



توسعه روش ترکیب تقارن‌ها در محاسبه آهنگ گذار چهار قطبی الکتریکی زنجیره ایزوتوپی کادمیوم

هادی صبری^۱، علیرضا جباری^۱، مسعود صیدی^{۲*}

۱. دانشکده فیزیک، دانشگاه تبریز، صندوق پستی: ۵۱۶۶۴، تبریز - ایران
۲. دانشکده علوم پایه، دانشگاه ایلام، صندوق پستی: ۶۹۳۱۵-۵۱۶، ایلام - ایران

*Email: m.sayedi@ilam.ac.ir

مقاله پژوهشی

تاریخ دریافت مقاله: ۱۴۰۲/۱۱/۰۷ تاریخ بازنگری مقاله: ۱۴۰۳/۰۴/۰۸ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۳/۰۴/۳۰

چکیده

در این مقاله، در چارچوب مدل اندرکنش بوزونی از روش ترکیب حدهای تقارنی $U(5)$ و $SO(6)$ برای محاسبه آهنگ گذارهای چهارقطبی الکتریکی بین ترازهای مختلف در زنجیره ایزوتوپی کادمیوم ($Cd^{110-104}$) و در محدوده انرژی $E < 3 \text{ MeV}$ استفاده شده است. در این روش، تابع موج ترازهای مزاحم را به صورت ترکیبی از توابع موج در فضاهای N و $N+2$ بعدی در نظر گرفته شده و اثر عملگر گذار چهار قطبی الکتریکی بر روی آن‌ها تعیین شده است. ضرایب عملگر گذار از طریق برازش با مقادیر تجربی آهنگ‌های گذار چهار قطبی تعیین شده و نتایج حاصل از محاسبات نظری روش حد دینامیکی $U(5)$ و روش ترکیب تقارن‌ها، با هم مقایسه گردید. نتایج حاصل بیانگر پیش‌بینی دقیق‌تر روش ترکیب تقارن‌ها در تمام گذارهای انتخابی نسبت به روش حد دینامیکی $U(5)$ می‌باشد. در مقابل، پیش‌بینی حد دینامیکی $U(5)$ تنها در بررسی گذارهای بین ترازهای باند پایه و ترازهای با نیمه‌عمر طولانی موفق بوده و وجود زیر لایه بسته نوترونی در هسته Cd^{106} را تأیید می‌نماید. همچنین، برای آن دسته از گذارهای بین باندهای انرژی مختلف و گذارهای حاصل از ترازهای مزاحم، دقت پیش‌بینی‌های مدل ترکیب تقارن‌ها مشهود می‌باشد.

کلیدواژه‌ها: ترکیب تقارن‌ها، آهنگ گذار چهار قطبی الکتریکی، تراز مزاحم، مدل اندرکنش بوزونی

Extension of mixed of symmetries method in the calculation of electric quadrupole transition rate of Cadmium isotopic chain

H. Sabri¹, A.R. Jabbari¹, M. Sayedi^{2*}

1. Department of Physics, University of Tabriz, P.O.Box: 51664, Tabriz - Iran
2. Faculty of Basic Sciences, Ilam University, P.O.Box: 69315-516, Ilam - Iran

Research Article

Received: 27.01.2024, Revised: 28.06.2024, Accepted: 20.07.2024

Abstract

In this paper, the interacting boson model (IBM) is used to calculate electric quadrupole transition rates between different levels in the Cadmium isotopic chain ($^{110-104}\text{Cd}$) in the $E < 3 \text{ MeV}$ region. The method involves a combination of $U(5)$ and $SO(6)$ symmetry limits. Wave functions of various intruder levels are expressed as a combination of wave functions in two boson spaces (N and $N+2$), with the electric quadrupole transition operator determined by them. Effective charges of the transition operator are determined by comparing to experimental values of quadrupole transition rates. Theoretical predictions from two methods, using only the $U(5)$ dynamical limit and a mix of symmetries, are compared. Results indicate that the mixed symmetries method improves prediction accuracy for all transitions considered. The $U(5)$ dynamical limit is successful in analyzing quadrupole transitions between ground band levels and levels with longer half-lives, confirming the presence of a closed neutron sub-shell in the ^{106}Cd nucleus. The mixed symmetries prediction is more accurate for inter-band transitions and transitions originating from intruder states.

Keywords: Mixed of symmetries, Electric quadrupole transition rate, Intruder state, Interacting boson model (IBM)



۱. مقدمه

حالت‌های مختلف هسته‌های مورد مطالعه استفاده می‌شود. این کار امکان محاسبه دقیق مشاهده‌پذیرهای مختلف را فراهم ساخته و کارایی مدل را افزایش می‌دهد.

زنجیره ایزوتوپی کادمیوم به دلیل قرار گرفتن در نزدیکی لایه بسته پروتونی $Z=50$ و نیز ترکیب نیروهای جفت‌شدگی نوترونی در کنار اندرکنش‌های مولد جفت‌های ذره-حفره، نشانه‌های پدیده ترکیب تقارن‌ها را نمایش می‌دهند [۱۸-۳۴]. تغییرات مشاهده‌پذیرهایی همچون ترازهای انرژی، تغییرات سطح مقطع جذب نوترونی و غیره در قالب مدل‌های مختلف برای زنجیره ایزوتوپی کادمیوم بررسی شده و نشانه‌هایی از ترکیب تقارن‌های مختلف گزارش شده است. به دلیل نزدیکی این هسته‌ها به لایه بسته پروتونی از حد دینامیکی $U(5)$ برای توصیف ترازهای مختلف انرژی استفاده می‌شود. همچنین به دلیل عدم توانایی توصیف تمام ترازها و آهنگ گذارهای الکترومغناطیسی مختلف بین ترازهای عادی و مزاحم، استفاده از سهم تقارن‌های دیگر برای چنین هسته‌هایی پیشنهاد شده است.

در این مقاله زنجیره ایزوتوپی $Cd^{110-114}$ برای بررسی نشانه‌های پدیده ترکیب تقارن‌ها براساس تغییرات آهنگ‌های گذار چهارقطبی الکتریکی مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. بدین منظور، از مدل اندرکنش بوزونی در قالب جبر $U(6)$ و چارچوب مرکب از دو حد دینامیکی $U(5)$ و $O(6)$ استفاده می‌شود. در پایان پیش‌بینی‌های مدل با فرض تنها حد دینامیکی $U(5)$ و همچنین ترکیب تقارن‌ها برای مقادیر آهنگ گذار مقایسه می‌گردد. برای رهایی از اثرات ناشی از ناحیه انرژی‌های تشدید، تنها ترازهای انرژی در محدوده $E < 3 \text{ MeV}$ مورد بررسی قرار می‌گیرند.

۲. روش کار

آهنگ گذارهای الکترومغناطیسی هم به طور تجربی و هم در قالب مدل‌های مختلف هسته‌ای به طور گسترده‌ای مطالعه شده‌اند. در بررسی آهنگ گذارهای الکترومغناطیسی، معمولاً آهنگ گذار چهارقطبی الکتریکی بررسی می‌شود زیرا مقدار چشم‌داشتی عملگر چهارقطبی الکتریکی به نسبت بزرگ و از لحاظ تجربی به راحتی قابل اندازه‌گیری است و همچنین گذارهای چهارقطبی الکتریکی ناشی از تغییر شکل‌های هسته‌ها به دلیل تغییر چگالی توزیع بار الکتریکی آن‌ها صورت می‌گیرد. از طرفی به طور تجربی ثابت می‌شود، شعاع توزیع بار الکتریکی هسته تقریباً با شعاع توزیع جرم آن برابر است بنابراین گذارهای

جذابیت ساختار هسته‌های نزدیک به هسته‌های جادویی، مطالعات بسیاری را در سالیان اخیر به خود اختصاص داده است. اثرات ناشی از اندرکنش‌های جفت‌شدگی در هسته‌های کروی از یک سو و "اندرکنش‌های باقی‌مانده"^۱ ناشی از نوکلئون‌های بیرون لایه‌های بسته از سوی دیگر، منجر به شکل‌گیری ساختارهای متفاوتی نسبت به سایر هسته‌ها می‌شود [۱-۳]. الگوهای تکراری در مشاهده‌پذیرهای چنین هسته‌هایی - هر الگوی متفاوت، متناظر با تقارن خاصی می‌باشد- بارزترین ویژگی چنین ساختارهایی است که تحت عنوان پدیده "ترکیب تقارن‌ها"^۲ شناخته می‌شود. این پدیده کلی‌ترین حالت ممکن از ترکیب چند پیکربندی متفاوت کوانتمی در ساختار هسته است که پدیده‌هایی همچون "گذار فازی-شکلی کوانتمی"^۳ و همزیستی شکلی به عنوان زیرمجموعه‌ای از این فرایند شناخته می‌شوند. مشاهده ترازهای باندهای برانگیخته در بین ترازهای باند پایه موسوم به "ترازهای مزاحم"^۴، رایج‌ترین نشانه این پدیده می‌باشد که در چارچوب مدل‌های مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. تأثیر این پدیده بر ساختار هسته را می‌توان با ارزیابی و مطالعه مشاهده‌پذیرهای مختلف همچون تابع موج، ویژه مقادیر انرژی، آهنگ گذارهای الکترومغناطیسی و غیره ارزیابی نمود [۴-۱۴]. آهنگ گذار چهار قطبی الکتریکی در زنجیره ایزوتوپی کادمیوم به دلیل وجود اطلاعات تجربی قابل توجه برای آن، انتخاب مناسبی می‌باشد. همچنین وابستگی این کمیت به عملگر تعریف شده و توابع موج پیشنهادی در قالب مدل انتخابی، امکان بررسی توانایی مدل را ممکن می‌سازد [۲۱-۳].

پدیده ترکیب تقارن‌ها در هسته‌ها با استفاده از مدل‌های مختلفی مانند: مدل لایه‌ای (سهم هر تقارن در آن براساس یک اندرکنش خاص توصیف شده است) [۱، ۲]، "مدل تجمعی-هندسی بوهر-ماتلسون"^۵ (در آن از پتانسیل‌های مختلف متناظر با تقارن‌های متفاوت استفاده شده است) [۶، ۲۲، ۲۳] و مدل اندرکنش بوزونی [۱۶-۳۴]، بررسی شده است. "مدل اندرکنش بوزونی"^۶ به عنوان پرکاربردترین روش برای بررسی چنین پدیده‌هایی شناخته می‌شود. در این مدل از ترکیب حدهای تقارنی در قالب یک ساختار جبری، برای برچسب‌زنی

1. Residual Interaction
2. Mixed of Symmetries
- 3 Quantum Shape – Phase Transition
- 4 Intruder Levels
5. Bohr-Mottelson Geometric Collective Model
6. Interacting Boson Model (IBM)



معرفی می‌شوند. برای توصیف حالت‌های مختلف هر هسته براساس حد دینامیکی خاص، از مجموعه اعداد کوانتومی متناظر با گروه‌های تقارنی آن حد دینامیکی استفاده می‌شود. عملگر گذار چهار قطبی الکتریکی در مدل اندرکنش بوزونی به صورت زیر تعریف می‌شود [۸، ۷]:

$$\hat{T}_{\mu}^{(E2)} = a \left(\left[\hat{d}^{\dagger} \times \tilde{s} + \tilde{s}^{\dagger} \times \tilde{d} \right]_{\mu}^{(2)} + \beta \left[\hat{d}^{\dagger} \times \tilde{d} \right]_{\mu}^{(2)} \right) \quad (2)$$

در این رابطه، α ضریب بار مؤثر چهار قطبی و β یک ضریب بدون بعد می‌باشد. در رابطه ۲ عملگرهای خلق بوزونی $d^{\dagger}$ و $s^{\dagger}$ و عملگرهای فنا بوزونی $\tilde{d}$ و $\tilde{s}$ هستند. در محاسبه این کمیت، ابتدا ویژه حالات مختلف هسته انتخابی با استفاده از اعداد کوانتومی زنجیره تقارنی (و یا در مدل ترکیب تقارن‌ها، زنجیره‌های تقارنی دوگانه) برچسب خورده و سپس اثر عملگر گذار چهار قطبی الکتریکی، بر روی آن تعیین می‌شود. سپس این فرایند برای تمام گذارهای چهار قطبی الکتریکی که مقدار تجربی [۳۵-۳۸] آن‌ها معلوم می‌باشد تکرار شده و در نهایت با استفاده از برنامه متلب و فرایند برازش حداقل مربعات، ثابت‌های بار برای هسته‌های مختلف تعیین می‌شود. دلیل این انتخاب به رابطه خطی ثابت‌های بار در معادله ۲ با مقدار تجربی آهنگ گذارها و همچنین پایین‌تر بودن خطای نتایج این روش در مقایسه با سایر روش‌های برازش مربوط می‌باشد. ویژگی‌های ساختاری زنجیره ایزوتوپی کادمیوم از جمله نسبت ترازهای انرژی، $E(4_1^+)/E(2_1^+) \approx 2.25$ ، نسبت گذار چهار قطبی الکتریکی، $R_{4/2} = B(E2, 4_1^+ \rightarrow 2_1^+) / B(E2, 2_1^+ \rightarrow 0_1^+) \approx 2$ ، در کنار نتایج مطالعات صورت گرفته در منابع [۱۷-۲۰]، انطباق پیش‌بینی‌های حد دینامیکی $U(5)$ با داده‌های تجربی موجود برای ترازهای انرژی و آهنگ گذارهای چهار قطبی الکتریکی در این هسته‌ها را نشان می‌دهد. گروه‌های تقارنی زنجیره $U(5)$ در زیر داده شده است:

$$U(6) \supset U(5) \supset O(5) \supset SO(3)$$

مجموعه اعداد کوانتومی برای برچسب‌زنی حالات مختلف این زنجیره به صورت $|N, n_d, \nu, L\rangle$ می‌باشد. در این ویژه حالت، N معرف تعداد کل بوزون‌های هر هسته به صورت نصف تعداد نوکلئون‌های بیرون لایه بسته تعریف می‌شود و شامل دو نوع بوزون s و d می‌باشد. تعداد d بوزون‌ها را با n_d نشان می‌دهند. این عدد معرف عدد کوانتومی حد دینامیکی $U(5)$

الکتریکی خصوصاً گذار چهار قطبی الکتریکی بیانگر تغییر شکل هسته می‌باشد. آهنگ گذار چهار قطبی الکتریکی در واقع مقدار چشم‌داشتی عناصر ماتریسی عملگر گذار چهار قطبی الکتریکی می‌باشد و بزرگی آن بیانگر احتمال رخداد گذار و شدت آن می‌باشد. وابستگی این کمیت به عملگر گذار چند قطبی الکتریکی یا مغناطیسی و همچنین توابع موج حالت‌های مختلف سیستم، امکان ارزیابی توانایی مدل در مقایسه با اطلاعات تجربی را فراهم می‌سازد. رابطه آهنگ گذار 2^+ قطبی الکتریکی به صورت زیر می‌باشد [۸، ۷]:

$$B(E2; J_i \rightarrow J_f) = \frac{\left| \langle J_f, \xi | T(E2) | J_i, \xi \rangle \right|^2}{2J_i + 1} \quad (1)$$

در این رابطه، $B(E2; J_i \rightarrow J_f)$ ، آهنگ گذار 2^+ قطبی الکتریکی از تراز با تکانه زاویه‌ای J_i به تراز با تکانه زاویه‌ای J_f می‌باشد و نیز $T(E2)$ عملگر گذار 2^+ قطبی الکتریکی می‌باشد. دو نماد ξ و η سایر اعداد کوانتومی لازم برای برچسب‌زنی حالات می‌باشند. کمیتی که به عنوان مبنا برای گذار فاز یا مشخص کردن حدهای تقارنی استفاده می‌شود نسبت $B(E2)$ هر تراز به $B(E2)$ حالت پایه است که بهترین این نسبت‌ها که به خوبی حدهای تقارنی را نشان می‌دهد $R_{4/2}$ است. که در حد $U(5)$ و $O(6)$ مقدار آن به ترتیب حدود ۲ و ۱/۴ می‌باشد [۷].

۱.۲ مدل تک تقارنی

مدل اندرکنش بوزونی، پرکاربردترین مدل جبری برای بررسی ترازهای انرژی و همچنین نرخ گذارهای الکترومغناطیسی هسته‌ها در محدوده انرژی‌های پایین ($\leq 3 \text{ MeV}$) می‌باشد. این مدل در سال ۱۹۷۴ میلادی توسط یاکلو^۱ و آریما^۲ برای بررسی هسته‌های زوج-زوج معرفی گردید. این مدل تا امروز توسعه زیادی در جهت توصیف ویژگی‌های هسته‌های با تعداد پروتون (یا نوترون) فرد، اسپین‌های بالا و غیره یافته است. در ساده‌ترین شکل این مدل، IBM-۱، تمایزی بین پروتون و نوترون قائل نشده و ذرات بیرون لایه بسته، به صورت دو نوع بوزون با تکانه‌های زاویه‌ای ۰ و ۲، به ترتیب s و d بوزون، فرض می‌شوند. فضای جبری این مدل با در نظر گرفتن زیر فضای دو عملگر بوزونی، $U(6)$ می‌باشد. برای توصیف شکل‌های مختلف هسته‌ها، سه حد دینامیکی $U(5)$ ، $SU(3)$ و $SO(6)$ ، برای این مدل

1. Iachello
2. Arima



ترازهای مزاحم در ساختار هسته‌های مجاور لایه بسته، استفاده از ترکیب این دو تقارن برای تعیین انرژی این هسته‌ها توجیه می‌کند [۳۹-۴۴]. در ادامه، ما فرایند ترکیب تقارن‌ها را در تابع موج ترازهای مختلف مزاحم در نظر گرفته و نتایج این روش را با پیش‌بینی‌های تقارن دینامیکی ($U(5)$) مقایسه خواهیم کرد. لازم به ذکر است که هسته‌های انتخابی به همراه ترکیب تقارنی مورد استفاده در این پژوهش تاکنون در هیچ مقاله‌ای گزارش نشده است.

۲.۲ مدل ترکیب تقارن‌ها

وجود ترازهای مزاحم بین باندهای مختلف هسته‌ها، نشانه‌ای از ضعف مدل منطبق بر یک تقارن دینامیکی برای توصیف تمام ترازهای مشاهده شده در هسته‌های مختلف می‌باشد. فرایند انتقال نوکلئون‌ها به ترازهای بالاتر و ایجاد ترکیب‌های "چند ذره- چند حفره"، برای اولین بار در مدل لایه‌ای استفاده شده بود [۳۹-۴۴]. انتقال نوکلئون‌ها و نیز اضافه شدن اندرکنش‌های جدید در قالب مدل‌های دیگر نیز ارزیابی شده است. در مدل تجمعی بوهر - مائلسون، ترازهای برانگیخته با استفاده از پتانسیل‌های شعاعی و یا زاویه‌ای با درجات آزادی مختلف بررسی می‌شوند [۱۰-۱۲]. در این‌جا این پدیده به کمک ترکیب حداقل ۲ حد دینامیکی در چارچوب IBM-۱ بررسی می‌گردد. از مزایای روش ترکیب تقارن‌ها افزایش دقت پیش‌بینی‌های نظری و همچنین توصیف کامل طیف انرژی هسته‌ها می‌باشد. به‌علاوه از ترکیب تقارن‌ها می‌توان علاوه بر هامیلتونین، در توابع موج ترازهای مختلف نیز استفاده کرد و آهنگ گذارهای چهار قطبی الکتریکی را با استفاده از این توابع موج به‌دست آورد. برای ارزیابی چنین ترکیبی از تقارن‌های مختلف، فضای هیلبرت محاسباتی، با در نظر گرفتن نوکلئون‌های فعال هر هسته تعیین شده و نصف این تعداد، به عنوان فضای N بعدی (بوزونی) نامیده می‌شود. به‌دلیل عدم کفایت این فضا در توصیف کامل و دقیق تمام ترازهای انرژی و به‌خصوص ترازهای مزاحم، با انتقال یک بوزون به لایه خالی بالا، حفره‌ای در لایه بسته پایین ایجاد می‌شود، بنابراین بعد فضای بوزونی به $N+2$ بعد افزایش می‌یابد. در این شرایط تابع موج سیستم به‌صورت زیر می‌باشد:

$$|\psi^i\rangle = \kappa |\psi_N^i\rangle + \kappa' |\psi_{N+2}^i\rangle \quad (4)$$

که مقدار ثابت‌های وزنی κ و κ' در مقایسه با مقادیر تجربی تعیین می‌گردند. در ادامه، محاسبه آهنگ گذار چهار قطبی

است که از رابطه $n_d = N, N-1, \dots, 0$ پیروی می‌کند. همچنین v عدد کوانتومی زوجیت (ارشدیت) است که از روی الگوی $1, 0, \dots, 2, n_d, n_d$ تعیین می‌گردد. با توجه به الگوهای مختلف تقلیل‌پذیر^۲ بین دو حد $O(5)$ و $O(3)$ ، ابتدا با استفاده از ۲ عدد کوانتومی مازاد یعنی n_β و n_Δ - که به ترتیب معرف جفت بوزون‌ها و بوزون‌های سه‌گانه با تکانه زاویه‌ای کل صفر می‌باشند- رابطه بین این برچسب‌های کوانتومی عبارت است از:

$$n_d = 2n_\beta + 3n_\Delta + \lambda$$

همچنین تکانه زاویه‌ای کل هر تراز به‌صورت زیر تعیین می‌شود:

$$L = 2\lambda, 2\lambda - 2, 2\lambda - 3, \dots, \lambda + 1, \lambda.$$

نتایج ارایه شده در منابع مختلف از جمله [۳۹-۵۱]، موفقیت نسبی حد دینامیکی $U(5)$ را در توصیف ترازهای انرژی باند پایه و آهنگ گذارهای چهار قطبی الکتریکی بین این نوع ترازها (ترازهای عادی^۳) را نشان می‌دهد. در مقابل برای توصیف آن دسته از ترازهای مزاحم در چنین هسته‌هایی و البته گذارهای صورت گرفته بین آن‌ها، ضرورت استفاده ترکیبی از چند تقارن پیشنهاد می‌شود. با توجه به این‌که زنجیره تقارنی $O(6)$ به- صورت زیر است:

$$U(6) \supset O(6) \supset O(5) \supset SO(3)$$

بنابراین زیرگروه مشترک - گروه $O(5)$ - این زنجیره با زنجیره $U(5)$ ، انتخاب اول برای تقارن دینامیکی دوم و ترکیب با چارچوب اول برای آن دسته از هسته‌های نزدیک لایه بسته مشابه با زنجیره روتنیوم، این گروه می‌باشد. در این زنجیره تقارنی، ویژه حالات مختلف به‌صورت $|N, \sigma, v, L\rangle$ برچسب زده می‌شوند، که در آن N معرف تعداد کل بوزون‌ها و σ عدد کوانتومی گروه تقارنی $O(6)$ می‌باشد که به‌صورت $\sigma = N, N-2, \dots, 0$ تعریف می‌شود. همچنین عدد کوانتومی گروه تقارنی $O(5)$ ، به‌صورت $v = \sigma, \sigma-1, \dots, 0$ تعیین شده و مجدداً به دلیل غیر کامل بودن فرایند تقلیل‌پذیری به گروه تقارنی $SO(3)$ ، از رابطه $v = 3n_\Delta + \lambda$ مقادیر λ حاصل شده و اندازه حرکت ترازهای مختلف، در نهایت به کمک رابطه ۳ تعیین خواهند شد. مطالعات صورت گرفته در خصوص وجود

1. Seniority
2. Reducible
3. Normal States



جدول ۲- الف. آهنگ گذارهای چهار قطبی الکتریکی مختلف برای هسته ^{104}Cd حاصل از مدل IBM و استفاده از تنها حد دینامیکی $U(\Delta)$ در مقایسه با مقادیر تجربی. ثابت‌های عملگر گذار چهار قطبی الکتریکی $\alpha = 1/94 \text{ W.u.}$ و $\beta = -0.41$ می‌باشند. مقادیر آهنگ‌های گذار برحسب (W.u.) بیان شده و مقادیر نیمه‌عمر از منبع [۳۵] ذکر شده است

گذار	$(T_{1/2})_{\text{Exp}}$	$B(E2)_{\text{Exp}}$	$B(E2)_{\text{Th}}$	$\Delta E(\text{KeV})$
$2_1^+ \rightarrow 0_1^+$	57.7 min	25.0	30.6	658
$4_1^+ \rightarrow 2_1^+$	4.2 ps	<11.0	12.9	834
$6_1^+ \rightarrow 4_1^+$	4.2 ps	<8.9	10.6	878
$6_2^+ \rightarrow 4_2^+$	58 ps	23.0	-	321
$6_2^+ \rightarrow 4_1^+$	58 ps	0.34	0.41	943
$8_1^+ \rightarrow 6_1^+$	0.8 ns	0.07	0.09	468
$8_1^+ \rightarrow 6_2^+$	0.8 ns	0.53	0.65	533

جدول ۲- ب. آهنگ گذارهای چهار قطبی الکتریکی مختلف برای هسته ^{106}Cd حاصل از مدل IBM و استفاده از تنها حد دینامیکی $U(\Delta)$ در مقایسه با مقادیر تجربی [۳۶]. ثابت‌های عملگر گذار به ترتیب $\alpha = 1/58 \text{ W.u.}$ و $\beta = -0.31$ می‌باشند

گذار	$(T_{1/2})_{\text{Exp}}$	$B(E2)_{\text{Exp}}$	$B(E2)_{\text{Th}}$	$\Delta E(\text{KeV})$
$2_1^+ \rightarrow 0_1^+$	7.27 ps	25.0	31.3	632
$4_1^+ \rightarrow 2_1^+$	0.78 ps	<11.0	54.1	861
$2_2^+ \rightarrow 2_1^+$	0.31 ps	<8.9	13.6	1084
$2_2^+ \rightarrow 0_1^+$	0.31 ps	23.0	2.9	1716
$4_2^+ \rightarrow 4_1^+$	2 ps	>5.2	6.6	611
$4_2^+ \rightarrow 2_2^+$	2 ps	>42.0	-	388
$4_2^+ \rightarrow 2_1^+$	2 ps	>0.5	0.61	1472
$6_2^+ \rightarrow 4_2^+$	-	>0.36	0.44	399

الکتریکی تنها با استفاده از سهم تقارن $U(\Delta)$ در فضای N بعدی بوزونی انجام می‌شود. سپس برای افزایش دقت پیش‌بینی آهنگ گذارهای بین ترازهای مزاحم، فضای $N+2$ بعدی بوزونی را با برچسب‌زنی حالات در حد دینامیکی $O(6)$ به محاسبات اضافه می‌شود. در نهایت مقدار چشم‌داشتی عملگر گذار چهار قطبی الکتریکی برای گذارهای مختلف به کمک ترکیب تقارن‌ها تعیین می‌گردد.

۳. بحث و نتایج

در این مقاله، آهنگ گذار چهار قطبی الکتریکی بین ترازهای مختلف زنجیره ایزوتوپی کادمیوم محاسبه شده است. همچنین در این محاسبات گذارهای چهار قطبی الکتریکی به صورت خالص^۱ در نظر گرفته شده و سهم ترکیب احتمالی گذار دو قطبی مغناطیسی در محاسبات وارد نشده است.

انرژی تمامی ترازهای مورد بررسی در جدول ۱ ارائه شده است همچنین انرژی گذارها $\Delta E(\text{KeV})$ نیز در جدول‌های ۲- الف تا ۲- د گزارش شده است.

جدول ۱. انرژی ترازهای مورد بررسی ایزوتوپ‌های کادمیوم [۳۵-۳۸]

	^{104}Cd	^{106}Cd	^{108}Cd	^{110}Cd
تراز	E (KeV)	E (KeV)	E (KeV)	E (KeV)
0_1^+	0	0	0	0
2_1^+	658	632	632	657
4_1^+	1492	1493	1508	1542
6_1^+	2370	-	-	-
8_1^+	2903	-	-	-
2_2^+	-	1716	1601	1475
4_2^+	2114	2104	-	1809
6_2^+	2435	2503	-	-
2_3^+	-	-	-	1783
4_3^+	-	-	-	2220
2_4^+	-	-	-	2178
2_5^+	-	-	-	2287
2_6^+	-	-	2619	-
4_4^+	-	-	2738	-

1. Pure



مزایای IBM-۱ برای بررسی ویژگی‌های هسته‌های نزدیک به لایه بسته پروتونی (یا نوترونی) در ترکیب با تقارن‌ها در منابع مختلفی ارزیابی شده است [۳۴-۱۵، ۳۹-۵۲]. در این مقاله از جبر $U(6)$ و اعداد کوانتومی دو حد دینامیکی $U(5)$ و $O(6)$ برای برچسب‌زنی حالات و محاسبه مقدار چشم‌داشتی عملگر گذار چهار قطبی استفاده شده است. دلیل این انتخاب وجود نشانه‌هایی از ترکیب تقارن‌های متناظر با این حدود دینامیکی در زنجیره ایزوتوپی کادمیوم می‌باشد. مطالعات اخیر در خصوص زنجیره ایزوتوپی کادمیوم با استفاده از این روش و کارایی قابل توجه آن در توصیف ترازهای انرژی در مرجع [۵۰] گزارش شده است. همچنین در این مقاله ترازهای 4_1^+ و 6_1^+ در هسته ^{104}Cd ، ترازهای 2_1^+ ، 2_2^+ ، 4_1^+ ، 4_2^+ و 6_1^+ در هسته ^{106}Cd ، ترازهای 2_1^+ ، 2_2^+ ، 4_1^+ و 6_1^+ در هسته ^{108}Cd و در نهایت ترازهای 2_1^+ ، 2_2^+ ، 4_1^+ ، 4_2^+ و 6_1^+ در هسته ^{110}Cd را به عنوان

ترازهای مزاحم حد دینامیکی $U(5)$ معرفی شده‌اند.

سهم هر یک از جملات رابطه ۲ براساس عملگرهای خلق (فنا) بوزون‌ها حاصل می‌شود. سپس با استفاده از قضیه ویگنر-اکارت^۱ و ضرایب کلبش-گوردن^۲ مناسب، به ترتیب سهم اعداد کوانتومی L ، n_d و در نهایت $\nu_d(\nu_s)$ حذف می‌شود تا عملگرهای بوزونی بر روی اعداد کوانتومی مربوطه خود، $n_d(n_s)$ ، اثر نمایند. جمله اول این معادله تنها برای آن دسته از گذارها نتیجه غیرصفر دارد که قواعد گزینش بین حالت‌ها به صورت $\Delta n_d = 0$ ، $\Delta n_\Delta = 0$ ، $\Delta \nu = 2, 4$ و $\Delta n_d = 1$ برقرار باشد [۷-۸]. این قواعد بر پایه فرایند تقلیل از عدد کوانتومی n_d به L مطابق با الگوی زنجیره حاصل می‌گردد. به طور مشابه، برای غیر صفر شدن سهم جمله دوم معادله ۲، باید بین حالات موجود در طرفین شرط $\Delta n_\Delta = 1$ ، $\Delta \nu = 0$ or 1 و $\Delta n_d = 0$ برقرار باشد. حال برای محاسبه آهنگ گذار در قالب مدل اندرکنش بوزونی ابتدا ثابت‌های باری α و β را تعیین می‌کنیم. بدین منظور ابتدا بعد از جای‌گذاری ویژه مقادیر عملگر گذار و همچنین ضرایب کلبش - گوردن مربوط به هر تراز، معادله‌ای برحسب این متغیرها حاصل می‌شود که به کمک روش حداقل مربعات ثابت‌های باری برای هسته‌ها حاصل می‌گردد. نتایج برای هر هسته در توضیحات جدول‌های ۲-الف تا ۲-د ذکر شده است.

جدول ۲-ج. آهنگ گذارهای چهار قطبی الکتریکی مختلف برای هسته ^{108}Cd حاصل از مدل IBM و استفاده از تنها حد دینامیکی $U(5)$ در مقایسه با مقادیر تجربی [۳۷]. ثابت‌های عملگر گذار $\alpha = 1.77 \text{ W.u.}$ و $\beta = -0.37$ می‌باشند

گذار	$(T_{1/2})_{\text{Exp}}$	$B(E2)_{\text{Exp}}$	$B(E2)_{\text{Th}}$	$\Delta E(\text{KeV})$
$2_1^+ \rightarrow 0_1^+$	۶.۸۶ ps	۲۶.۶	۳۱.۲	۶۳۲
$4_1^+ \rightarrow 2_1^+$	۰.۸۸ ps	۴۱.۰	۵۰.۱	۸۷۶
$2_2^+ \rightarrow 2_1^+$	۰.۴۶ ps	۱۷.۰	۲۱.۲	۹۶۹
$2_2^+ \rightarrow 0_1^+$	۰.۴۶ ps	۱.۸	۲.۲۱	۱۶۰.۱
$2_6^+ \rightarrow 2_2^+$	۸۳ fs	۰.۰۰۳	۰.۰۰۴	۱۰۱۸
$2_6^+ \rightarrow 2_1^+$	۸۳ fs	۰.۱۸	۰.۲۵	۱۹۸۷
$2_6^+ \rightarrow 0_1^+$	۸۳ fs	۰.۰۳۲	۰.۰۵۴	۲۶۱۹
$4_4^+ \rightarrow 4_1^+$	۰.۳۷ fs	۰.۰۴	۰.۰۵	۱۲۳۰

جدول ۲-د. آهنگ گذارهای چهار قطبی الکتریکی مختلف برای هسته ^{110}Cd حاصل از مدل IBM و استفاده از تنها حد دینامیکی $U(5)$ در مقایسه با مقادیر تجربی [۳۸]. ثابت‌های عملگر گذار $\alpha = 1.83 \text{ W.u.}$ و $\beta = -0.29$ می‌باشند

گذار	$(T_{1/2})_{\text{Exp}}$	$B(E2)_{\text{Exp}}$	$B(E2)_{\text{Th}}$	$\Delta E(\text{KeV})$
$2_1^+ \rightarrow 0_1^+$	۵.۴۲ ps	۲۷	۳۱.۹	۶۵۷
$2_2^+ \rightarrow 2_1^+$	۰.۶۸ ps	۳۰	۳۷.۸	۸۱۸
$2_2^+ \rightarrow 0_1^+$	۰.۶۸ ps	۳۵	۴۳.۶	۱۴۷۵
$4_1^+ \rightarrow 2_1^+$	۰.۸ ps	۴۲	۵۰.۳	۸۸۵
$2_3^+ \rightarrow 2_1^+$	۰.۸ ps	۰.۷	۰.۸۸	۱۱۲۶
$2_4^+ \rightarrow 0_1^+$	۰.۲۹ ps	۰.۳۱	۰.۴۱	۲۱۷۸
$4_2^+ \rightarrow 4_1^+$	۰.۷ ps	۱۲	۱۴.۸	۲۶۷
$4_2^+ \rightarrow 2_2^+$	۰.۷ ps	۳۲.۰	-	۳۳۴
$4_2^+ \rightarrow 2_1^+$	۰.۷ ps	۰.۲	۰.۲۴	۱۱۵۲
$4_3^+ \rightarrow 2_3^+$	۰.۶ ps	۱۲۰	-	۴۳۷
$4_3^+ \rightarrow 4_1^+$	۰.۶ ps	۲.۶	۳.۳	۶۷۸
$4_3^+ \rightarrow 2_2^+$	۰.۶ ps	۲.۲	۲.۸	۷۴۵
$4_3^+ \rightarrow 2_1^+$	۰.۶ ps	۰.۲۲	۰.۲۹	۱۵۶۳
$2_5^+ \rightarrow 2_1^+$	۰.۲۹ ps	۰.۰۱۹	۰.۰۲۵	۱۶۳۰

1. Wigner-Eckart Theorem

2. Clebsch-Gordan Coefficients



از بین هسته‌های مورد بررسی مقدار $R_{\frac{1}{2}}$ هسته ^{106}Cd حدود $1/73$ می‌باشد که به نسبت هم به عدد ۲ نزدیک‌تر است و هم از مقدار سایر هسته‌ها بیشتر است، بنابراین می‌تواند نامزد تقارن $U(5)$ باشد.

با توجه به شکل ۱، کم‌ترین میزان انحراف معیار مدل اندرکنش بوزونی در حد دینامیکی $U(5)$ با رنگ آبی نمایش داده شده است. در این وضعیت میزان تغییر شکل به کم‌ترین مقدار خود رسیده است و تعداد نوترون‌ها نیز مساوی با عدد نیمه جادویی $N=58$ می‌باشد (یعنی هسته ^{106}Cd). این نتیجه پیش‌بینی‌های مدل اندرکنش بوزونی را تأیید می‌کند و حد دینامیکی $U(5)$ را برای مطالعه ترازهای عادی هسته‌های کروی پیشنهاد می‌دهد. همچنین محاسبات مدل اندرکنش بوزونی برای هسته ^{106}Cd در حد دینامیکی $U(5)$ وجود زیرلایه بسته^۲ در عدد نوترونی $N=58$ [۲۲] را تأیید می‌کند. این نتیجه برای اولین بار با محاسبه بر آهنگ‌های گذار چهار قطبی الکتریکی حاصل گردید. نتایج حاصل، توانایی پیش‌بینی مدل بوزون اندرکنشی را تنها با در نظر گرفتن سهم حد دینامیکی $U(5)$ در تابع موج ترازها برای هسته‌های نزدیک لایه بسته و ترازهای نیمه‌عمرهای طولانی را نشان می‌دهد. همچنین دقت بالاتر این مدل برای توصیف گذارهای داخل باند پایه نسبت به گذارهای بین باندی، کاربرد این روش را برای گذارهای صورت گرفته در قالب تنها یک نوع تقارن نشان می‌دهد.

علی‌رغم تمام موفقیت‌های این مدل، پیش‌بینی‌های آن برای هسته‌هایی با تعداد نوترون بیشتر، $^{108-110}\text{Cd}$ ، و همچنین ترازهای مزاحم برانگیخته بین ترازهای پایه چندان دقیق نیست. برای حل این مشکل استفاده از تحریک‌های چند ذره- چند حفره در مدل لایه‌ای پیشنهاد می‌شود که متناظر با بسط تابع موج ترازهای مزاحم در ۲ حد تقارنی $U(5)$ و $O(6)$ می‌باشد. با توجه به تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های زنجیره ایزوتوپی $^{104-110}\text{Cd}$ و زیرگروه مشترک $O(5)$ بین حدود تقارنی $U(5)$ و $O(6)$ ، تابع موج هر یک از ترازهای مزاحم به صورت ترکیبی از این دو حد دینامیکی و به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$|\psi_i\rangle = \kappa |\psi_{N=U(5)}\rangle + \kappa' |\psi_{N+2=O(6)}\rangle$$

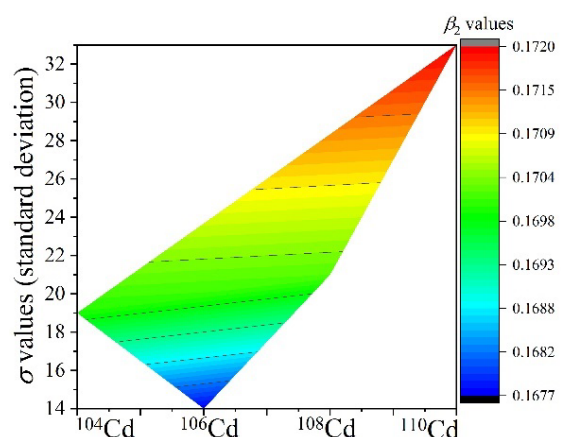
با جای گذاری این توابع موج در معادله ۱ و محاسبه آهنگ گذارهای چهار قطبی الکتریکی نرمالیزه شده به مقدار گذار $0_1^+ \rightarrow 0_1^+$ ، مقادیر ضرایب وزنی κ و κ' برای هر یک از ترازهای مزاحم در هسته‌های انتخابی تعیین شد که نتایج در جدول ۳ ارائه شده است.

نتایج حاصل، انطباق نسبی پیش‌بینی‌های مدل اندرکنش بوزونی با استفاده از تنها حد دینامیکی $U(5)$ در تابع موج ترازها و مقادیر تجربی متناظر را نشان می‌دهد. این تطابق برای گذارهای داخل باندی و به خصوص بین ترازهای باند پایه بیشتر بوده و حداکثر اختلاف بین نتایج نظری و مقادیر تجربی، ۲۰٪ می‌باشد. در مقابل برای گذارهای چهار قطبی الکتریکی بین باندی‌ها با انرژی‌های مختلف، اختلاف به بیش از ۳۰٪ نیز افزایش می‌یابد به نحوی که برای گذار $0_1^+ \rightarrow 2_6^+$ ، اختلاف بیش از ۷۰٪ می‌باشد. همچنین برای گذارهای چهار قطبی الکتریکی بین ترازهای مزاحم، گذار $2_4^+ \rightarrow 6_4^+$ در هسته ^{106}Cd و موارد مشابه در هسته‌های دیگر، به دلیل برجسب‌های کوانتومی این ترازها در قالب مدل $U(5)$ هم‌زمان دو شرط $\Delta n_d = 0$ و $\Delta v = 2, 4$ را تأمین می‌نمایند، بنابراین نتیجه صفر حاصل می‌شود.

برای بررسی میزان کارایی حد دینامیکی $U(5)$ در توصیف آهنگ گذارهای چهار قطبی الکتریکی گزارش شده برای هسته‌های انتخابی، انحراف معیار استاندارد^۱ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(B_i(E\gamma)_{Th} - B_i(E\gamma)_{Exp} \right)^2}$$

این شاخص معیاری از انطباق مقادیر تجربی با مقادیر نظری را نشان می‌دهد. انحراف معیار استاندارد برحسب پارامتر تغییر شکل چهار قطبی الکتریکی حالت پایه، β_2 ، برای زنجیره ایزوتوپی $^{104-110}\text{Cd}$ در شکل ۱ نمایش داده شده است.



شکل ۱. تغییرات انحراف معیار استاندارد σ ، برحسب عدد نوترونی و پارامتر تغییر شکل چهار قطبی الکتریکی.



جدول ۴- الف. مقادیر محاسبه شده با استفاده از روش ترکیب تقارن‌ها در قالب مدل اندرکنش بوزونی در مقایسه با مقادیر تجربی برای هسته ^{104}Cd . ثابت‌های عملگر گذار $\alpha = 1.65 \text{ W.u.}$ ، $\beta = -0.18$ می‌باشند. تمام آهنگ گذارهای چهار قطبی الکتریکی برحسب W.u. بیان شده‌اند

گذار	$(T_{1/2})_{\text{Exp}}$	$B(E2)_{\text{Exp}}$	$B(E2)_{\text{Th}}$
$2_1^+ \rightarrow 0_1^+$	57.7 min	25.0	27.8
$4_1^+ \rightarrow 2_1^+$	4.2 ps	< 1.0	12.1
$6_1^+ \rightarrow 4_1^+$	4.2 ps	< 0.9	10.3
$6_2^+ \rightarrow 4_2^+$	58 ps	23.0	26.6
$6_2^+ \rightarrow 4_1^+$	58 ps	0.34	0.37
$8_1^+ \rightarrow 6_2^+$	0.8 ns	0.07	0.08
$8_1^+ \rightarrow 6_1^+$	0.8 ns	0.53	0.61

جدول ۴- ب. مقادیر محاسبه شده با استفاده از روش ترکیب تقارن‌ها در قالب مدل اندرکنش بوزونی در مقایسه با مقادیر تجربی (برحسب W.u.) برای هسته ^{106}Cd . ثابت‌های عملگر گذار چهار قطبی به ترتیب $\alpha = 1.47 \text{ W.u.}$ ، $\beta = -0.09$ می‌باشند

گذار	$(T_{1/2})_{\text{Exp}}$	$B(E2)_{\text{Exp}}$	$B(E2)_{\text{Th}}$
$2_1^+ \rightarrow 0_1^+$	7.27 ps	25.0	29.9
$4_1^+ \rightarrow 2_1^+$	0.78 ps	< 1.0	51.8
$2_2^+ \rightarrow 2_1^+$	0.31 ps	< 0.9	12.3
$2_2^+ \rightarrow 0_1^+$	0.31 ps	23.0	2.7
$4_2^+ \rightarrow 4_1^+$	2 ps	> 5.2	6.1
$4_2^+ \rightarrow 2_2^+$	2 ps	> 42.0	47.4
$4_2^+ \rightarrow 2_1^+$	2 ps	> 0.5	0.57
$6_2^+ \rightarrow 4_2^+$	-	> 0.36	0.04

جدول ۴- ج. مقادیر محاسبه شده با استفاده از روش ترکیب تقارن‌ها در قالب مدل اندرکنش بوزونی در مقایسه با مقادیر تجربی (همگی برحسب W.u.) برای هسته ^{108}Cd . ثابت‌های عملگر گذار به ترتیب $\alpha = 1.73 \text{ W.u.}$ ، $\beta = -0.20$ می‌باشند

گذار	$(T_{1/2})_{\text{Exp}}$	$B(E2)_{\text{Exp}}$	$B(E2)_{\text{Th}}$
$2_1^+ \rightarrow 0_1^+$	6.86 ps	26.6	30.1
$4_1^+ \rightarrow 2_1^+$	0.88 ps	41.0	46.9
$2_2^+ \rightarrow 2_1^+$	0.46 ps	17.0	20.7
$2_2^+ \rightarrow 0_1^+$	0.46 ps	1.8	2.03
$2_6^+ \rightarrow 2_2^+$	83 fs	0.003	0.035
$2_6^+ \rightarrow 2_1^+$	83 fs	0.18	0.22
$2_6^+ \rightarrow 0_1^+$	83 fs	0.032	0.047
$4_4^+ \rightarrow 4_1^+$	0.37 fs	0.04	0.044

جدول ۳. ثابت‌های وزنی دو حد تقارنی $U(5)$ و $O(6)$ به ترتیب κ و κ' برای ترازهای مزاحم زنجیره ایزوتوپی $^{104-110}\text{Cd}$

هسته	تراز	κ	κ'
^{104}Cd	4_2^+	0.78	0.63
^{104}Cd	6_2^+	0.84	0.54
^{106}Cd	2_2^+	0.88	0.47
^{106}Cd	0_2^+	0.85	0.53
^{106}Cd	4_2^+	0.89	0.46
^{106}Cd	6_2^+	0.93	0.38
^{108}Cd	2_2^+	0.71	0.70
^{108}Cd	0_2^+	0.66	0.75
^{108}Cd	0_3^+	0.67	0.74
^{108}Cd	2_3^+	0.75	0.66
^{110}Cd	0_2^+	0.61	0.79
^{110}Cd	2_2^+	0.68	0.73
^{110}Cd	0_3^+	0.59	0.81
^{110}Cd	2_3^+	0.54	0.84

سهم بیشتر حد دینامیکی $U(5)$ در اغلب ترازها قابل مشاهده می‌باشد اما برای ترازهای برانگیخته هسته ^{110}Cd که بیشترین مقدار تغییر شکل چهارقطبی را در بین این هسته‌ها دارد، سهم حد دینامیکی $O(6)$ افزایش می‌یابد. آهنگ گذارهای چهار قطبی الکتریکی هسته‌های انتخابی با استفاده از این ضرایب وزنی در چارچوب روش ترکیب تقارن‌ها محاسبه می‌شود. نتایج در جدول‌های ۴- الف تا ۴- د به همراه نیمه‌عمرهای تجربی مربوط به هر گذار و برای هر هسته ذکر شده است.

مقایسه داده‌های جدول‌های ۲ با ۴، بیانگر دقت بیشتر روش ترکیب تقارن‌ها نسبت به روش حد دینامیکی $U(5)$ می‌باشد. همچنین توصیف بهتر گذارهای بین باندی در مقایسه با مدل تک تقارنی مشهود می‌باشد. مشابه با محاسبات قسمت قبل، افزایش نیمه‌عمر تراز، افزایش دقت محاسبات را به همراه دارد. این نتایج را می‌توان به عنوان معیاری برای انتخاب روش ترکیب تقارن‌ها در مطالعه هسته‌های نزدیک به لایه بسته در نظر گرفت.



نتایج این مطالعه می‌توان برای بررسی‌های مشابه در خصوص سایر زنجیره‌های ایزوتوپی در این محدوده جرمی و در راستای بررسی پدیده همزیستی شکلی استفاده نمود.

۴. نتیجه‌گیری

در این مقاله آهنگ گذارهای چهار قطبی الکتریکی بین ترازهای مختلف عادی و مزاحم زنجیره ایزوتوپی $^{110-114}\text{Cd}$ مورد بررسی قرار گرفت. مدل اندرکنش بوزونی در قالب بیان تابع موج تنها برحسب حد دینامیکی $U(5)$ و بیان تابع موج به‌صورت ترکیبی از دو حد دینامیکی $U(5)$ و $O(6)$ استفاده شد. نتایج حاصل مزیت‌های استفاده از مدل اندرکنش بوزونی را در شرایط ترکیب تقارن‌ها در مقایسه با محاسبات این مدل با فرض تنها یک نوع تقارن در این محدوده جرمی و برای این زنجیره ایزوتوپی نشان می‌دهد. همچنین مدل تک تقارنی منطبق بر حد دینامیکی $U(5)$ ، تنها برای گذارهای داخل باند پایه و همچنین ترازهایی با نیمه‌عمر طولانی نتایج دقیقی را پیشنهاد می‌دهد. همچنین انطباق بهتر پیش‌بینی‌های این حد تقارنی برای هسته ^{116}Cd ، ماهیت کروی و البته وجود زیر لایه بسته نوترونی $N=58$ را در این هسته تأیید می‌کند. از طرفی افزایش سهم تغییر شکل و خروج از حالت کروی به‌خصوص برای گذارهای بین باندی، کارایی مدل تک تقارنی را کاهش داده و لزوم استفاده از مدلی با توانایی ترکیب سهم تقارن‌های متفاوت را نشان می‌دهد. این بدان معناست که توانایی مدل اندرکنش بوزونی با استفاده از تنها حد $U(5)$ در تابع موج ترازها، برای هسته‌های کروی مطرح بوده و با افزایش تغییر شکل در هسته، کارایی این حد دینامیکی کاهش می‌یابد. در مقابل، کاهش اختلاف پیش‌بینی‌های نظری با استفاده از روش بیان تابع موج به‌صورت ترکیبی از دو حد تقارنی، کارایی این مدل را برای مطالعات دقیق در تمام گذارهای مورد مطالعه ناشی از ترازهای عادی و مزاحم نشان می‌دهد. همچنین افزایش قابل توجه دقت پیش‌بینی‌های نظری با استفاده از این ترکیب برای تابع موج‌ها در مورد گذارهای بین باندی را می‌توان به ضرورت استفاده از پیکربندی‌های متفاوت در برچسب‌زنی حالات در هسته‌ها نسبت داد که برای یک نتیجه‌گیری کلی، آهنگ گذارهای دو قطبی مغناطیسی در مطالعات بعدی مورد ارزیابی قرار خواهد گرفت. نتایج حاصل از این مطالعه را می‌توان برای بررسی ترکیب تقارن‌ها در هسته‌های نزدیک لایه بسته پروتونی $N=50$ استفاده نمود. پیش‌بینی می‌شود کارایی مدل تک تقارنی برای هسته‌های کروی بیشتر از سایر مدل‌ها باشد ولیکن با افزایش سهم تغییر

جدول ۴-د. مقادیر محاسبه شده با استفاده از روش ترکیب تقارن‌ها در قالب مدل اندرکنش بوزونی در مقایسه با مقادیر تجربی (برحسب W.u.) برای هسته ^{110}Cd . ثابت‌های عملگر گذار $\alpha = 1.84$ W.u.، $\beta = -0.28$ می‌باشند

گذار	$(T_{1/2})_{\text{Exp}}$	$B(E2)_{\text{Exp}}$	$B(E2)_{\text{Th}}$
$2_1^+ \rightarrow 0_1^+$	5.42 ps	27	30.4
$2_2^+ \rightarrow 2_1^+$	0.68 ps	30	35.3
$2_2^+ \rightarrow 0_1^+$	0.68 ps	35	40.3
$4_1^+ \rightarrow 2_1^+$	0.8 ps	42	48.4
$2_3^+ \rightarrow 2_1^+$	0.8 ps	0.7	0.82
$2_4^+ \rightarrow 0_1^+$	0.29 ps	0.31	0.37
$4_2^+ \rightarrow 4_1^+$	0.7 ps	12	13.9
$4_2^+ \rightarrow 2_2^+$	0.7 ps	32.0	26.5
$4_2^+ \rightarrow 2_1^+$	0.7 ps	0.2	0.23
$4_3^+ \rightarrow 2_2^+$	0.6 ps	120	133.8
$4_3^+ \rightarrow 4_1^+$	0.6 ps	2.6	3.14
$4_3^+ \rightarrow 2_1^+$	0.6 ps	2.2	2.64
$4_3^+ \rightarrow 2_3^+$	0.6 ps	0.22	0.27
$2_5^+ \rightarrow 2_1^+$	0.29 ps	0.19	0.22

ما در این مقاله، عملگر گذار چهار قطبی الکتریکی را به‌صورت ترکیبی از عملگرها در دو حد تقارنی $U(5)$ و $O(6)$ بررسی کردیم. بدین منظور و مشابه با مطالعات منطبق بر روش تقارن‌های دینامیکی جزئی^۱ [۵۰، ۵۲]، عملگر گذار به‌صورت زیر در نظر گرفته شد:

$$T(E2) = e_N^{(N)} \hat{Q}^{(N)} + e_{N+2}^{(N+2)} \hat{Q}^{(N+2)}$$

در این رابطه، $\hat{Q}$ عملگر چهارقطبی، $\hat{Q} = d^\dagger s + s^\dagger d$ ، برحسب عملگرهای خلق و نابودی بوزون‌های s و d می‌باشد. در این روش مقدار عدد کوانتمی بوزون d ، n_d برای ترازهای دارای اسپین متفاوت مشابه فرض شده و لذا سهم جمله $[d^\dagger \times \tilde{d}]$ از محاسبات حذف می‌شود. استفاده از این روش در محاسبات فعلی سبب افزایش انحراف معیار استاندارد در مقایسه با روش ترکیب تقارنی برای توابع موج گردید و لذا نتایج گزارش نشد. از

1. Partial Dynamical Symmetry (PDS)



14. Bengtsson T, Dudek J, Leander G, Nazarewicz W, Zhang J.Y. Shape coexistence and shape transitions in even-even Pt and Hg isotopes. *Physics Letters B*. 1987;183:1.
15. Lobach Y.N, Efimov A.D, Pasternak A.A. Lifetime and configuration mixing in ^{110}Cd . *Eur. Phys. J. A*. 1999;6:131.
16. Heyde K, Coster C.D, Wood J.L, Jolie J. Proton 2p-2h intruder excitations and the modified vibrational intensity and selection rules. *Phys. Rev. C*. 1992;46:2113.
17. Julin R, Helariutta K, Muikku M. Intruder states in very neutron-deficient Hg, Pb and Po nuclei. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*. 2001;27:R109.
18. Heyde K, Jolie J, Lehmann H, De Coster C, Wood J.L. Coexistence in even-even Cd nuclei: global structure and local perturbations. *Nucl. Phys. A*. 1995;586:1.
19. Wood J.L, Heyde K. A focus on shape coexistence in nuclei. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*. 2016;43:020402.
20. DeCoster C, Heyde K, Decroix B, Van Isacker P, Jolie J, Lehmann H, Wood J.L. Particle-hole excitations in the interacting boson model (I) General structure and symmetries. *Nucl. Phys. A*. 1996;600:251.
21. Heyde K, Jolie J, Fossion R, Baerdemacker S.De, Hellemans V. Phase transitions versus shape coexistence. *Phys. Rev. C*. 2004;69:054304.
22. Seidi M, Sabri H, Gholami R. Solution of Bohr Hamiltonian in the Z(5) critical point by using Morse potential for 190Hg nucleus. *Journal of Nuclear Science and Technology*. 2022;43(2):61-70 [In Persian].
23. Ghapanvari M, Sayedi M. Experimental observables of shape phase transition from vibrational to Gamma-unstable in the odd and even nuclei in the odd and even nuclei. *Journal of Nuclear Science and Technology*. 2022;43(4):17-27 [In Persian].
24. Garrett P.E, Green K.L. Breaking of vibrational motion in the isotopes $^{110-116}\text{Cd}$. *Phys. Rev. C*. 2008;78:044307.
25. Garrett P.E, Rodríguez T.R, Varela A.D, Green K.L, Bangay J, Finlay A, Yates S.W. Multiple Shape Coexistence in $^{110-112}\text{Cd}$. *Physical review letters*. 2019;123(14):142502.
26. Garrett P.E, Rodríguez T.R, Diaz Varela A, Green K.L, Bangay J, Finlay A, Yates S.W. Shape coexistence and multiparticle-multihole structure in $^{110-112}\text{Cd}$. *Physical Review. C*. 2020;101(4):044302.
27. Garrett P.E. Shape coexistence at low spin in the Z=50 region and its spectroscopic signatures. *Journal of Physics G, Nuclear and Particle Physics*. 2016;43:084002.
28. Garrett P.E, Wood J.L, Yates S.W. Critical insights into nuclear collectivity from complementary nuclear spectroscopic methods. *Physica Scripta*. 2018;93:063001.

شکل، نتایج مدل اندرکنش بوزونی شامل ترکیب تقارن‌ها انطباق بهتری با مقادیر تجربی نشان خواهد داد که ما در مطالعات بعدی به آن خواهیم پرداخت. تقارن دینامیکی $\text{SU}(3)$ در این زنجیره هیچ نقشی ندارد چرا که شواهد تجربی نشان می‌دهد گذار در این زنجیره بین دو حد $\text{U}(5)$ و $\text{SO}(6)$ رخ می‌دهد [۵۳] بنابراین سهم $\text{SU}(3)$ در تابع موج صفر است.

تشکر و قدردانی

این مطالعه تحت حمایت مالی دانشگاه ایلام و مدیریت امور پژوهشی معاونت فناوری دانشگاه تبریز انجام گردید.

مراجع

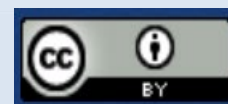
1. Sambataro M. A study of Cd and Te isotopes in the interacting boson approximation. *Nucl. Phys. A*. 1993;380:365.
2. Duval P.D, Barrett B.R. Configuration mixing in the interacting boson model. *Physics Letter B*. 1981;100:223.
3. Meyer R.A, Peker L. Evidence for the coexistence of shape in even-mass Cd nuclei. *Z. Phys. A*. 1977;283:379.
4. Heyde K, Van Isacker P, Waroquier M, Wenes G. Description of the low-lying levels in $^{112,114}\text{Cd}$. *Phys. Rev. C*. 1982;25:3160.
5. Heyde K, Wood J.L. Shape coexistence in atomic nuclei. *Rev. Mod. Phys*. 2011;83:1467.
6. Bohr A.N, Mottelson B.R. Collective and individual aspects of nuclear structures. *Mat. Fys. Medd*. 1953;27:1.
7. Iachello F, Armira A. The Interaction Boson Model. *Cambridge University Press, Cambridge, England*. 1987.
8. Elliott J.P. The interacting boson model of nuclear structure. *Rep. Prog. Phys. G*. 1985;48:171.
9. Elliott J.P. Collective Motion in the Nuclear Shell Model. I. Classification Scheme for States of Mixed Configuration. *Proc. Roy. Soc. Lond. Ser. A*. 1958;245:128.
10. Lehmann H, Garrett P.E, Jolie J, McGrath C.A, Yeh M, Yates S.W. On the nature of three-phonon excitations in ^{112}Cd . *Physics Letters. B*. 1996;387:259.
11. Deleze M, Drissi S, Jolie J, Kern J, Vorlet J.P. Systematic study of mixed ground-state and intruder bands in $^{110, 112, 114}\text{Cd}$. *Nucl. Phys. A*. 1993;554:1.
12. Rowe D.J. Phase transitions and quasi-dynamical symmetry in nuclear collective models: I. The $\text{U}(5)$ to $\text{O}(6)$ phase transition in the IBM. *Nucl. Phys. A*. 2004;745:47.
13. Kern J, Garrett P.E, Jolie J, Lehmann H. Search for nuclei exhibiting the $\text{U}(5)$ dynamical symmetry. *Nucl. Phys. A*. 1995;593:21.



29. Garrett P.E, Green K.L, Lehmann H, Jolie J, McGrath C.A, Yeh M, Yates S.W. Properties of ^{112}Cd from the $(n,n'\gamma)$ reaction: Lifetimes and transition rates. *Phys. Rev. C*. 2007;75:054310.
30. Nomura K, Rodríguez-Guzmán R, Robledo L.M. Shape evolution and the role of intruder configurations in Hg isotopes within the interacting boson model based on a Gogny energy density functional. *Phys. Rev. C*. 2013;87:064313.
31. Garrett P.E, Bangay J, Diaz Varela A, Ball G.C, Cross D.S, Demand G.A, Finlay P, Garnsworthy A.B, Green K.L. Detailed spectroscopy of ^{110}Cd : Evidence for weak mixing and the emergence of γ -soft behavior. *Phys. Rev. C*. 2012;86:044304.
32. Lehmann H, Jolie J. The U(5)-O(6) model: an analytical approach to shape coexistence. *Nucl. Phys. A*. 1995;588:623.
33. Jolie J, Lehmann H. On the influence of the O(5) symmetry on shape coexistence in atomic nuclei. *Physics Letters B*. 1995;342:1.
34. Fortune H.T. Coexistence and configuration mixing in ^{112}Cd . *Nucl. Phys. A*. 2021;1014:122233.
35. Blachot J. Nuclear Data Sheets for A = 104. *Nuclear Data Sheets*. 2007;108:2035.
36. Frenne D.De, Negret A. Nuclear Data Sheets for A = 106. *Nuclear Data Sheets*. 2007;109:943.
37. Blachot J. Nuclear Data Sheets for A = 108. *Nuclear Data Sheets*. 2000;91:135.
38. G~urdal G, Kondev F.G. Nuclear Data Sheets for A = 110. *Nuclear Data Sheets*. 2011;113:1315.
39. Lehmann H, Jolie J, Coster C.De, Decroix B, Heyde K. Particle-hole excitations in the interacting boson model (II): The U(5)-O(6) coupling. *Nuclear Physics A*. 1997;621:767.
40. Coster C.De, Decroix B, Heyde K, Wood J.L, Jolie J, Lehmann H. Particle-hole excitations in the interacting boson model (III): The O(6)-SU(3) coupling. *Nucl. Phys. A*. 1997;621:802.
41. Coster C.De, Decroix B, Heyde K, Jolie J, Lehmann H, Wood J.L. Particle-hole excitations in the interacting boson model (IV). The U(5)-SU(3) coupling. *Nucl. Phys. A*. 1999;651:31.
42. Pan F, Li D, Cheng G, Qiao Z, Bai J, Draayer J.P. Exactly solvable configuration mixing scheme in the vibrational limit of the interacting boson model. *Phys. Rev. C*. 2018;97:034316.
43. Pan F, Yuan S, Qiao Z, Bai J, Zhang Y, Draayer J.P. γ -soft rotor with configuration mixing in the O(6) limit of the interacting boson model. *Phys. Rev. C*. 2018;97:034326.
44. Dai L, Pan F, Feng Z, Zhang Y, Cui S, Draayer J.P. Exact solution of U(5)-O(6) transitional description in interacting boson model with two-particle and two-hole configuration mixing. *Chinese Physics C*. 2020;44:064102R.
45. Hosseinneshad A, Majarshin A.J, Luo Y.A, Ahmadian D, Sabri H. Deformation in $^{92-128}\text{Pd}$ isotopic chain. *Nucl. Phys. A*. 2022;1028:122523.
46. Corminboeuf F, Brown T.B, Genilloud L, Hannant C.D, Jolie J, Kern J, Warr N, Yates S.W. Characterization of Three-Phonon States in ^{110}Cd . *Phys. Rev. Lett*. 2000;84:4060.
47. Garrett P.E, Lehmann H, McGrath C.A, Yeh M, Yates S.W. First observation of mixed-symmetry states in a good U(5) nucleus. *Phys. Rev. C*. 1996;54:2259.
48. Sabri H, Jahangiri Z, Mohammadi M.A. Investigation of shape coexistence in $^{118-128}\text{Te}$ isotopes. *Nucl. Phys. A*. 2016;946:28.
49. Leviatan A, Gavrielov N, García-Ramos J.E, Van Isacker P. Quadrupole phonon in cadmium isotopes. *Phys. Rev. C*. 2018;98:031302.
50. Leviatan A, Gavrielov N, Garcia-Ramos J.E, Van Isacker P. Partial dynamical symmetry and the vibrational structure of Cd isotopes. *EPJ Web of Conferences*. 2018;178:05003.
51. Leviatan A, Shapira D. Algebraic benchmark for prolate-oblate coexistence in nuclei. *Phys. Rev. C*. 2016;93:051302.
52. Rastgar M, Sabri H, Ezzati A.O. Combination of SU(1,1)-transitional Hamiltonian and O(6) Casimir operator for description of intruder states in ^{112}Cd nucleus. *Int. J. Mod. Phys. E*. 2023;32:2350034.
53. Cejnar P, Jolie J, Casten R.F. Quantum phase transitions in the shapes of atomic nuclei. *Reviews of Modern Physics*. 2010;82(3):2155-212.

COPYRIGHTS

©2021 The author(s). This is an open access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution (CC BY 4.0), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, as long as the original authors and source are cited. No permission is required from the authors or the publishers.



استناد به این مقاله

صبری، هادی، جباری، علیرضا، صیدی، مسعود. (۱۴۰۴)، توسعه روش ترکیب تقارن‌ها در محاسبه آهنگ گذار چهار قطبی الکتریکی زنجیره ایزوتوپی کادمیوم. مجله علوم، مهندسی و فناوری هسته‌ای، ۱۱۲(۲)، ۶۸-۷۸. DOI: <https://doi.org/10.24200/nst.2024.1521.1991> . URL: https://jonsat.nstri.ir/article_1664.html

