. Lotfipour*, H. Sobhani

Photonic and Quantum Technologies Research School, Nuclear Science and Technology Research Institute, AEOL, P.O.Box: 14395-836, Tehran - Iran

Research Article

Received: 30.8.2023, Revised: 7.2.2024, Accepted: 12.2.2024

Abstract

This study investigates the effect of coherent state superposition on quantum scissors. The scissor is subjected to ideal single-photon, vacuum state, and superpositions of coherent states as incident fields. Detectors are employed to measure single photons and zero photons, resulting in a superposition state of single-photon and vacuum states at the output. The study calculates the scissor's probability of success, amplification factor, fidelity, and efficiency factor. The probability of success depends on the coherent field's amplitude, incident field phase, and transmission coefficients of the beam splitters. The maximum probability of success reaches 25%, attributed to even coherent state superpositions. Quantum scissors demonstrate the capability to amplify states under specific conditions. Results indicate maximum amplification when the incident field phase approximates π . Besides amplification, this phase significantly influences the distribution of zero and single-photon states in the superposition output. Thus, altering the incident field phase or beam splitter transmission can modify this distribution. For a fixed incident field intensity, closer proximity of the incident phase to π correlates with reduced scissor efficiency. These findings underscore how quantum scissors can characterize coherent state superpositions due to their sensitivity to incident state characteristics.

Keywords: Quantum scissor, Coherent state superposition, Success probability, Fidelity



۱. مقدمه

در سال ۱۹۹۸ پگ و همکاران چیدمانی اپتیکی متشکل از ادوات خطی شکافنده‌های باریکه و آشکارسازها را مطرح کردند که به قیچی کوانتومی^۱ معروف شد [۱]. در این طرح‌واره هر حالت ورودی می‌تواند به حالت خروجی متشکل از برهم‌نهی حالت تک فوتون و حالت خلأ (صفر فوتون) تبدیل شود. می‌توان نشان داد که با کمک قیچی کوانتومی حالتی کلاسیکی به حالت غیرکلاسیک تبدیل می‌شود. رالف و لاند قیچی کوانتومی بهبودیافته‌ای را معرفی کردند که حالت ورودی را تا مرتبه اول کوتاه می‌کند و به طور هم‌زمان با افزایش دامنه مؤلفه تک‌فوتون نسبت به مؤلفه خلأ باعث تقویت حالت ورودی می‌شد [۲]. براساس تحقیقات در این حوزه فریرول و همکاران از قیچی کوانتومی به عنوان "تقویت‌کننده اپتیکی بدون نوفه نامعین"^۲ برای حالت‌های پیوسته استفاده کردند [۳]. از آنجایی که با داشتن تقویت در سیگنال، وجود نوفه اجتناب‌ناپذیر است، از این‌رو، یکی از مهم‌ترین موضوعات در حوزه اطلاعات کوانتومی، تقویت سیگنال به نحوی است که سطح نوفه تا حد ممکن کوچک باشد.

زمانی که نور همدوس به یک قیچی کوانتومی وارد می‌شود با استفاده از ادوات خطی نظیر شکافنده‌های باریکه و آشکارسازهای تک فوتون و همچنین ایجاد برش^۳ از سایر حالت‌های فوک^۴ با عدد فوتونی ۲ به بالا، در خروجی شاهد برهم‌نهی از حالت‌های صفر و یک هستیم که از خود خواص غیرکلاسیکی نشان می‌دهند. آنچه در قیچی کوانتومی اتفاق می‌افتد ناشی از اثر غیرموضعی کوانتومی^۵ است. زیرا چیدمان یک قیچی کوانتومی خطی ساده طوری طراحی شده است که میدان ورودی به شکافنده باریکه اول وارد شده در حالی که میدان خروجی از شکافنده باریکه دوم خارج می‌شود. در نتیجه هیچ نوری از مد ورودی به مد خروجی نمی‌رسد [۳].

احتمال آشکارسازی، ضریب بهره، کارایی و خواص غیرکلاسیکی در حالت خروجی قابل بررسی است. در سال‌های اخیر در حوزه قیچی کوانتومی مطالعاتی انجام شده که آن را به عنوان مولد حالت‌های غیرکلاسیک به کار گرفته‌اند [۴، ۵]. همچنین برای افزایش خواص درهم‌تنیدگی [۶، ۷] و چلانندگی [۶] در حالت‌های خروجی مورد توجه محققین قرار گرفته است.

به‌طوری‌که از آنها برای تولید حالت‌های غیرگوسین که کاربرد ویژه‌ای در کامپیوترهای فوتونیک دارد، استفاده شده است [۸]. از طرفی برهم‌نهی از حالت‌های همدوس [۹] دارای کاربرد ویژه‌ای در فرایند اطلاعات کوانتومی از جمله دورنوردی^۶ کوانتومی [۱۰]، محاسبات کوانتومی [۱۱]، خالص‌سازی درهم‌تنیدگی [۱۲] و تصحیح خطا [۱۳] است.

در تحقیقات گذشته [۸، ۱۴] عملکرد قیچی کوانتومی با اعمال حالت‌های ورودی همدوس [۱۴] و خلأ چلانده [۸] مورد بررسی قرار گرفته است. وینل و همکاران در سال ۲۰۲۰ از قیچی کوانتومی مرتبه سوم به عنوان تقویت‌ساز بدون نوفه از حالت همدوس ورودی استفاده کرده‌اند [۱۵].

رن و همکاران [۱۶] در سال ۲۰۲۱ خواص حالت‌های خروجی یک قیچی کوانتومی متشکل از دو شکافنده باریکه نامتقارن و با فرض آشکارسازی مشروط^۷ به شکل روشن شدن هر دو آشکارساز با اعمال برهم‌نهی از حالت‌های همدوس زوج و فرد را مورد بررسی قرار داده‌اند. آنها به دنبال تحقق حالت‌های گربه شرودینگر بوده‌اند. در این مسیر به ازای ورود حالت‌های همدوس زوج، در خروجی قیچی کوانتومی، برهم‌نهی از حالت‌های خلأ و فوک دو فوتونی تولید شده است. همچنین ضریب همانندی^۸ بین حالت خروجی و حالت ورودی به‌دست آمده است.

با توجه به اهمیت بالای برهم‌نهی از حالت‌های همدوس در اطلاعات کوانتومی و محاسبات کوانتومی در این مقاله به بررسی ورود برهم‌نهی از حالت‌های همدوس در یک قیچی کوانتومی ساده متشکل از دو شکافنده باریکه متقارن و روشن بودن صرفاً یکی از آشکارسازهای تک فوتون، و مشخصه‌یابی این حالت‌ها با استفاده از توانمندی قیچی برای تقویت‌سازی حالت‌های ورودی پرداخته می‌شود. علاوه بر بررسی مشخصات حالت ورودی از طریق کمیت‌های فیزیکی قیچی کوانتومی در خروجی میزان تقویت‌سازی حالت‌ها از طریق این طرح‌واره به‌دست می‌آید.

در این طرح‌واره فرض شده آشکارسازهای تک فوتون و منبع تک فوتون ورودی در حالت ایده‌آل عملکرد خود هستند. برای این منظور در بخش ۲ با ارائه مدلی نظری حالت میدان خروجی برحسب مشخصات میدان ورودی و ویژگی‌های فیزیکی المان‌های مورد استفاده در طرح‌واره به‌دست آمده است. سپس به منظور مشخصه‌یابی برهم‌نهی‌های مختلف از حالت‌های

1. Quantum Scissor

2. Non-Deterministic Noiseless Optical Amplifier

3. Truncation

4. Fock

5. Quantum Nonlocality

6. Teleportation

7. Conditional Measurement

8. Fidelity



در قیچی کوانتومی به شکافنده باریکه اول در مد a_i تک فوتون وارد شده و در مد a_r خلأ وجود دارد. خروجی شکافنده باریکه اول به صورت معادله (۲) است:

$$\begin{aligned} |\psi\rangle_{(b_i, b_r)} &= R_i |\cdot\rangle_{(a_i, a_r)} \\ &= t_i |\cdot\rangle_{b_i} |\cdot\rangle_{b_r} - r_i^* |\cdot\rangle_{b_i} |\cdot\rangle_{b_r} \end{aligned} \quad (2)$$

برهم‌نهی از حالت‌های همدوس به صورت $|CSS_\varphi(\alpha)\rangle = N_\varphi(\alpha)(|\alpha\rangle + e^{i\varphi}|- \alpha\rangle)$ تعریف می‌شوند که در آن $N_\varphi(\alpha)$ ضریب بهنجارش، $|\alpha\rangle$ حالت همدوس با دامنه α و φ ضریب فاز است. همچنین ضریب α حقیقی فرض شده [۲۱-۱۷] و برهم‌نهی از حالت‌های همدوس به شکل $|CSS\rangle$ نظر گرفته می‌شود. حالت‌های $|CSS_\pm(\alpha)\rangle = N_\pm(\alpha)(|\alpha\rangle \pm |- \alpha\rangle)$ به علت آن که تعداد فوتون‌ها در آنها برای $|CSS_+(\alpha)\rangle$ و $|CSS_-(\alpha)\rangle$ به ترتیب زوج و فرد است، به حالت‌های برهم‌نهی همدوس زوج^۴ و فرد^۵ معروف هستند. فرض می‌شود برهم‌نهی از حالت‌های همدوس در مد b_r $|CSS\rangle_{b_r}$ از طریق شکافنده باریکه دوم وارد قیچی کوانتومی شوند. با توجه به بهنجارش بودن حالت‌ها، ضریب بهنجارش به صورت $N_\varphi(\alpha) = 1/\left(r(1+e^{-r|\alpha|^2} \cos \varphi)\right)^{1/2}$ به دست می‌آید. می‌توان حالت‌های همدوس را به شکل برهم‌نهی از حالت‌های عددی بسط داد:

$$|\alpha\rangle_{b_r} = e^{-|\alpha|^2/2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{n!} (b_r^\dagger)^n |\cdot\rangle_{b_r} \quad (3)$$

با عمل کردن شکافنده باریکه دوم بر حالت‌ها، حالت خروجی از قیچی کوانتومی را می‌توان با رابطه (۴) نمایش داد:

$$|\psi\rangle_{out} = R_r R_i |\cdot\rangle_{a_i} |\cdot\rangle_{a_r} N_\varphi \left[|\alpha\rangle_{b_r} + e^{i\varphi} |- \alpha\rangle_{b_r} \right] \quad (4)$$

از آنجایی که R_i و R_r عملگرهای یکانی هستند، با استفاده از $R_i^\dagger R_i = 1$ و $R_r^\dagger R_r = 1$ ، رابطه (۱) به رابطه (۵) تبدیل می‌شود:

$$\begin{aligned} |\psi\rangle_{out} &= N_\varphi R_r |\cdot\rangle_{a_i} |\cdot\rangle_{a_r} \\ &\left[t_i |\cdot\rangle_{b_i} |\cdot\rangle_{b_r} - r_i^* |\cdot\rangle_{b_i} |\cdot\rangle_{b_r} \right] \left[|\alpha\rangle_{b_r} + e^{i\varphi} |- \alpha\rangle_{b_r} \right] \end{aligned} \quad (5)$$

با استفاده از رابطه (۳) و انجام عملیات ریاضی حالت خروجی از قیچی کوانتومی از رابطه (۶) به دست می‌آید:

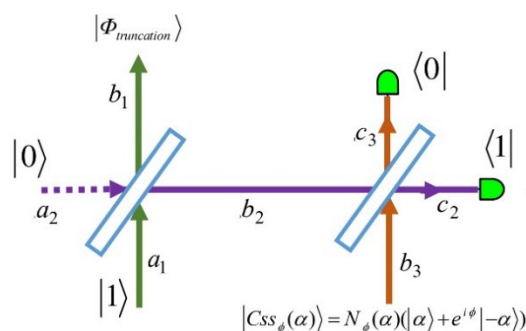
همدوس توسط قیچی کوانتومی، احتمال موفقیت^۱ در آشکارسازی، بهره^۲ قیچی کوانتومی، ضریب همانندی^۳ حالت-های خروجی و ضریب کارایی مورد مطالعه قرار گرفته است. در بخش ۳ نیز نتایج حاصل از بررسی نمودارها که معرف کمیت-های فیزیکی عملکردی قیچی کوانتومی هستند، آمده است. در بخش پایانی نتیجه‌گیری حاصل از بررسی ورود یک حالت برهم‌نهی همدوس به یک قیچی کوانتومی و استفاده از آن به عنوان مشخصه‌یابی حالت فرودی آمده است.

۲. مدل نظری قیچی کوانتومی

طرح‌واره‌ای شماتیک از یک قیچی کوانتومی خطی ساده در شکل ۱ نشان داده شده است. این طرح‌واره شامل دو شکافنده باریکه و دو آشکارساز شمارش تک فوتونی است. مدهای ورودی سیستم شامل عملگرهای a_i ، a_r و b_r می‌باشد. عملیات شکافنده‌های باریکه مانند یک تبدیل یکانی از عملگرها در تصویر هایزنبرگ است. مدهای ورودی تحت تأثیر شکافنده‌های باریکه به شکل معادله (۱) قرار می‌گیرند [۱۴]:

$$\begin{aligned} R_i a_i R_i^\dagger &= t_i b_i^\dagger - r_i^* b_r^\dagger, R_i a_r R_i^\dagger = r_i b_i^\dagger + t_i^* b_r^\dagger \\ R_r b_r^\dagger R_r^\dagger &= t_r c_r^\dagger - r_r^* c_i^\dagger, R_r b_i^\dagger R_r^\dagger = r_r c_r^\dagger + t_r^* c_i^\dagger \end{aligned} \quad (1)$$

در رابطه (۱) R_i و R_r عملگرهای یکانی مربوط به شکافنده-های اول و دوم هستند و در روابط $R_i |\cdot\rangle_{(a_i, a_r)} = |\cdot\rangle_{(b_i, b_r)}$ و $R_r |\cdot\rangle_{(b_i, b_r)} = |\cdot\rangle_{(c_i, c_r)}$ صدق می‌کنند. همچنین t_j و r_j ضرایب عبور و بازتاب شکافنده‌های باریکه هستند و در رابطه $|t_j|^2 + |r_j|^2 = 1$ صدق می‌کنند که در ادامه حقیقی فرض شده‌اند. این فرض به دلیل شرط بقای تعداد فوتون‌ها و یکانی بودن ماتریس و با فرض این که باریکه نور در عبور از شکافنده افت نداشته باشد [۲۱-۱۷]، در نظر گرفته شده است.



شکل ۱. طرح‌واره شماتیک از قیچی کوانتومی.



در رابطه ۹ $g = \frac{t_r r_r}{r_r t_r} \left(\frac{r_r}{t_r} + 1 \right)^{-1} \tan \frac{\varphi}{2}$ ضریب تقویت نام دارد. ضریب تقویت به میزان عبور و بازتاب شکافندهای اول و دوم، و همچنین فاز اعمالی حالت اولیه بستگی دارد. فاز اولیه، نوع حالت ورودی به سیستم را مشخص می‌کند. اگر فرض شود که قیچی کوانتومی مانند یک تقویت‌کننده عمل می‌کند، حالت خروجی از آن را می‌توان به شکل حالت همدوس تقویت شده به صورت $|g\alpha\rangle$ در نظر گرفت و آن را برحسب حالت‌های عددی بسط داد:

$$|g\alpha\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-|g\alpha|^2/2} \frac{(g\alpha)^n}{n!} |n\rangle \quad (10)$$

همان‌طوری که در رابطه (۸) مشخص است، زمانی که برهم‌نهی از حالت‌های همدوس به قیچی کوانتومی وارد می‌شود، در خروجی برشی از برهم‌نهی از حالت‌های فوک $|0\rangle$ و $|1\rangle$ وجود دارد. به منظور مقایسه یک حالت همدوس تقویت شده ایده‌آل با حالت خروجی، کمیتی به نام ضریب همانندی حالت کوانتومی به شکل رابطه (۱۱) تعریف می‌شود:

$$F(|g\alpha\rangle, |\Phi_{truncation}\rangle) = \frac{|\langle g\alpha | \Phi_{truncation} \rangle|^2}{P_{detection}} \quad (11)$$

$$e^{-(1+g^2)|\alpha|^2} \left| \left(\frac{r_r}{t_r} + 1 \right) \left| r_r t_r \right| (1 + e^{i\varphi}) (1 + e^{-i\varphi}) \right|$$

$$[1 + g^* \alpha^* A + g\alpha A^* + |g\alpha|^2]$$

در رابطه (۱۱)، $A = ig\alpha$ است. این ضریب نشان می‌دهد که حالت خروجی از قیچی کوانتومی تا چه اندازه به یک حالت همدوس تقویت شده شباهت و نزدیکی دارد. هر چه این عدد به ۱ نزدیکتر باشد، همانندی بیشتر بوده و در نتیجه قابلیت این طراحی برای تقویت حالت ورودی بالاتر است.

۳. نتایج

در این بخش به بررسی نمودارها و نتایج حاصل از آن پرداخته می‌شود. در شکل ۲ با استفاده از رابطه (۷) احتمال موفقیت قیچی کوانتومی (با شکافندهای باریکه ۵۰:۵۰) برحسب دامنه حالت‌های همدوس و فاز اولیه رسم شده است. همان‌طوری که در شکل (۲ الف) مشخص است احتمال آشکارسازی حالت‌های خروجی برای دامنه‌های کوچک بیشتر است و هر چه دامنه افزایش می‌یابد این مقدار کاهش یافته و برای مقدار دامنه‌های بالاتر از ۲/۲ به صفر می‌رسد. مشابه این رفتار در خروجی قیچی کوانتومی در مرجع دیگری نیز مشاهده شده است [۱۶]. در رابطه (۹) مقدار فاز $\frac{\pi}{2}$ بین دو مؤلفه $|0\rangle$ و $|1\rangle$ در حالت

$$|\psi\rangle_{out} = N_{\varphi} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=0}^n \frac{t_r \alpha^n}{\sqrt{k!(n-k)!}} (-r_r^*)^k (t_r)^{n-k} |1, k, n-k\rangle_{b, c_r, c_r}$$

$$+ N_{\varphi} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \sum_{n'=0}^{\infty} \sum_{k'=0}^{n'} \frac{e^{i\varphi} t_r (-\alpha)^{n'}}{\sqrt{k'!(n'-k')!}} (-r_r^*)^{k'} (t_r)^{n'-k'} |1, k', n'-k'\rangle_{b, c_r, c_r}$$

$$+ e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=0}^n \frac{\alpha^n}{\sqrt{k!(n-k)!}} [-r_r^* r_r (-r_r^*)^k (t_r)^{n-k} |0, k, n-k+1\rangle_{b, c_r, c_r}$$

$$- r_r^* t_r (r_r^*)^k (t_r)^{n-k} |0, k+1, n-k\rangle_{b, c_r, c_r}]$$

$$+ e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \sum_{n'=0}^{\infty} \sum_{k'=0}^{n'} \frac{e^{i\varphi} (-\alpha)^{n'}}{\sqrt{k'!(n'-k')!}} [-r_r^* r_r (-r_r^*)^{k'} (t_r)^{n'-k'} |0, k', n'-k'+1\rangle_{b, c_r, c_r}$$

$$- r_r^* t_r (r_r^*)^{k'} (t_r)^{n'-k'} |0, k'+1, n'-k'\rangle_{b, c_r, c_r}] \quad (6)$$

در رابطه (۶)، $|\psi\rangle_{out}$ نشان‌دهنده حالت سامانه به ترتیب در مدهای خروجی b و c_r و c_r است. با فرض حقیقی بودن ضرایب عبور و بازتاب شکافندهای باریکه [۲۲-۲۵]، بازده قیچی کوانتومی را می‌توان با احتمال آشکارسازی فوتون‌ها در دو آشکارساز و یا احتمال موفقیت در حالت دلخواه نشان داد:

$$P_{detection} = \left| \langle 1, 0 | \psi \rangle_{out} \right|^2 = r_r N_{\varphi}^2 e^{-|\alpha|^2} \times$$

$$\{ |t_r r_r|^2 |\alpha|^2 (1 - \cos \varphi) + (r_r t_r)^2 \left(1 + \frac{r_r}{t_r} \right) (1 + \cos \varphi) \} \quad (7)$$

در رابطه (۷)، $P_{detection}$ نشان‌دهنده احتمال موفقیت قیچی کوانتومی است. در شرایط اعمالی اولیه فرض شده یک فوتون توسط آشکارساز شاخه ۲ آشکارسازی شود، در حالی که هیچ فوتونی در آشکارساز شاخه ۳ آشکارسازی نشود. همان‌طوری که در شکل ۱ نشان داده شده است، حالت فوتونی خروجی در مد b را می‌توان به صورت رابطه (۸) نوشت:

$$|\Phi_{truncation}\rangle_{b_1} = N_{c_r, c_r} \langle 1, 0 | \psi \rangle_{out} =$$

$$N e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \left\{ r_r t_r \left(\frac{r_r}{t_r} + 1 \right) (1 + e^{i\varphi}) |0\rangle - t_r a r_r (1 - e^{i\varphi}) |1\rangle \right\} \quad (8)$$

در رابطه (۸)، $|\Phi_{truncation}\rangle_{b_1}$ حالت فوتونی خروجی در مد b_1 و $N = 1/\sqrt{P_{detection}}$ ضریب بهنجارش است. همان‌طوری که در این رابطه مشخص است، حالت خروجی از قیچی برهم‌نهی از حالت‌های عددی صفر و یک است.

به منظور بررسی میزان تقویت‌کنندگی قیچی کوانتومی (و یا بهره آن) معادله (۸) را به صورت رابطه (۹) می‌توان نوشت:

$$|\Phi_{truncation}\rangle_{b_1} = \frac{1}{\sqrt{P_{detection}}} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} r_r t_r \left(\frac{r_r}{t_r} + 1 \right)$$

$$\times (1 + e^{i\varphi}) \{ |0\rangle + g\alpha |1\rangle \} \quad (9)$$



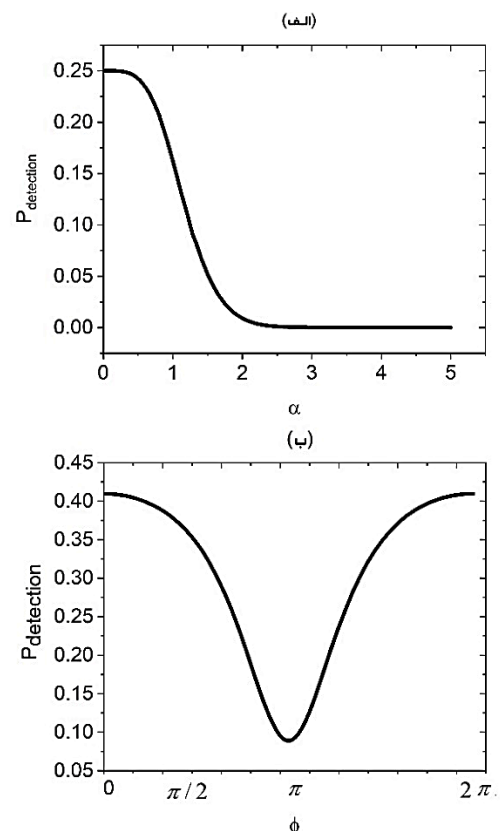
در شکل (۳ الف) نمودار ضریب تقویت برحسب فاز حالت اولیه ورودی رسم شده است. این شکل نشان می‌دهد بیشینه تقویت در حوالی فاز π اتفاق می‌افتد و مقداری در حدود ۴ دارد. اندازه این ضریب در فازهای $0.8\pi \leq \varphi < \pi$ افزایش چشمگیری دارد. این نشان می‌دهد وجود شکافنده‌های باریکه متقارن می‌تواند سبب افزایش تقویت شود. در این شرایط توانایی قیچی برای تقویت‌سازی^۲ میدان‌های فرودی با دامنه ضعیف بالاست. همچنین توانایی تقویت قیچی برای فازهای میدان فرودی نزدیک به π بیشینه مقدار است.

در شکل (۳ ب) نمودار ضریب تقویت برحسب عبور شکافنده باریکه برای فاز مشخص حالت فرودی ($\varphi = \frac{\pi}{2}$) رسم شده است. میزان بیشینه ضریب تقویت در حوالی عبور ۰٫۶ اتفاق می‌افتد و دارای مقداری در حدود ۰٫۵ است. همان‌طوری‌که در مورد احتمال موفقیت بحث شد، ضریب تقویت نیز می‌تواند معیار مناسبی برای شناسایی مشخصات حالت برهم‌نهی فرودی باشد. به عنوان مثال برای قیچی کوانتومی با شکافنده‌های باریکه ۵۰:۵۰ هرچه فاز حالت فرودی از برهم‌نهی حالت‌های همدوس بیشتر باشد، میزان ضریب تقویت بالاتر است. یکی از نکات مهم در مورد ضریب بهره (کمیت g) این است که علاوه بر اثر تقویت در خروجی قیچی کوانتومی، این کمیت به نوعی توزیع حضور حالت‌های صفر و تک فوتون را در آشکارساز تعیین می‌کند. به‌طوری‌که با تغییر فاز حالت فرودی و یا میزان عبور شکافنده‌های باریکه این توزیع قابل تغییر است.

با مقایسه با مقاله رن و همکاران [۱۶] در این مقاله از آشکارسازی کاتالیتیک استفاده نشده است. با توجه به آن‌که نوع آشکارسازی این مقاله با گروه "رن" متفاوت بوده حالت خروجی از سیستم و توابع فیزیکی مورد بررسی رفتاری متفاوت دارند. به عنوان مثال در مقاله "رن" بیان شده زمانی‌که حالت فرودی به قیچی در حالت زوج یا فرد باشد، ضریب بهره برای حالت کوانتومی خروجی تنها به دامنه میدان خروجی وابسته است و به کمیت‌های قیچی کوانتومی وابسته نیست. این در حالی است که ضریب بهره در این مقاله به پارامترهای قیچی کوانتومی وابسته است.

برهم‌نهی وجود دارد. این شیفت فازی با استفاده از تبدیل یکانی عملگر پائولی بعد از آشکارسازی قابل تصحیح است. همچنین احتمال آشکارسازی برحسب فاز حالت فرودی نشان‌دهنده آن است که در فاز π میزان موفقیت به صفر می‌رسد درحالی‌که بیشینه مقدار آن در حدود ۲۵ درصد است که به ازای فاز فرودی صفر و برای حالت فرودی زوج به‌دست می‌آید. از این‌رو میزان وابستگی احتمال موفقیت به فاز حالت فرودی می‌تواند برای مشخصه‌یابی فاز حالت‌های فرودی به شکل برهم‌نهی مورد استفاده قرار گیرد.

تقویت‌سازی خطی بدون نوفه^۱ روشی مفید در اپتیک کوانتومی است که کاربردهای زیادی در خالص‌سازی درهم‌تنیدگی، متروлоژی کوانتومی و محاسبات کوانتومی دارد [۳]. قیچی کوانتومی در شرایطی می‌تواند مانند یک تقویت‌کننده خطی بدون نوفه عمل کند و سبب تقویت حالت‌های ضعیف فرودی شود. یکی از کمیت‌های مهم در عملکرد تقویت‌کنندگی قیچی کوانتومی ضریب تقویت است. همان‌طوری‌که در رابطه (۹) آمده است، این ضریب متناسب با ضرایب عبور و بازتاب شکافنده‌های باریکه و میزان فاز حالت فرودی است.



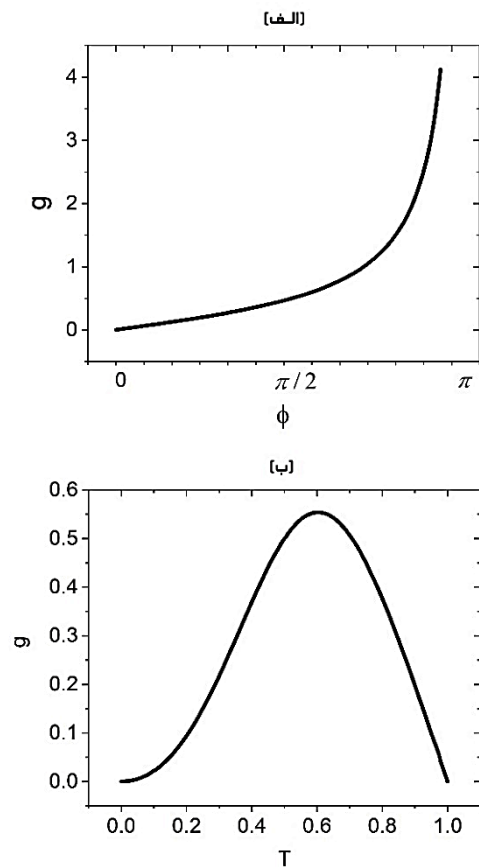
شکل ۲. احتمال موفقیت قیچی کوانتومی برحسب الف) دامنه حالت‌های همدوس برای حالت فرودی زوج ($\varphi = 0$) و ب) فاز اولیه برای $\alpha = 0.5$.



می‌ماند که باعث ایجاد بیشینه شباهت با حالت همدوس تقویت شده می‌شود و ضریب همانندی به بیشینه مقدار می‌رسد. در شکل (۴ ج) نمودار ضریب همانندی برای حالت فرودی با $\varphi = \frac{\pi}{2}$ و حضور قیچی کوانتومی متقارن با شکافده‌های باریکه ۵۰:۵۰ آمده است. هر چه دامنه میدان فرودی بیشتر باشد این مقدار کم شده تا در $\alpha = 1/1$ این ضریب به کمینه مقدار خود (صفر) می‌رسد. گروه "رن" به دنبال نشان دادن ضریب همانندی بین حالت خروجی و حالت ورودی بودند در حالی که در این مقاله ضریب همانندی مابین حالت خروجی و یک حالت تقویت شده ایده‌آل مورد بررسی قرار گرفته است.

هر چه میزان فاز میدان فرودی کوچکتر باشد ضریب همانندی بزرگتر بوده که بیشینه آن برای حالت فرودی زوج با $\varphi = 0$ اتفاق می‌افتد، در حالی که در فاز $\varphi = \pi$ این ضریب به صفر می‌رسد. با ورود حالت زوج به قیچی کوانتومی، ضریب تقویت صفر شده در نتیجه در حالت برهم‌نهی تنها جمله خلأ باقی می‌ماند که باعث ایجاد بیشینه شباهت با حالت همدوس تقویت شده می‌شود و ضریب همانندی به بیشینه مقدار می‌رسد. در شکل (۴ ج) نمودار ضریب همانندی برای حالت فرودی با $\varphi = \frac{\pi}{2}$ و حضور قیچی کوانتومی متقارن با شکافده‌های باریکه ۵۰:۵۰ آمده است. هر چه دامنه میدان فرودی بیشتر باشد این مقدار کم شده تا در $\alpha = 1/1$ این ضریب به کمینه مقدار خود (صفر) می‌رسد.

یکی از کمیت‌های مهم که کارایی^۱ قیچی کوانتومی را نشان می‌دهد، به صورت $E = p_{\text{detection}} \times F$ تعریف می‌شود. این کمیت حاصل ضربی از احتمال موفقیت در ضریب همانندی سیستم را شامل می‌شود. در حالت ایده‌آل در قیچی کوانتومی به دنبال افزایش هم‌زمان احتمال موفقیت و ضریب همانندی هستیم. هر چه این کمیت به یک نزدیکتر باشد، عملکرد بهتری بین احتمال موفقیت و ضریب همانندی برقرار است. در نتیجه قیچی کوانتومی دارای کارایی بیشتری است. در شکل (۵ الف) نمودار ضریب کارایی برحسب دامنه میدان فرودی به ازای $\varphi = \frac{\pi}{2}$ رسم شده است. همان‌طوری که انتظار می‌رود مقدار این ضریب از بیشینه ۰/۱۲ شروع شده و مقدار آن برای دامنه‌های بزرگتر (حوالی ۲) به نزدیک صفر میل می‌کند. بهترین عملکرد قیچی در دامنه‌های فرودی کوچک (زیر ۰/۵) اتفاق می‌افتد که این نوع کارایی قیچی را همانند سایر مراجع [۸، ۱۶، ۲۶] در

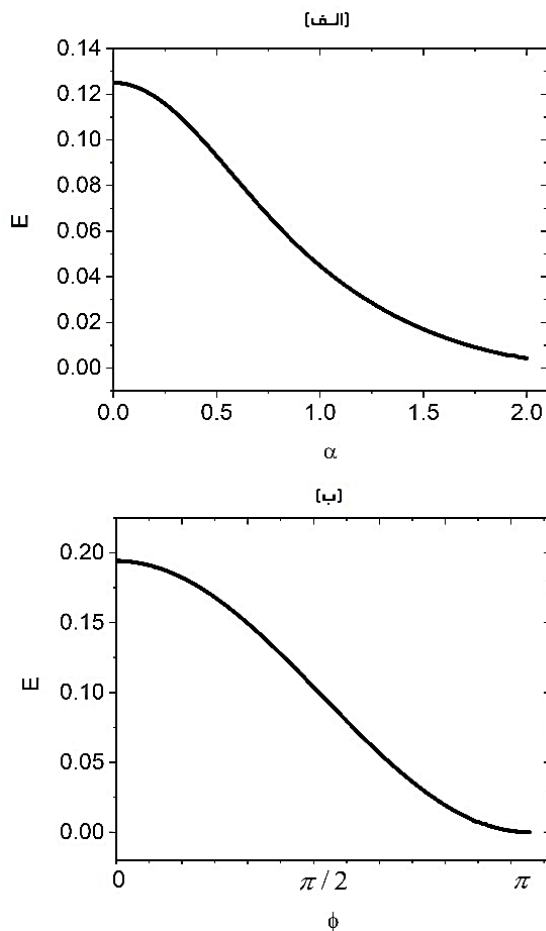


شکل ۳. ضریب تقویت برای دامنه همدوس $\alpha = 0.5$ برحسب الف) فاز حالت اولیه با فرض $T_1 = T_2 = T = \frac{\pi}{2}$ ب) میزان عبور شکافده باریکه با فرض $\varphi = \frac{\pi}{2}$ و $T_1 = T_2 = T$

در شکل ۴ نمودار ضریب همانندی حالت خروجی از قیچی کوانتومی و یک حالت همدوس تقویت شده ایده‌آل آمده است. در شکل (۴ الف) نمودار ضریب همانندی برحسب دامنه میدان فرودی برای میدان فرودی زوج نشان می‌دهد در حوالی صفر مقدار این ضریب ۱ بوده و با افزایش دامنه میدان در حوالی $\alpha = 0$ به صفر می‌رسد. این رفتار از قیچی کوانتومی در برخی دیگر از مراجع نیز دیده شده است [۸، ۲۶]. هر چه ضریب همانندی بزرگتر باشد، میزان شباهت حالت خروجی و حالت همدوس تقویت شده بیشتر است. در شکل (۴ ب) نمودار ضریب همانندی برحسب فاز حالت فرودی با فرض $\alpha = 0.5$ و شکافده‌های باریکه ۵۰:۵۰ آمده است.

هر چه فاز میدان فرودی کوچکتر باشد ضریب همانندی بزرگتر بوده که بیشینه آن برای حالت فرودی زوج با $\varphi = 0$ اتفاق می‌افتد، در حالی که در فاز $\varphi = \pi$ این ضریب به صفر می‌رسد. با ورود حالت زوج به قیچی کوانتومی، ضریب تقویت صفر شده در نتیجه در حالت برهم‌نهی تنها جمله خلأ باقی



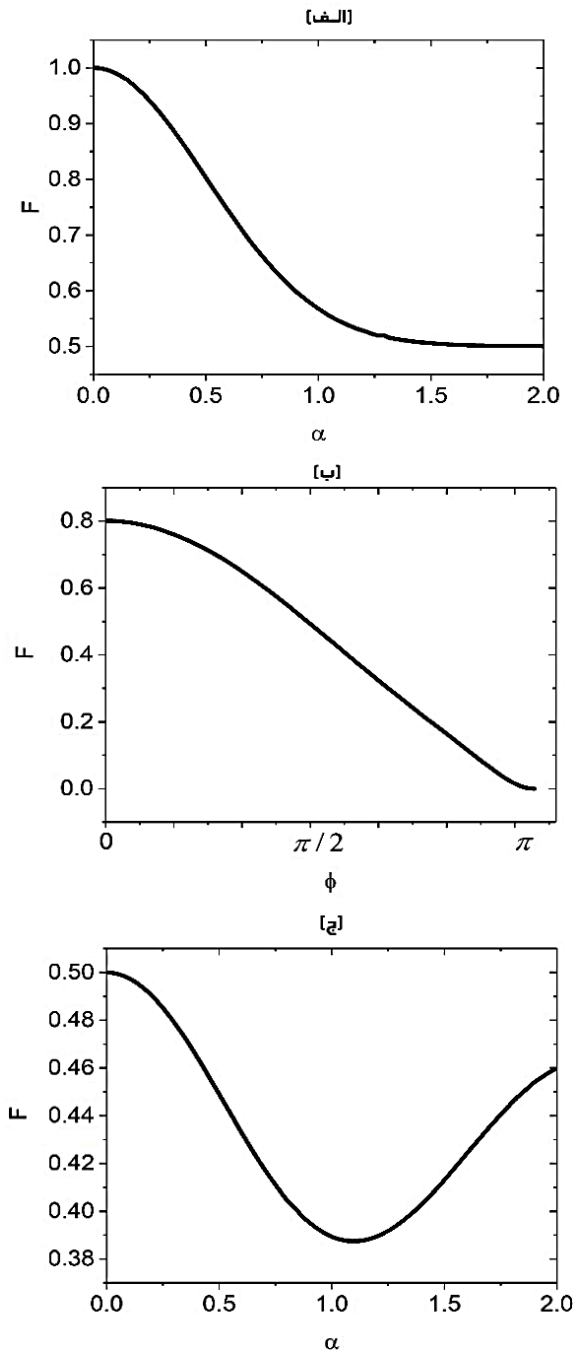


شکل ۵. ضریب کارایی قیچی کوانتومی برحسب الف) دامنه میدان فرودی با فرض $\varphi = \frac{\pi}{2}$ و ب) فاز میدان فرودی با فرض $\alpha = 0.5$.

۴. نتیجه‌گیری

مشخصه‌یابی برهم‌نهی از حالت‌های همدوس یکی از گام‌های مهم در مسیر کاربردی کردن این حالت‌ها در علم و فناوری است. تاکنون از قیچی کوانتومی به عنوان ابزاری برای مشخصه‌یابی حالت‌های غیرکلاسیک استفاده نشده است. در حالی که در این مطالعه به مشخصه‌یابی برهم‌نهی از حالت‌های همدوس با استفاده از توانمندی قیچی برای تقویت‌سازی حالت‌های فرودی پرداخته شده است. فرض شده که آشکارسازها و منبع تک‌فوتون مورد استفاده در حالت ایده‌آل عملکرد خود هستند. احتمال موفقیت قیچی برحسب دامنه همدوس میدان فرودی و فاز آن مورد بررسی قرار گرفت. بیشینه احتمال موفقیت ۲۵ درصد است که به ازای دامنه‌های کوچک میدان فرودی (و یا شدت پایین میدان) به دست می‌آید. نتیجه عملکرد قیچی کوانتومی مورد مطالعه، ایجاد حالت برهم‌نهی از حالت خلأ و حالت

شدت‌های فرودی میدان‌های ضعیف نشان می‌دهد. در شکل (۵ ب) ضریب کارایی قیچی نسبت به فاز میدان فرودی با فرض $\alpha = 0.5$ رسم شده است. نمودار نشان‌دهنده آن است که هر چه میزان فاز فرودی به $\varphi = \pi$ نزدیک می‌شود کارایی پایین می‌آید. فاز میدان فرودی از طریق محاسبه ضریب کارایی قابل سنجش است.



شکل ۴. ضریب همانندی حالت خروجی از قیچی کوانتومی و یک حالت همدوس تقویت شده ایده‌آل برحسب الف) دامنه میدان همدوس با فرض $\varphi = 0$ ب) فاز میدان فرودی با فرض $\alpha = 0.5$ ج) دامنه میدان همدوس با فرض $\varphi = \frac{\pi}{2}$.



مراجع

1. Pegg D.T, Phillips L.S, Barnett S.M. Optical state truncation by projection synthesis. *Physical Review Letters*. 1998;81:1604.
2. Ralph T.C, Lund A. Nondeterministic noiseless linear amplification of quantum systems. *AIP Conference Proceedings, American Institute of Physics*. 2009.
3. Ferreyrol F, Barbieri M, Blandino R, Fossier S, Tualle-Brouri R, Grangier P. Implementation of a nondeterministic optical noiseless amplifier. *Physical Review Letters*. 2010;104:123603.
4. Liu C, Yu M, Ye W, Zhang H, Hu L. Preparation of nonclassical states by displacement-based quantum scissors. *Results in Physics*. 2020;19:103616.
5. Mattos E, Vidiella-Barranco A. Generation of nonclassical states of light via truncation of mixed states. *JOSA B*. 2022;39:1885.
6. Liu C, Zhan M, Qiu X, Fu Z, Zhang H, Jia F. Entanglement improvement via a single-side squeezing-based quantum scissors. *Optics Express*. 2022;30:17174.
7. Xu X, Hu L, Liao Z. Improvement of entanglement via quantum scissors. *JOSA B*. 2018;35:174.
8. Yu M, Zhang H, Ye W, Zhang K, Xia Y, Hu L. Improvement of entanglement via catalytic quantum scissors. *Optik*. 2021;241:167252.
9. Lund A.P, Jeong H, Ralph T.C, Kim M.S, Conditional production of superpositions of coherent states with inefficient photon detection. *Physical Review A*. 2004;70:020101.
10. Van Enk S.J, Hirota O. Entangled coherent states: Teleportation and decoherence. *Physical Review A*. 2001;64:022313.
11. Ralph T.C, Gilchrist A, Milburn G.J, Munro W.J, Glancy S. Quantum computation with optical coherent states. *Physical Review A*. 2003;68:042319.
12. Clausen J, Knöll L, Welsch D.-G. Lossy purification and detection of entangled coherent states. *Physical Review A*. 2002;66:062303.
13. Cochrane P.T, Milburn G.J, Munro W.J. Macroscopically distinct quantum-superposition states as a bosonic code for amplitude damping. *Physical Review A*. 1999;59:2631.
14. Özdemir ŞK, Miranowicz A, Koashi M, Imoto N. Quantum-scissors device for optical state truncation: A proposal for practical realization. *Physical Review A*. 2001;46:063818.
15. Winnel M.S, Hosseinidehaj N, Ralph T.C. Generalized quantum scissors for noiseless linear amplification. *Physical Review A*. 2020;102:063715.

تکفوتون است. نتایج نشان می‌دهد ضریب تقویت (بهره) که با کمیت‌های قیچی کوانتومی مانند عبور شکافنده‌های باریکه و همچنین فاز میدان فرودی قابل تنظیم است، به نوعی کنترل‌کننده توزیع حضور حالت‌های صفر و تکفوتون در آشکارساز است. هر چه ضریب تقویت بزرگتر باشد، احتمال حضور حالت تکفوتون از حالت خلأ در میدان خروجی بیشتر خواهد بود. از طرفی این کمیت توانایی قیچی برای تقویت حالت‌های ضعیف را نشان می‌دهد. در این مطالعه برای یک فاز مشخص ($\varphi = \frac{\pi}{2}$) نشان داده شده که بیشینه ضریب تقویت در عبور ۰/۶ اتفاق می‌افتد. مقدار این ضریب برای فازهای نزدیک به $\varphi = \pi$ به بیشینه مقدار ۴ رسیده است.

همچنین در این بررسی ضریب همانندی بین حالت خروجی از قیچی و حالت همدوس تقویت شده ایده‌آل به‌دست آمده که نشان می‌دهد برای دامنه‌های میدان کوچک (شدت میدان فرودی ضعیف) و فازهای میدان فرودی نزدیک به صفر مقداری نزدیک به یک دارد. کمیت کارایی قیچی که از حاصل ضرب احتمال موفقیت در ضریب همانندی به‌دست می‌آید، در این مطالعه مورد بررسی قرار گرفته است. این کمیت که عملکرد قیچی برای مشخصه‌یابی حالت‌های میدان فرودی را نشان می‌دهد، در فاز و دامنه میدان‌های کوچک بیشینه است. هر سه کمیت مورد بررسی در مقاله متأثر از ویژگی‌های فیزیکی میدان فرودی نظیر دامنه (α) و فاز (φ) میدان هستند که می‌توان از آنها جهت مشخصه‌یابی حالت‌های فرودی استفاده کرد.



16. Ren G, Yu H.J, Zhang C.Z, Zhang W.H. Quantum properties of superposition opposite coherent states using quantum scissors with conditional measurements. *Physica Scripta*. 2021;96:095103.
17. Leonhardt Ulf. Quantum statistics of a lossless beam splitter: SU (2) symmetry in phase space. *Physical Review A*. 1993;48(4):3265.
18. Fearn H, Loudon R. Quantum theory of the lossless beam splitter. *Optics Communications*. 1987;64(6):485-490.
19. Campos R.A, Saleh B.E.A, Teich M.C. Quantum-mechanical lossless beam splitter: SU (2) symmetry and photon statistics. *Physical Review A*. 1989;40(3):1371.
20. Ou Z.Y.J. Multi-photon quantum interference. *New York. Springer*. 2007;43.
21. Gerry C.C, Knight P.L. Introductory quantum optics. *Cambridge University Press*. 2023.
22. Mattos E, Vidiella-Barranco A. Generation of nonclassical states of light via truncation of mixed states. *JOSA B*. 2022;39:1885.
23. Ralph T.C, Lund A.P. Nondeterministic noiseless linear amplification of quantum systems. *AIP Conference Proceedings, American Institute of Physics*. 2009.
24. Liu C, Yu M, Ye W, Zhang H, Hu L. Preparation of nonclassical states by displacement-based quantum scissors. *Results in Physics*. 2020;19:103616.
25. Liu C, Zhan M, Qiu X, Fu Z, Zhang H, Jia F. Entanglement improvement via a single-side squeezing-based quantum scissors. *Optics Express*. 2022;30:17174.
26. Zhang K, Hu L, Ye W, Liu C, Xu X. Preparation and non-classicality of non-Gaussian quantum states based on catalytic quantum scissors. *Laser Physics Letters*. 2018;16:015204.

COPYRIGHTS

©2021 The author(s). This is an open access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution (CC BY 4.0), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, as long as the original authors and source are cited. No permission is required from the authors or the publishers.

**استناد به این مقاله**

لطفی‌پور، هدی السادات، سبحانی، حسن. (۱۴۰۳)، برهم‌نهی از حالت‌های همدوس در عبور از قیچی کوانتومی. *مجله علوم، مهندسی و فناوری هسته‌ای*، دوره ۴۵، شماره ۴، جلد ۱۱۰، زمستان ۱۴۰۳، ص ۱۰۶-۱۱۴. DOI: <https://doi.org/10.24200/nst.2024.1630>. Url: https://jonsat.nstri.ir/article_1630.html

