



محاسبه پارامتر چگالی تراز و چگالی تراز هسته‌ای برای هسته‌های $^{160-162}\text{Dy}$ با استفاده از مدل BCS

خسرو بنام*

گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه شهرکرد، صندوق پستی: ۱۱۵، شهرکرد - ایران

*Email: kh.benam@sku.ac.ir

مقاله پژوهشی

تاریخ دریافت مقاله: ۱۴۰۳/۰۱/۲۱ تاریخ بازنگری مقاله: ۱۴۰۳/۰۶/۱۷ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۳/۰۷/۰۸

چکیده

بررسی ساختار هسته با در نظر گرفتن خاصیت زوجیت بین نوکلئون‌ها، نقش مهم و تأثیرگذاری در محاسبه کمیت‌های ترمودینامیکی هسته دارد. در این کار با استفاده از مدل BCS و در نظر گرفتن خاصیت زوجیت، خواص ترمودینامیکی هسته مطالعه شده است. نماینده زوجیت در این مدل، پارامتر گاف می‌باشد. با محاسبه پارامتر گاف در دماهای مختلف، انرژی برانگیختگی، پارامتر چگالی تراز وابسته به دما و چگالی تراز هسته‌ای با استفاده از مدل BCS به دست آمده است. در ادامه با استفاده از پارامتر چگالی تراز وابسته به دما، چگالی تراز هسته‌ای براساس مدل BSFG حساب شده است. در انتها، نتایج چگالی تراز هسته‌ای محاسبه شده با استفاده از روش‌های مذکور، با یکدیگر و سپس با داده‌های تجربی مقایسه شده است.

کلیدواژه‌ها: چگالی تراز هسته‌ای، پارامتر چگالی تراز وابسته به دما، اثر زوجیت، مدل BCS، مدل BSFG

Calculation of the level density parameter and nuclear level density for $^{160-162}\text{Dy}$ nuclei using the BCS model

Kh. Benam*

Department of Physics, Faculty of Basic Sciences, Shahrekord University, P.O. Box: 115, Shahrekord - Iran

Research Article

Received: 09.04.2024,

Revised: 07.09.2024,

Accepted: 29.09.2024

Abstract

Studying the structure of the nucleus through the consideration of pairing correlation between nucleons plays a crucial role in determining the thermodynamic properties of the nucleus. In this study, we examined the thermodynamic characteristics of the nucleus using the BCS model, which incorporates pairing correlation. The gap parameter serves as the symbol of pairing correlation in this model. By calculating the gap parameter at various temperatures using the BCS model, we were able to determine the excitation energy, temperature-dependent level density parameter, and nuclear level density. Additionally, we calculated the nuclear level density using the BSFG model and the temperature-dependent level density parameter. Finally, we compared the results of the nuclear level density obtained through these methods with each other and experimental data.

Keywords: Nuclear level density, Temperature-dependent level density parameter, Pairing correlation, BCS model, BSFG model



۱. مقدمه

یکی از روش‌های مهم و کاربردی برای بررسی خواص هسته، توصیف ترمودینامیکی هسته می‌باشد. چون هسته یک سیستم آماری-کوانتومی است، برای توصیف آن باید از مدل‌هایی استفاده شود که این ویژگی مهم را در نظر بگیرند. مدل‌های زیادی از قبیل GL^3 ، LN^4 ، RPA^2 ، SPA^1 و BCS^5 برای توصیف ترمودینامیکی هسته استفاده شده است [۸-۱]. اساس کار همه مدل‌های مذکور، براساس محاسبه هامیلتونی زوجیت می‌باشد. در این مدل‌ها، هامیلتونی زوجیت با در نظر گرفتن خاصیت زوجیت بین نوکلئون‌ها و همچنین در نظر گرفتن اصول کوانتومی، محاسبه می‌شود. در این کار تحقیقاتی، از مدل میکروسکوپی BCS برای توصیف ترمودینامیکی هسته استفاده شده است [۹-۱۵]. در این مدل، هسته به صورت دو سیستم جداگانه نوترونی و پروتونی بدون برهم‌کنش در نظر گرفته می‌شود. برای هر نوع از نوکلئون‌ها (نوترون‌ها و پروتون‌ها)، کمیت‌های ترمودینامیکی هسته جداگانه حساب می‌شوند و سپس با استفاده از خاصیت جمعی بین نوکلئون‌ها، کمیت‌های ترمودینامیکی هسته از مجموع سهم سیستم نوترونی و پروتونی برای کل هسته محاسبه می‌شوند. در این مدل، ابتدا با در نظر گرفتن خاصیت زوجیت بین نوکلئون‌ها، هامیلتونی زوجیت به دست می‌آید و سپس با استفاده از آن، تابع پارش بزرگ محاسبه می‌شود. با استفاده از تابع پارش بزرگ، کمیت‌های ترمودینامیکی هسته حساب می‌شوند. نماینده اثر زوجیت در مدل BCS، پارامتر گاف^۶ است. محتمل‌ترین مقدار پارامتر گاف در هر دمایی، با استفاده از معادله گاف به دست می‌آید. پارامتر گاف در دمای پایین تأثیر زیادی بر روی خواص ترمودینامیکی هسته دارد اما با افزایش دما مقدار آن به صورت تدریجی کاهش می‌یابد تا این‌که در دمایی به نام دمای بحرانی مقدار آن صفر می‌شود. صفر شدن پارامتر گاف در دمای بحرانی باعث ایجاد تغییر فاز در نمودار کمیت‌های ترمودینامیکی هسته می‌شود. همچنین این موضوع سبب ایجاد ناپیوستگی و ظهور نقاط تکین و غیرواقعی در نمودار ظرفیت گرمایی می‌شود در حالی که ظرفیت گرمایی تجربی وجود این نقاط تکین و غیرواقعی را تأیید نمی‌کنند. از طرف دیگر، صفر شدن پارامتر گاف در دمای بحرانی باعث می‌شود که اثر زوجیت بین نوکلئون‌های هسته بعد

از دمای بحرانی در نظر گرفته نشود. این موضوع یکی از نقاط ضعف مدل BCS است. در این کار با استفاده از مدل BCS و در نظر گرفتن اثر زوجیت بین نوکلئون‌ها، با محاسبه پارامتر گاف و پتانسیل زوجیت در دماهای مختلف، کمیت‌های ترمودینامیکی هسته از قبیل انرژی برانگیختگی و چگالی تراز هسته‌ای^۷ محاسبه شده است. چگالی تراز هسته‌ای یک کمیت مؤثر در محاسبات هسته‌ای می‌باشد. این کمیت در بسیاری از زمینه‌ها از قبیل فیزیک هسته‌ای، فیزیک نجوم و محاسبات راکتور نقش اساسی دارد. چگالی تراز هسته‌ای در تحلیل آماری محاسبات مدل‌های هسته‌ای، برهم‌کنش‌های هسته‌ای، محاسبه سطح مقطع‌ها و آهنگ واپاشی هسته‌ها نقش مؤثری دارد. با توجه به اهمیت این کمیت، در ادامه این پژوهش، چگالی تراز هسته‌ای با استفاده از پارامتر چگالی تراز هسته‌ای^۸ وابسته به دما هم محاسبه شده است. یکی از مدل‌های آماری-کوانتومی دیگر برای محاسبه چگالی تراز هسته‌ای، مدل گاز فرمی ساد^۹ FGM می‌باشد [۱۶]. در این مدل شبیه مدل BCS، هسته به صورت دو سیستم فرمیونی بدون برهم‌کنش در نظر گرفته می‌شود و برای هر نوع از فرمیون‌ها، کمیت‌های ترمودینامیکی جداگانه محاسبه می‌شوند و سپس با استفاده از خاصیت جمعی نوکلئون‌ها، کمیت‌های ترمودینامیکی برای کل هسته به دست می‌آیند. با انجام برخی اصلاحات در این مدل، مدل جامع‌تر و پیشرفته‌تر^{۱۰} BSFG ابداع شده است [۱۷]. در این مدل، چگالی تراز هسته‌ای به صورت تابعی از انرژی برانگیختگی و پارامتر چگالی تراز هسته‌ای به دست می‌آید. پارامتر چگالی تراز هسته‌ای از روش‌های مختلفی محاسبه می‌شود. یکی از این روش‌ها، استفاده از چگالی تراز تک‌ذره‌ای^{۱۱} می‌باشد. در این روش، چگالی تراز تک‌ذره‌ای با استفاده از تقریب توماس فرمی [۱۸] یا پتانسیل تک‌ذره‌ای و در نظر گرفتن تقریب جرم مؤثر پراکاش [۱۹] به دست می‌آید و سپس با استفاده از آن، پارامتر چگالی تراز هسته‌ای محاسبه می‌شود. برخی منابع پارامتر چگالی تراز هسته‌ای را به صورت یک تابع ثابت از عدد جرمی هسته و مستقل از دما در نظر گرفته‌اند [۲۰]. مطالعات اخیر نشان داده است پارامتر چگالی تراز هسته‌ای رفتاری وابسته به دما دارد [۲۱-۲۸]. اشلو و لستونه از جمله کسانی هستند که پارامتر چگالی تراز هسته‌ای را به صورت تابعی از دما با

7. Nuclear Level Density

8. Nuclear Level Density Parameter

9. Fermi Gas Model

10. Back Shifted Fermi Gas Model

11. Single Particle Level Density Parameter

1. Statistical Path Approximation

2. Random Phase Approximation

3. Ginzburg-Landau

4. Lipkin-Nogami

5. Barden-Cooper-Schrieffer

6. Gap Parameter



محاسبه محتمل‌ترین مقدار پارامتر گاف، پتانسیل بزرگ سیستم نسبت به پارامتر گاف وردش داده می‌شود و معادله گاف به صورت زیر به دست می‌آید.

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \Delta} = 0 \Rightarrow \sum_{k>0} \frac{1}{E_k} \tanh\left(\frac{1}{2} \beta E_k\right) = \frac{2}{G} \quad (2)$$

تعداد ذرات N ، برای یک نوع از ذرات به صورت زیر محاسبه می‌شود $(\alpha = \beta\lambda)$.

$$N = \frac{\partial \Omega}{\partial \alpha} = \sum_{k>0} \left[1 - \frac{\varepsilon_k - \lambda}{E_k} \tanh\left(\frac{1}{2} \beta E_k\right) \right] \quad (3)$$

انرژی برای یک نوع از ذرات با استفاده از مشتق تابع پتانسیل بزرگ به دست می‌آید.

$$E = -\frac{\partial \Omega(\alpha, \beta)}{\partial \beta} = \sum_{k>0} \varepsilon_k \left(1 - \frac{\varepsilon_k - \lambda}{E_k} \tanh\left(\frac{1}{2} \beta E_k\right) \right) - \frac{\Delta^2}{G} \quad (4)$$

انرژی کل E_t از مجموع انرژی نوترونی E_n و پروتونی E_p به دست می‌آید. همچنین انرژی برانگیختگی E_X از اختلاف انرژی کل $E_t(T)$ در دمای T و دمای صفر $E_t(0)$ محاسبه می‌شود.

$$E_t = E_n + E_p \quad (5)$$

$$E_X = E_t(T) - E_t(0)$$

در چارچوب مکانیک آماری، چگالی حالت کل $\omega(N, Z, E_X)$ تبدیل لاپلاس معکوس تابع پارش بزرگ می‌باشد و به صورت زیر حساب می‌شود [۹-۱۱].

$$\omega(N, Z, E_X) = \frac{1}{(2\pi i)^r} \int_{-i\infty}^{+i\infty} d\alpha_n \times \int_{-i\infty}^{+i\infty} d\alpha_p \int_{-i\infty}^{+i\infty} d\beta \mathbb{Z}(\alpha_n, \alpha_p, \beta) \times \exp(-\alpha_n N - \alpha_p Z + \beta E_X) \quad (6)$$

اندیس n و p به ترتیب مربوط به نوترون‌ها و پروتون‌ها هستند. انتگرال فوق ابتدا برای یک نوع از ذرات (نوترون‌ها یا پروتون‌ها) محاسبه می‌شود و سپس با استفاده از خاصیت جمعی، برای کل

تقریب‌های مختلفی محاسبه کرده‌اند [۲۱-۲۴]. در اکثر این روش‌ها، اثر زوجیت بین نوکلئون‌های هسته در نظر گرفته نشده است یا هم به صورت یک تابع ثابت مستقل از دما در نظر گرفته شده است. در این پژوهش، پارامتر چگالی تراز هسته‌ای وابسته به دما بر پایه رابطه بین انرژی و پارامتر چگالی تراز اشلمو، با استفاده از مدل BCS محاسبه شده است [۲۱-۲۴]. برتری این روش نسبت به سایر روش‌ها این است که خاصیت زوجیت وابسته به دما از همان ابتدا در روابط مدل BCS در نظر گرفته شده است. با استفاده از پارامتر چگالی تراز هسته‌ای وابسته به دما که به وسیله مدل BCS محاسبه شده است، چگالی تراز هسته‌ای براساس مدل BSFG حساب شده است [۲۱-۲۸]. همچنین در ادامه کار، پارامتر چگالی تراز هسته‌ای براساس روش ایگناتیوک و با استفاده از انرژی برانگیختگی مدل BCS محاسبه شده است [۲۸، ۲۹]. در پایان، چگالی تراز هسته‌ای محاسبه شده با استفاده از مدل BCS و پارامتر چگالی تراز وابسته به دما با هم مقایسه و سپس با داده‌های تجربی مقایسه شده است.

در قسمت دوم این کار، به محاسبه روابط تئوری کمیت‌های ترمودینامیکی محاسبه شده با مدل‌های مذکور پرداخته شده است. در قسمت سوم، نتایج محاسبات عددی برای هسته‌های $^{160-162}\text{Dy}$ آورده شده است و همچنین در قسمت‌های بعدی، نتیجه‌گیری و فهرست مراجع ارائه شده است.

۲. محاسبه روابط کمیت‌های ترمودینامیکی هسته

روابط مدل BCS در مراجع زیادی مورد بحث و بررسی قرار گرفته شده است [۹-۱۵]. در اینجا به طور خلاصه روابط مورد نیاز آورده می‌شوند. در این مدل، ابتدا با در نظر گرفتن اثر زوجیت بین نوکلئون‌های هسته، هامیلتونی زوجیت محاسبه می‌شود و سپس با استفاده از آن، تابع پارش بزرگ $\mathbb{Z}(\alpha, \beta)$ به دست می‌آید و سپس با استفاده از تابع پارش بزرگ، تابع پتانسیل بزرگ Ω به صورت زیر حساب می‌شود.

$$\Omega = \text{Ln} \mathbb{Z} = -\beta \sum_{k>0} (\varepsilon_k - \lambda - E_k) + \sum_{k>0} \text{Ln}(1 + e^{-\beta E_k}) - \beta \frac{\Delta^2}{G} \quad (1)$$

در رابطه فوق، Δ پارامتر گاف، λ پتانسیل شیمیایی، G قدرت زوجیت، ε_k انرژی ترازهای تک‌ذره‌ای، $\beta = \frac{1}{T}$ ، دما و $E_k = \sqrt{(\varepsilon_k - \lambda)^2 + \Delta^2}$ انرژی شبه ذرات می‌باشد. برای



m_k اندازه مؤلفه Z اندازه حرکت زاویه‌ای است.

یکی دیگر از اهداف این کار پژوهشی، محاسبه چگالی تراز هسته‌ای با استفاده از مدل BSFG می‌باشد. چگالی تراز هسته‌ای با استفاده از مدل BSFG به صورت زیر به دست می‌آید [۲۵-۲۸].

$$\rho_{BSFG}(E_X, j, a) = \frac{\delta_j}{48\sqrt{2}\sigma^2} \frac{e^{\gamma\delta_j\sqrt{aE_X}}}{a^{\frac{1}{4}} E_X^{\frac{5}{4}}} \times \int_0^\infty (\gamma j + 1) e^{\frac{-(j+\frac{1}{2})}{\gamma\sigma^2}} dj \quad (14)$$

$$= \frac{\delta_j}{12\sqrt{2}\sigma} \frac{e^{\gamma\delta_j\sqrt{aE_X}}}{a^{\frac{1}{4}} E_X^{\frac{5}{4}}}$$

در رابطه فوق a پارامتر چگالی تراز، j اسپین کل هسته، δ_j و $\sigma^2 = 0.888A^{\frac{2}{3}}\sqrt{aE_X}$ کمیت‌های δ_j و دو ثابتی هستند که از برازش کردن مدل تئوری با چگالی تراز هسته‌ای تجربی به دست می‌آیند. در این کار، پارامتر چگالی تراز a به صورت تابعی از دما محاسبه شده است. پارامتر چگالی تراز وابسته به دما نقش مهمی در مطالعه ساختار هسته ایفا می‌کند، همچنین تأثیر زیادی در محاسبه کمیت‌هایی از قبیل توزیع اندازه حرکت زاویه‌ای کل پاره‌های شکافت در هسته‌ها، محاسبه سطح مقطع‌ها و احتمال گذار واپاشی هسته‌ها دارد. اشلمو و لستونه از جمله کسانی هستند که پارامتر چگالی تراز وابسته به دما را با تقریب‌های مختلفی محاسبه کرده‌اند [۲۱-۲۴]. در اکثر این روش‌ها، اثر زوجیت بین نوکلئون‌ها در نظر گرفته نشده است. با توجه به رابطه بین پارامتر چگالی تراز وابسته به دما و انرژی برانگیختگی که توسط اشلمو پیشنهاد شده است و همچنین با در نظر گرفتن اثر زوجیت وابسته به دما در مدل BCS، پارامتر چگالی تراز وابسته به دما با استفاده از مدل BCS به صورت زیر نوشته می‌شود [۲۱-۲۴].

$$a_{BCS}(T) = \frac{E_X}{T^2} \quad (15)$$

E_X انرژی برانگیختگی است که از رابطه انرژی برانگیختگی مدل BCS قرار داده می‌شود. در این رابطه، اثر زوجیت در رابطه انرژی برانگیختگی مدل BCS در نظر گرفته شده است. بنابراین $a_{BCS}(T)$ هم وابسته به دما است و هم اثر زوجیت توسط پارامتر گاف در آن در نظر گرفته شده است.

هسته به دست می‌آید. چگالی حالت برای نوترون‌ها به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\omega_n(N, E_n) = \frac{1}{(\gamma\pi i)^\gamma} \int_{-i\infty}^{+i\infty} d\alpha_n \int_{-i\infty}^{+i\infty} d\beta \times \mathbb{Z}(\alpha_n, \beta) \exp(-\alpha_n N + \beta E_n) \quad (7)$$

چگالی حالت کل $\omega = \omega_n + \omega_p$ از مجموع چگالی حالت نوترونی و پروتونی به صورت زیر به دست می‌آید.

$$\omega(N, Z, E_X) = \frac{e^{S_i}}{(\gamma\pi)^\gamma |D|^\gamma} \quad (8)$$

در رابطه فوق $S_i = S_n + S_p$ آنتروپی کل است که از مجموع آنتروپی نوترون‌ها S_n و پروتون‌ها S_p به دست می‌آید. آنتروپی برای یک نوع از ذرات به صورت زیر حساب می‌شود.

$$S = \gamma \sum_k \ln(1 + e^{-\beta E_k}) + \gamma \beta \sum_k E_k \left(\frac{1}{1 + e^{\beta E_k}} \right) \quad (9)$$

کمیت D دترمینان مشتقات مرتبه دوم پتانسیل بزرگ سیستم برای کل هسته می‌باشد و به صورت زیر به دترمینان نوترونی D_n و پروتونی D_p وابسته می‌باشد.

$$D = \left(\frac{1}{\beta_n^\gamma} \frac{\partial^\gamma \Omega_n}{\partial \lambda_n^\gamma} \right) D_p + \left(\frac{1}{\beta_p^\gamma} \frac{\partial^\gamma \Omega_p}{\partial \lambda_p^\gamma} \right) D_n \quad (10)$$

برای نوترون‌ها D_n به صورت زیر است و D_p هم شبیه نوترون‌ها به دست می‌آید.

$$D_n = \begin{vmatrix} \frac{1}{\beta_n^\gamma} \frac{\partial^\gamma \Omega_n}{\partial \lambda_n^\gamma} & \frac{\partial}{\partial \beta_n} \left(\frac{1}{\beta_n} \frac{\partial \Omega_n}{\partial \lambda_n} \right) \\ \frac{\partial}{\partial \beta_n} \left(\frac{1}{\beta_n} \frac{\partial \Omega}{\partial \lambda_n} \right) & \frac{\partial^\gamma \Omega_n}{\partial \beta_n^\gamma} \end{vmatrix} \quad (11)$$

چگالی تراز هسته‌ای کل به صورت زیر به دست می‌آید.

$$\rho_{BCS}(N, Z, E_X) = \frac{\omega(N, Z, E_X)}{(\gamma\pi\sigma_i^\gamma)^\gamma} \quad (12)$$

کمیت $\sigma_i^\gamma = \sigma_n^\gamma + \sigma_p^\gamma$ پارامتر قطع اسپین کل است که از مجموع سهم نوترونی و پروتونی به دست می‌آید. پارامتر قطع اسپین برای یک نوع از ذرات به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$\sigma^\gamma = \frac{1}{\gamma} \sum_k m_k^\gamma \text{Sech}^\gamma \left(\frac{1}{\gamma} \beta E_k \right) \quad (13)$$



۳. محاسبات و نتایج

در این قسمت، نتایج محاسبات با استفاده از مدل‌های مورد بحث در قسمت‌های قبل برای هسته‌های $^{160-162}\text{Dy}$ بیان می‌شود. هسته‌های مذکور تغییر شکل یافته هستند و دارای ضریب تغییر شکل می‌باشند. بنابراین انرژی ترازهای تک‌ذره‌ای ϵ_k از مدل پوسته‌ای پیشرفته با در نظر گرفتن پارامتر تغییر شکل مرتبه دوم β_2 (dipole deformation parameter) حساب می‌شوند [۳۴-۳۲]. مقدار این پارامتر در جدول ۱ آورده شده است. در مدل پوسته‌ای پیشرفته از پتانسیل کولنی برای پروتون‌ها، پتانسیل برهم‌کنش اسپین مدار $V_{LS}(r)$ و پتانسیل هسته‌ای وود-ساکسون (Woods-Saxon) $V(r)$ استفاده شده است که در رابطه زیر بیان شده است. در این رابطه، k ثابت برهم‌کنش اسپین-مدار پروتونی و نوترونی، m جرم هسته، P اندازه حرکت خطی و σ ماتریس پائولی است. علامت مثبت برای پروتون‌ها و علامت منفی برای نوترون‌ها است.

$$V(r) = \frac{V_0}{1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right)}$$

$$V_{LS}(r) = -\frac{\hbar k}{(2m)^2} \nabla V(r) \cdot (P \times \sigma)$$

$$V_0 = -49.6 \left(1 \pm 0.86 \left(\frac{N-Z}{A} \right) \right) \quad (19)$$

$$R = r_0 A^{\frac{1}{3}}, \quad r_0 = 1.3 \text{ fm}, \quad a = 0.7 \text{ fm}$$

$$k(p) = 36, \quad k(n) = 35$$

برای به دست آوردن کمیت‌های ترمودینامیکی هسته در مدل BCS، نیاز به محاسبه پارامتر گاف $\Delta(T)$ و پتانسیل شیمیایی $\lambda(T)$ در دماهای مختلف می‌باشد. برای محاسبه این پارامترها، ابتدا معادلات (۲) و (۳) در دمای صفر هم‌زمان با هم حل می‌شوند و پارامتر قدرت زوجیت G و پتانسیل شیمیایی در دمای صفر به دست می‌آیند. در مرحله بعد با قرار دادن $\Delta = 0$ ، معادلات (۲) و (۳) هم‌زمان با هم حل می‌شوند و دمای بحرانی T_C و پتانسیل شیمیایی در دمای بحرانی محاسبه می‌شوند. در انتها با داشتن G و مقدار N مشخص، از حل هم‌زمان معادلات (۲) و (۳)، کمیت‌های $\Delta(T)$ و $\lambda(T)$ در دماهای مختلف به دست می‌آیند. دمای بحرانی T_C و پارامتر قدرت زوجیت G در جدول ۱ آورده شده است.

یکی دیگر از روش‌های محاسبه پارامتر چگالی‌تراز، استفاده از روش ایگناتیوک است. پارامتر چگالی‌تراز ایگناتیوک به صورت زیر بیان می‌شود [۲۸، ۲۹].

$$a_{\text{Ignatyuk}}(T) = a_{\text{asym}} \left(1 + \delta w \frac{1 - e^{-\gamma E_x}}{E_x} \right) \quad (16)$$

کمیت a_{asym} پارامتر چگالی‌تراز مجانبی است که باعث می‌شود a_{Ignatyuk} در دماهای بالا به سمت یک مقدار ثابت حدی میل کند. مقدار این کمیت، با میرا شدن همه اثرهای پوسته‌ای به دست می‌آید و معمولاً مقدار آن یک تابع ثابتی از عدد جرمی هسته می‌باشد. γ ضریب میرایی می‌باشد که آهنگ رفتار مجانبی a_{Ignatyuk} به سمت a_{asym} را کنترل می‌کند و مقدار دقیق از قبل مشخص شده‌ای ندارد و از مقایسه مدل تئوری و داده‌های تجربی به دست می‌آید [۲۸-۳۰]. δw ضریب تصحیح پوسته‌ای^۱ می‌باشد که از اختلاف انرژی بستگی تجربی و انرژی بستگی محاسبه شده با استفاده از مدل قطره مایع به دست می‌آید [۲۸، ۲۹، ۳۱].

$$\delta w = B_{\text{EXP}} - B_{\text{LDM}} \quad (17)$$

در رابطه فوق B_{EXP} انرژی بستگی تجربی و B_{LDM} انرژی بستگی مدل قطره مایع جرم می‌باشد. B_{LDM} با استفاده از معادله Myer و Swiatecki به صورت زیر نوشته می‌شود [۱].

$$B_{\text{LDM}} = M_n N + M_H Z$$

$$-c_1 A + c_2 A^{\frac{2}{3}} + c_3 \frac{Z^2}{A^{\frac{1}{3}}} - c_4 \frac{Z^2}{A} + \delta$$

$$c_i = a_i \left[1 - k \left(\frac{N-Z}{A} \right)^2 \right], \quad i = 1, 2$$

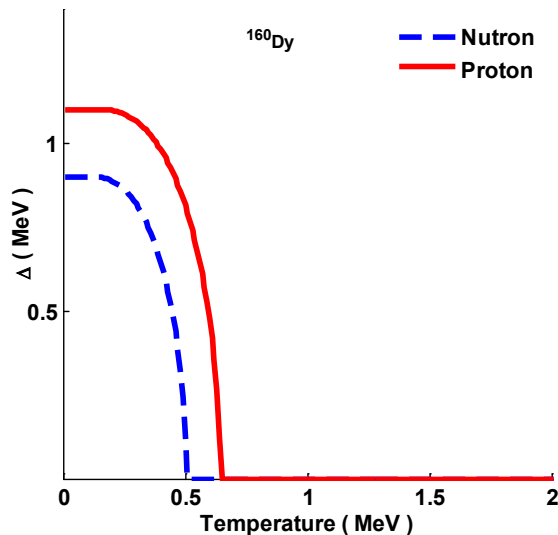
$$a_1 = 15.677 \text{ MeV}, \quad a_2 = 18.56 \text{ MeV}$$

$$k = 1.79, \quad c_3 = 0.717 \text{ MeV}$$

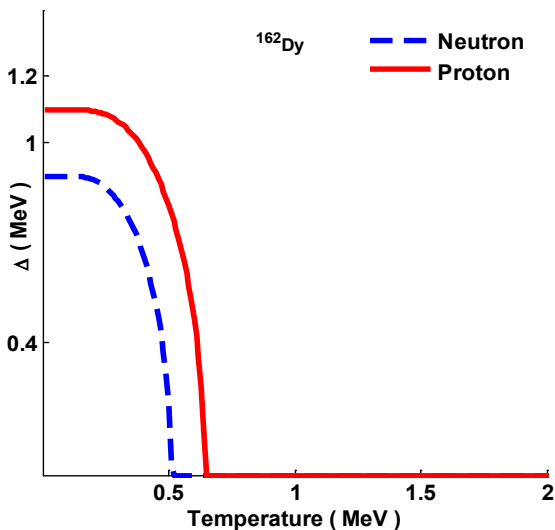
$$c_4 = 1.21129 \text{ MeV}$$

$$\delta = \begin{cases} -\frac{11}{\sqrt{A}} & \text{even-even nuclei} \\ \frac{11}{\sqrt{A}} & \text{odd-odd nuclei} \\ 0 & \text{odd-even nuclei} \end{cases} \quad (18)$$

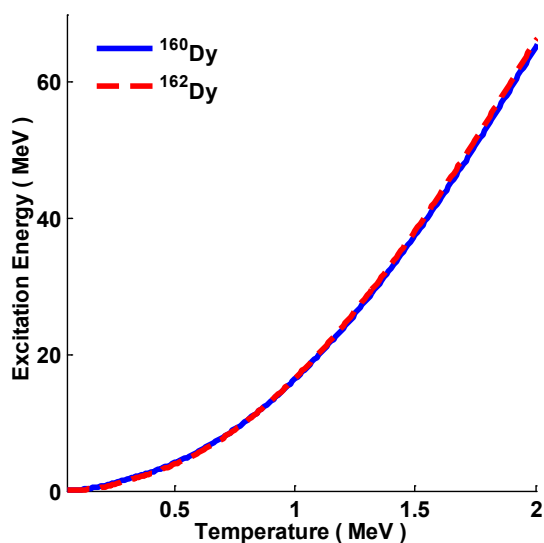




شکل ۱. نمودار پارامتر گاف برحسب دما برای هسته ^{160}Dy .



شکل ۲. نمودار پارامتر گاف برحسب دما برای هسته ^{162}Dy .



شکل ۳. نمودار انرژی برانگیختگی برحسب دما برای هسته‌های $^{160-162}\text{Dy}$.

جدول ۱. مقادیر ثابت زوجیت نوترونی G_n و پروتونی G_p ، دمای بحرانی T_c و ثابت تغییر شکل β_2 برای هسته‌های $^{160-162}\text{Dy}$

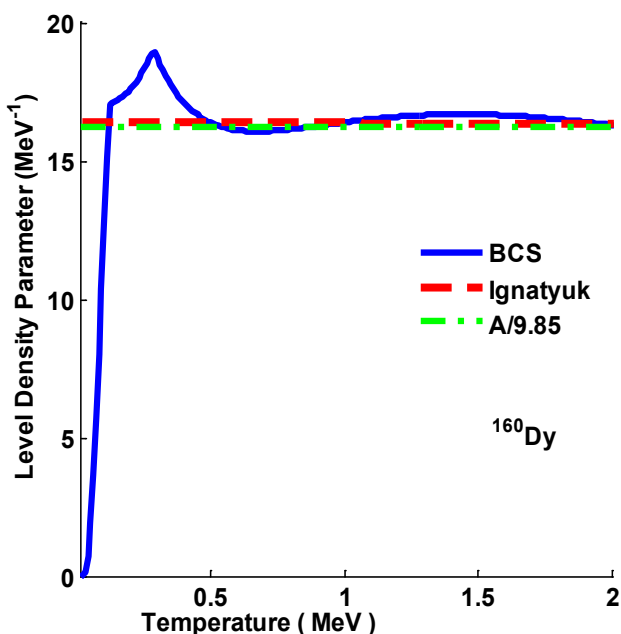
هسته	$G_n(\text{MeV})$	$G_p(\text{MeV})$	$T_c(\text{MeV})$	β_2
^{160}Dy	۰٫۱۰	۰٫۱۴	۰٫۵۸	۰٫۲۷۲
^{162}Dy	۰٫۰۹	۰٫۱۳	۰٫۵۹	۰٫۲۸۳

نمودار پارامتر گاف برحسب دما در شکل‌های ۱ و ۲ برای هسته‌های $^{160-162}\text{Dy}$ رسم شده است. نشان داده شد، پارامتر گاف در دمای پایین مقادیر قابل توجهی دارد و به همین دلیل تأثیر زیادی بر روی خواص ترمودینامیکی هسته در دمای پایین دارد. بنابراین معیار خوبی برای در نظر گرفتن اثر زوجیت بین نوکلئون‌های هسته می‌باشد. با افزایش دما، مقدار آن به صورت تدریجی کاهش می‌یابد تا این‌که در دمایی به نام دمای بحرانی مقدار آن صفر می‌شود. این موضوع باعث می‌شود که اثر زوجیت بین نوکلئون‌ها بعد از دمای بحرانی در نظر گرفته نشود. اما از آنجایی‌که نتایج مدل BCS تا نزدیک دمای بحرانی معتبر هستند، صفر شدن پارامتر گاف در دمای بحرانی تأثیر زیادی بر روی نتایج نهایی ندارد. اما به هر حال صفر شدن پارامتر گاف در دمای بحرانی باعث ایجاد تغییر فاز در نمودار کمیت‌های ترمودینامیکی هسته می‌شود و همچنین سبب ایجاد ناپیوستگی و پدید آمدن نقاط تکین در نمودار ظرفیت گرمایی می‌شود در حالی که داده‌های تجربی وجود این نقاط تکین را تأیید نمی‌کنند. این موضوع یکی از نقاط ضعف مدل BCS است که معمولاً این مشکل با استفاده از مدل‌هایی مثل GL اصلاح می‌شود. علت متفاوت بودن دمای بحرانی پروتونی و نوترونی، متفاوت بودن پارامتر قدرت زوجیت G و تعداد پروتون‌ها و نوترون‌ها و همچنین تفاوت در مقدار انرژی ترازهای تک‌ذره‌ای ϵ_k پروتونی و نوترونی می‌باشد.

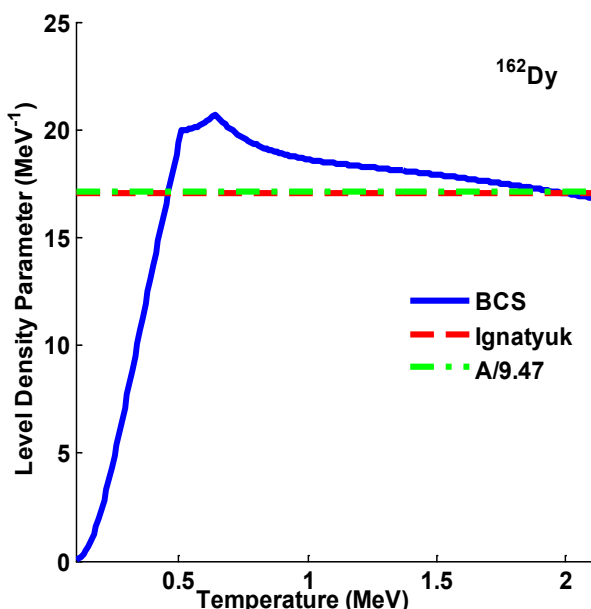
انرژی برانگیختگی از رابطه (۵) محاسبه می‌شود. نمودار انرژی برانگیختگی برحسب دما در شکل ۳ برای هسته‌های مذکور رسم شده است. نمودار نشان می‌دهد، انرژی برانگیختگی به صورت یکنواخت و هموار با دما افزایش می‌یابد ولی به دلیل صفر شدن پارامتر گاف در دمای بحرانی، یک تغییر فاز جزئی در دمای بحرانی ایجاد شده است. رفتار نمودار انرژی بعد از دمای بحرانی به دلیل صفر شدن پارامتر گاف و همچنین حذف شدن اثر زوجیت، نسبت به دما هموارتر است، اما به طور کلی نمودار انرژی، رفتار قابل قبولی با دما دارد.



پارامتر چگالی تراز $a_{BCS}(T)$ قبل از دمای بحرانی افت و خیز دمایی بیشتری داشته باشد. اما در دماهای بالا به دلیل صفر شدن پارامتر گاف و در نظر نگرفتن خاصیت زوجیت بین نوکلئون‌ها بعد از دمای بحرانی، حساسیت دمایی پارامتر چگالی تراز کاهش می‌یابد و تقریباً تغییرات آن نسبت به دما ثابت می‌شود.



شکل ۴. نمودار پارامتر چگالی تراز برحسب دما برای هسته ^{160}Dy .



شکل ۵. نمودار پارامتر چگالی تراز برحسب دما برای هسته ^{162}Dy .

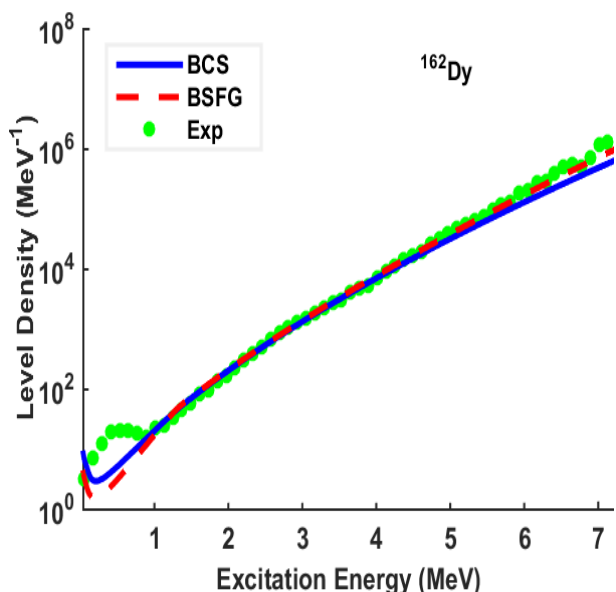
پارامتر چگالی تراز وابسته به دما در مدل BCS با استفاده از رابطه (۱۵) و در روش ایگناتیوک با استفاده از رابطه (۱۶) محاسبه شده است. در شکل‌های ۴ و ۵ نمودار پارامتر چگالی تراز برحسب دما برای هسته‌های ^{160}Dy و ^{162}Dy رسم شده است. همچنین پارامتر چگالی تراز به صورت تابع ثابتی از عدد جرمی $a = \frac{A}{9.85}$ برای هسته ^{160}Dy و $a = \frac{A}{9.47}$ برای هسته

^{162}Dy در شکل‌های مذکور نمایش داده شده است. نشان داده شد با توجه به در نظر گرفتن خاصیت زوجیت در مدل BCS، پارامتر چگالی تراز $a_{BCS}(T)$ حساسیت و تغییرات دمایی بالاتری نسبت به سایر روش‌های مورد بحث در دمای پایین تا قبل از دمای بحرانی دارد. به عبارت دیگر، افت و خیز دمایی یا تغییرات دمایی این روش نسبت به سایر روش‌های مذکور در دمای پایین تا قبل از دمای بحرانی بیشتر است. همچنین اثر زوجیت باعث تغییر فاز در رفتار نمودار پارامتر چگالی تراز نسبت به دما در اطراف دمای بحرانی شده است. با افزایش دما و صفر شدن پارامتر گاف نوترونی و پروتونی در دمای بحرانی که باعث حذف شدن اثر زوجیت بین نوکلئون‌های هسته بعد از دمای بحرانی می‌شود، حساسیت و تغییرات دمایی $a_{BCS}(T)$ نسبت به دما کمتر می‌شود و رفتار نمودار نسبت به دما هموارتر می‌شود و به سمت یک مقدار ثابت حدی میل می‌کند. پارامتر چگالی تراز محاسبه شده با استفاده از مدل ایگناتیوک که براساس رفتار مجانبی a_{asym} تعریف شده است در دمای پایین حساسیت و تغییرات دمایی کمی دارد به طوری که می‌توان آن را تقریباً ثابت در نظر گرفت ولی در دماهای بالا به سمت مقدار ثابت مجانبی میل می‌کند. البته یکی از دلایل کم بودن افت و خیز دمایی روش ایگناتیوک، کوچک بودن ضریب تصحیح پوسته‌ای برای هسته‌های مذکور است. اگر این ضریب تصحیح پوسته‌ای بزرگ باشد (برای بعضی هسته‌ها بزرگ می‌باشد)، حساسیت دمایی آن هم هر چند کم ولی بیشتر می‌شود. مقدار پارامتر چگالی تراز مجانبی به صورت $a_{asym} = \frac{A}{9.78}$ برای هسته

^{160}Dy و $a_{asym} = \frac{A}{9.50}$ برای هسته ^{162}Dy به دست آمده است.

پارامتر چگالی تراز ثابت در همه دماها مقدار ثابتی دارد و مستقل از دما است. همان‌طور که نمودار نشان می‌دهد، هر سه مدل در دماهای بالا مقدار تقریباً یکسانی برای پارامتر چگالی تراز به دست می‌آورند و به سمت یک مقدار ثابت حدی میل می‌کنند. این موضوع نشان می‌دهد اثر خاصیت زوجیت بین نوکلئون‌های هسته تا قبل از دمای بحرانی خیلی مؤثر است و سبب می‌شود





شکل ۷. نمودار لگاریتم چگالی تراز محاسبه شده با استفاده از مدل‌های BCS، BSFG و داده‌های تجربی برحسب انرژی برانگیختگی برای هسته ^{162}Dy .

جدول ۲. مقادیر خطا برای چگالی تراز هسته‌ای

هسته	$\delta\rho_{\text{BCS}}$	$\delta\rho_{\text{BSFG}}$
^{160}Dy	۰٫۵۶	۰٫۴۹
^{162}Dy	۰٫۴۳	۰٫۴۵

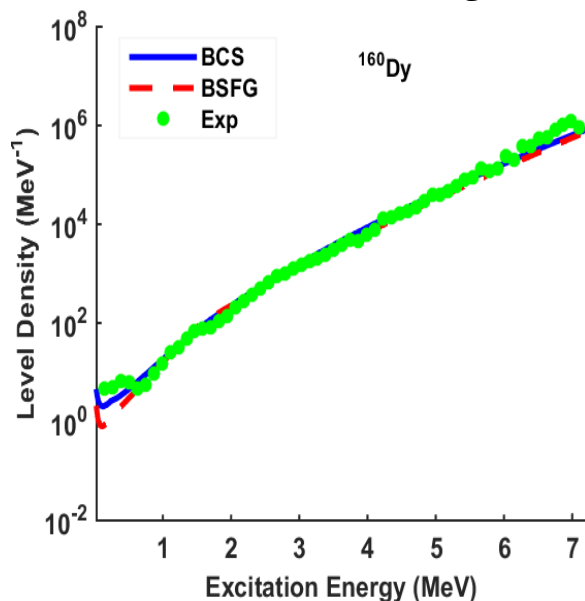
۴. نتیجه‌گیری

در این کار، برای مطالعه خواص ترمودینامیکی هسته با در نظر گرفتن اثر زوجیت، از مدل میکروسکوپی BCS استفاده شده است. با محاسبه پارامتر گاف در دماهای مختلف، کمیت‌های ترمودینامیکی هسته از قبیل انرژی برانگیختگی و چگالی تراز هسته‌ای محاسبه شده است. پارامتر گاف با افزایش دما به صورت تدریجی کاهش می‌یابد تا اینکه در دمای بحرانی مقدار آن صفر می‌شود. صفر شدن پارامتر گاف در دمای بحرانی باعث تغییر فاز در نمودار کمیت‌های ترمودینامیکی هسته می‌شود. نمودار انرژی برانگیختگی نشان می‌دهد که انرژی برانگیختگی به صورت یکنواخت با دما افزایش می‌یابد ولی به دلیل صفر شدن پارامتر گاف در دمای بحرانی، تغییر فاز جزئی در نمودار آن در دمای بحرانی ایجاد شده است. نمودار چگالی تراز هسته‌ای محاسبه شده با استفاده از مدل BCS نشان می‌دهد که این مدل نتایج منطقی و قابل قبولی برای چگالی تراز هسته‌ای به دست می‌آورد و با داده‌های تجربی تطابق خوبی دارد. همچنین پارامتر چگالی تراز هسته‌ای وابسته به دما با استفاده از مدل BCS و روش ایگناتیک محاسبه شده است. به دلیل وجود خاصیت زوجیت قبل از دمای بحرانی، پارامتر چگالی تراز

چگالی تراز هسته‌ای با استفاده از مدل BCS از رابطه (۱۲) محاسبه می‌شود. با جای گذاری پارامتر چگالی تراز وابسته به دما $a_{\text{BCS}}(T)$ در رابطه (۱۴)، چگالی تراز هسته‌ای با استفاده از مدل BSFG به دست می‌آید. مقادیر ثابت‌های چگالی تراز هسته‌ای $\delta_1=0.25$ ، $\delta_2=1.05$ برای هسته ^{160}Dy و برای هسته ^{162}Dy به صورت $\delta_1=0.16$ ، $\delta_2=1.03$ به دست آمده‌اند. نمودار لگاریتم چگالی تراز هسته‌ای محاسبه شده با استفاده از روش‌های مذکور و همچنین لگاریتم چگالی تراز هسته‌ای تجربی برحسب انرژی برانگیختگی برای هسته‌های ^{160}Dy در شکل‌های ۶ و ۷ رسم شده است. چگالی تراز محاسبه شده با استفاده از مدل میکروسکوپی BCS با نماد BCS و چگالی تراز محاسبه شده با استفاده از مدل BSFG با نماد BSFG در شکل‌های مذکور نشان داده شده است. خطای چگالی تراز از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$\delta\rho = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [\log \rho(i) - \log \rho_{\text{exp}}(i)]^2} \quad (20)$$

در رابطه فوق، ρ هر کدام از چگالی ترازهای محاسبه شده با استفاده از مدل‌های BCS و BSFG می‌باشد. ρ_{exp} چگالی تراز تجربی و n تعداد داده‌های تجربی است. مقدار خطا برای هر کدام از روش‌ها در جدول ۲ نمایش داده شده است. نمودار چگالی تراز رسم شده در شکل‌های مذکور نشان می‌دهد، همه مدل‌های مورد بحث نتایج تقریباً یکسانی برای این هسته‌ها به دست می‌آورند و در دمای بالا با داده‌های تجربی تطابق و سازگاری بالایی دارند [۳۵].



شکل ۸. نمودار لگاریتم چگالی تراز محاسبه شده با استفاده از مدل‌های BCS، BSFG و داده‌های تجربی برحسب انرژی برانگیختگی برای هسته ^{160}Dy .



9. Moretto L.G. Statistical description of a paired nucleus with the inclusion of angular momentum. *Nucl. Phys. A.* 1972;185(1):145-165. [https://doi.org/10.1016/0375-9474\(72\)90556-8](https://doi.org/10.1016/0375-9474(72)90556-8).
10. Behkami A.N, Hulzenga J.R. Comparison of experimental level densities and spin cut of factors with microscopic theory for nuclei near A=60. *Nucl. Phys. A.* 1973;217(1):78-92. [https://doi.org/10.1016/0375-9474\(73\) 90624-6](https://doi.org/10.1016/0375-9474(73) 90624-6).
11. Moretto L.G. Pairing fluctuations in excited nuclei and the absence of a second order phase transition. *Phys. Lett. B.* 1972;40(1):1-4. [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(72\)90265-1](https://doi.org/10.1016/0370-2693(72)90265-1).
12. Razavi R, Behkami A.N, Dehghani V. Pairing phase transition and thermodynamical quantities in $^{148,149}\text{Sm}$. *Nucl. Phys. A.* 2014;930:57-62. <https://doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2014.07.016>.
13. Razavi R, Behkami A.N, Mohammadi S, Gholami M, Ratio of neutron and proton entropy excess in ^{121}Sn compared to ^{122}Sn . *Phys. Rev. C.* 2012;86(4):047303. <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.86.047303>.
14. Benam Kh, Dehghani V, Alavi S.A. Role of magic numbers in thermodynamic quantities of ^{206}Pb and ^{138}Ba using BCS and Lipkin-Nogami models. *Eur. Phys. J. A.* 2019;55(105):1-14. <https://doi.org/10.1140/epja/i2019-12785-3>.
15. Kargar Z. Pairing correlations and thermodynamical quantities in $^{96,97}\text{Mo}$. *Phys. Rev. C.* 2007;75(6):064319. <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.75.064319>.
16. Koning A.J, Hilaire S, Goriely S, Global and local level density models. *Nucl. Phys. A.* 2008;810(1):13-76. <https://doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2008.06.005>.
17. Demetriou P, Goriely S. Microscopic nuclear level densities for practical applications. *Nucl. Phys. A.* 2001;695(1):95-108. [https://doi.org/10.1016/S0375-9474\(01\)01095-8](https://doi.org/10.1016/S0375-9474(01)01095-8).
18. Toke J, Swiatecki W.J. Surface-layer corrections to the level-density formula for a diffuse Fermi Gas. *Nucl. Phys. A.* 1981;372(1):141-150. [https://doi.org/10.1016/0375-9474\(81\)90092-0](https://doi.org/10.1016/0375-9474(81)90092-0).
19. Prakash M, Wambach J, Ma Z.Y. Effective mass in nuclei and the level density parameter. *Phys. Lett. B.* 1983;128(3):141-146. [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(83\)90377-5](https://doi.org/10.1016/0370-2693(83)90377-5).
20. Egidy T.V, Bucurescu D. Systematics of nuclear level density parameters. *Phys. Rev. C.* 2005;72(4): 044311. <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.73.049901>.
21. Lestone J.P. Determination of the time evolution of fission from particle emission. *Phys. Rev. Lett.* 1993;70(15):2245. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.70.2245>.
22. Lestone J.P. Temperature dependence of the level density parameter. *Phys. Rev. C.* 1995;52(2):1118. <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.52.1118>.
23. Shlomo S, Natowitz J.B. Level density parameter in hot nuclei. *Phys. Lett. B.* 1990;252(2):187-191. [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(90\)90859-5](https://doi.org/10.1016/0370-2693(90)90859-5).
24. Shlomo S, Natowitz J.B. Temperature and mass dependence of level density parameter. *Phys. Rev. C.* 1991;44(6):2878. <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.44.2878>.

هسته‌ای وابسته به دما $a_{BCS}(T)$ ، حساسیت و تغییرات دمایی زیادی قبل از دمای بحرانی دارد ولی بعد از دمای بحرانی به دلیل صفر شدن پارامتر گاف، افت و خیز دمایی کمتری دارد به‌طوری که در دمای بالا به سمت یک مقدار ثابت حدی میل می‌کند. پارامتر چگالی‌تراز ایگناتیوک به دلیل رفتار مجانبی a_{asym} و کوچک بودن ضریب تصحیح پوسته‌ای برای هسته‌های مذکور، حساسیت و تغییرات دمایی کمی نسبت به دما دارد و در دمای بالا به سمت یک مقدار ثابتی میل می‌کند. در نهایت با جایگذاری پارامتر چگالی‌تراز وابسته به دما $a_{BCS}(T)$ در رابطه چگالی‌تراز محاسبه شده با مدل BSFG، چگالی‌تراز هسته‌ای محاسبه شده است. مقایسه چگالی‌تراز هسته‌ای محاسبه شده با استفاده از مدل‌های مذکور نشان می‌دهد که همه مدل‌ها نتایج تقریباً یکسانی به دست می‌آورند و با داده‌های تجربی تطابق و سازگاری بالایی دارند.

مراجع

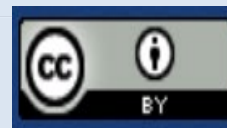
1. Bardeen J, Cooper L.N, Schrieffer J.R. Theory of Superconductivity. *Phys. Rev.* 1957;108(5):1175. <https://doi.org/10.1103/PhysRev.108.1175>.
2. Dinh Dang N. Influence of particle number fluctuations and vibrational modes on thermodynamic characteristics of a hot nucleus. *Z. Phys. A.* 1990(3);335:253-264. <https://doi.org/10.1007/BF01304703>.
3. Arve P, Bertsch G, Lauritzen B, Puddu G. Static path approximation for the nuclear partition function. *Ann. Phys.* 1988;183(2):309-319. [https://doi.org/10.1016/0003-4916\(88\)90235-7](https://doi.org/10.1016/0003-4916(88)90235-7).
4. Lauritzen B, Anselmino A, Bortignon P.F, Broglia R.A. Pairing Phase Transition in Small Particles. *Ann. Phys.* 1993;223(2):216-228. <https://doi.org/10.1006/aphy.1993.1032>.
5. Rossignoli R, Canosa N, Ring P. Thermal and quantal fluctuations for fixed particle number in finite superfluid systems. *Phys. Rev. Lett.* 1998;80(9):1853. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.80.1853>.
6. Mühlischlegel B, Scalapino D.J, Denton R. Thermodynamic properties of small superconducting particles. *Phys. Rev. B.* 1972;6(5):1767. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.6.1767>.
7. Mohammadi P, Dehghani V, Mehmandoust-Khajeh-Dad A.A. Applying modified Ginzburg-Landau theory to nuclei. *Phys. Rev. C.* 2014;90(5):054304. <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.90.054304>.
8. Dehghani V, Forozani Gh, Benam Kh, Calculating the thermal properties of $^{93,94,95}\text{Mo}$ using the BCS model with an average value gap parameter. *Nucl. Sci. Tech.* 2017;28(128):1-6. <https://doi.org/10.1007/s41365-017-0284-x>.



25. Benam Kh, Mousavi S.Z, Dehghani V, Alavi S.A. Calculating the thermodynamic quantities of nucleus using the temperature dependence of level density parameter. *Journal of Nuclear Science and Technology*. 2024;44(4):12-19 [In Persian]. <https://doi.org/10.24200/nst.2022.1209.1785>.
26. Benam Kh, Dehghani V, Alavi S.A. Thermal properties of ^{97}Mo and ^{90}Y nuclei using temperature dependent level density parameter. *Eur. Phys. J. A*. 2023;59(221):1-8. <https://doi.org/10.1140/epja/s10050-023-01130-4>.
27. Dehghani V, Alavi S.A. Nuclear level density of even-even nuclei with temperature- dependent pairing energy. *Eur. Phys. J. A*. 2016;52(306):1. <https://doi.org/10.1140/epja/i2016-16306-8>.
28. Canbula B, Bulur R, Canbula D, Babacan H. A Laplace-like formula for the energy dependence of the nuclear level density parameter. *Nucl. Phys. A*. 2014;929:54-70. <https://doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2014.05.020>.
29. Ignatyuk A.V, Smirenkin G.N, Tishin A.S. Phenomenological description of energy dependence of the level density parameter. *Sov. J. Nucl. Phys*. 1975;21(6):485-490.
30. Dwivedi N.R, Monga S, Kaur H, Sudhir R.J. Ignatyuk damping factor: A semiclassical formula. *Int. J. Mod. Phys. E*. 2019;28(8):1950061. <https://doi.org/10.1142/S0218301319500617>.
31. Moller P, Sierk A.J, Ichikawa T, Sagawa H. Nuclear ground-state masses and deformations: FRDM(2012). *Atom. Data. Nucl. Data*. 2016;109-110:1-204. <https://doi.org/10.1016/j.adt.2015.10.002>.
32. Damgaard J, Pauli H.C, Pashkevich V.V, Strutinsky V.M. A method for solving the independent particle Schrodinger equation with a deformed average field. *Nucl. Phys. A*. 1969;135(2):432-444. [https://doi.org/10.1016/0375-9474\(69\)90174-2](https://doi.org/10.1016/0375-9474(69)90174-2).
33. Cwiok S, Dudek J, Nazarewicz W, Skalski J, Werner T. Single-particle energies, wave functions, quadrupole moments and g-factors in an axially deformed woods-saxon potential with applications to the two-centre-type nuclear problems. *Comput. Phys. Commun*. 1987;46(3):379-399. [https://doi.org/10.1016/00104655\(87\)90093-2](https://doi.org/10.1016/00104655(87)90093-2).
34. Patyk Z, Sobiczewski A. Ground-state properties of the heaviest nuclei analyzed in a multidimensional deformation space. *Nucl. Phys. A*. 1991;533(1):132-152. [https://doi.org/10.1016/0375-9474\(91\)90823-O](https://doi.org/10.1016/0375-9474(91)90823-O).
35. Guttormsen M, Bagheri A, Chankova R, Rekstad J, Siem S, Schiller A, Voinov A. Thermal properties and radiative strengths in $^{160,161,162}\text{Dy}$. *Phys. Rev. C*. 2003;68(6):064306.

COPYRIGHTS

©2021 The author(s). This is an open access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution (CC BY 4.0), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, as long as the original authors and source are cited. No permission is required from the authors or the publishers.



استناد به این مقاله

بنام، خسرو. (۱۴۰۴)، محاسبه پارامتر چگالی تراز و چگالی تراز هسته‌های $^{160-162}\text{Dy}$ با استفاده از مدل BCS. *مجله علوم، مهندسی و فناوری هسته‌ای*، ۱۱۲(۲)، ۱-۱۰.
 Url: https://jonsat.nstri.ir/article_1679.html .DOI: <https://doi.org/10.24200/nst.2024.1555.2012>

