



## بررسی چشمه‌ی اتم‌های $\mu t$ و هم‌جوشی کاتالیزور میونی در محیط چند لایه‌ای جامد ایزوتوپ‌های هیدروژن

نجم‌السادات رضوی، سیدظفراله کلانتری\*

دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، کدپستی: ۸۳۱۱۱-۸۴۱۵۶، اصفهان - ایران

**چکیده:** در هم‌جوشی کاتالیزور میونی پیدا کردن شرایط بهینه برای افزایش تعداد هم‌جوشی از اهمیت بالایی برخوردار است. معمولاً محیط را به صورت مخلوط مایع یا گاز بررسی می‌کنند و یا به صورت لایه‌های جامد در نظر می‌گیرند. در این مقاله پیشنهاد افزایش بهره‌ی هم‌جوشی با بهره‌گیری از محیط‌های جامد چند لایه‌ای مطرح شده توسط دیگران مورد بررسی قرار گرفته است. نشان داده شد که پیشنهاد سه‌لایه‌ای جامد  $HT/D_2/DT$  نه تنها باعث افزایش بهره‌ی هم‌جوشی نمی‌شود بلکه آن را کاهش هم می‌دهد. در ادامه طرح افزایش بهره‌ی هم‌جوشی با استفاده از محیط‌های جامد چندین لایه‌ای دوره‌ای و کروی مطرح و نشان داده شد که این طرح می‌تواند نسبت به محیط تک‌لایه‌ای  $DT$  باعث افزایش ۳۰ درصدی بهره شود. برای رسیدن به بیشینه بهره‌ی هم‌جوشی، مقدار کسر تریتم در مدل چندین لایه‌ای باید خیلی کم‌تر از مدل تک‌لایه‌ای  $DT$  باشد که در این مقاله مقدار آن ۰/۰۱ به دست آمد. در این راستا، ابتدا لایه‌ی جامد  $HT$  به عنوان چشمه‌ی تولید اتم‌های  $\mu t$  مورد بررسی قرار گرفت.

**کلیدواژه‌ها:** هم‌جوشی کاتالیزور میونی، چشمه‌ی اتم‌های  $\mu t$ ، محیط چند لایه‌ای جامد،  $HT/D_2/DT$

## Investigation of the Source of $\mu t$ Atoms and Muon Catalyzed Fusion in the Multilayer Solids of Hydrogen Isotopes

N. Razavi, S.Z. Kalantari\*

Department of Physics, Isfahan University of Technology, Postcode: 84156-83111, Isfahan - Iran

**Abstract:** Investigation of optimum conditions in muon catalyzed fusion ( $\mu CF$ ) is very important for increasing the fusion yield. Usually a  $\mu CF$  target is considered in the form of a mixture of liquid, gas or solid layers. For this purpose a 3- solid layer of hydrogen isotopes,  $HT/D_2/DT$  has been suggested by the other researchers. In this paper, this suggestion is investigated, and it is shown that the proposed 3-layer, decreases the fusion yield. Then, a multilayer of the  $HT$  and  $D_2$  in a spherical arrangement is proposed to increase the fusion yield, and its conditions are studied. It is shown that in the proposed multi-layer, the fusion yield increases about 30 percent in comparison with one  $DT$  layer, while, the tritium concentration should be rare up to  $C_t=0.01$ . For this purpose, production of  $\mu t$  atoms beam by interring muons into a  $HT$  solid layer is investigated. The Ramsauer-Townsend effect and transfer of muon from  $\mu p$  to  $\mu t$  atoms are important parameters in this investigation.

**Keywords:** Muon Catalyzed Fusion,  $\mu t$  Atoms Source, Solid Multilayer,  $HT/D_2/DT$

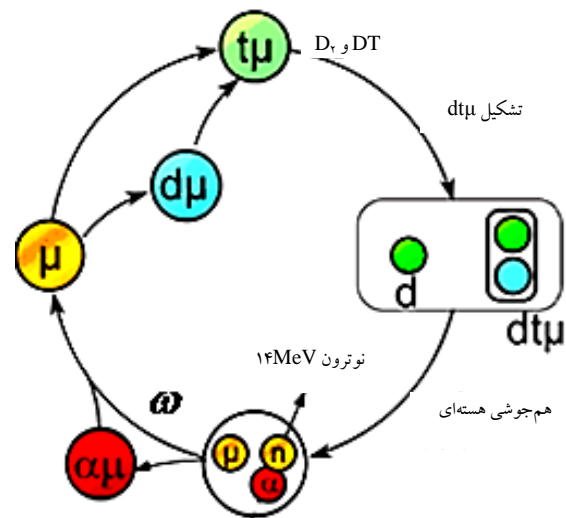


## ۱. مقدمه

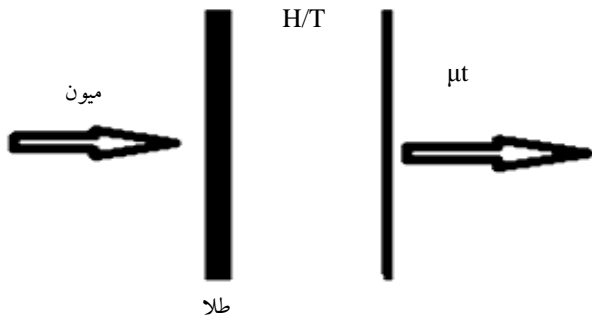
پیشنهاد شده است که اگر لایه‌ی جامد HT با کسر بسیار کوچکی از تریتم استفاده شود می‌توان شاری از اتم‌های  $\mu\text{t}$  تولید کرد [۵، ۶، ۷، ۸، ۹]. در این حالت میون در فرایند گیراندازی به وسیله‌ی پروتون‌ها ابتدا تشکیل اتم  $\mu\text{p}$  می‌دهد.  $\mu\text{p}$ ها امکان تشکیل مولکول  $\mu\text{pp}$  را دارند ولی آهنگ آن نسبت به دیگر فرایندها خیلی پایین است. هم‌چنین این امکان وجود دارد که میون از ایزوتوپ سبک‌تر به ایزوتوپ سنگین‌تر منتقل شود و تشکیل اتم میونی  $\mu\text{t}$  را بدهد که با آهنگ بسیار بالاتری انجام می‌شود. در اثر این انتقال، اتم‌های میونی  $\mu\text{t}$  انرژی جنبشی  $45\text{eV}$  را کسب می‌کنند که ناشی از اختلاف انرژی بستگی در پروتون و تریتم است. اتم‌های میونی  $\mu\text{t}$  در اثر برخوردهای کشسان کند می‌شوند و وقتی در گستره‌ی انرژی ۴ تا  $20\text{eV}$  قرار گرفتند بر اثر پدیده‌ی رامسائور-تاونزند<sup>(۲)</sup> (R-T) در پراکندگی  $\mu\text{t}$ ، طول برخورد به طور غیر عادی بزرگ می‌شود و کسر قابل توجهی از اتم‌های میونی می‌توانند هدف را به سمت خلأ ترک کنند و وارد لایه‌های بعدی شوند [۶، ۷، ۸، ۹]. لایه‌های بعدی می‌توانند شامل لایه‌ی کندساز و لایه‌ی هم‌جوشی باشند. لایه‌ی  $D_7$  انتخاب می‌شود تا در اثر برخوردهای پراکندگی بین اتم‌های  $\mu\text{t}$  و  $D_7$ ، انرژی آن‌ها کم شود و بتوان آن‌ها را در لایه‌ی بعدی برای انجام هم‌جوشی استفاده کرد. این لایه‌ها را می‌توان در فواصل مختلفی نسبت به هم قرار داد. با تغییر آرایش و ضخامت لایه‌ها، فاصله‌ی لایه‌ها از هم و تغییر مقدار ایزوتوپ‌ها و غیره می‌توان شرایط متفاوتی را برای شار اتم‌های  $\mu\text{t}$  و هم‌جوشی کاتالیزور میونی در لایه‌های بعدی پدید آورد [۹، ۱۰].

در چرخه‌ی هم‌جوشی کاتالیزور میونی در مخلوط DT، برخورد اتم‌های  $\mu\text{t}$  با مولکول‌های DT یا  $D_7$  نقش اصلی در تشکیل مولکول  $dt\mu$  و انجام هم‌جوشی دارند [۱، ۶]. در مقابل وجود D در محیط علاوه بر این که برای تشکیل مولکول  $dt\mu$  ضروری است، نقش تأخیر در چرخه را نیز افزایش می‌دهد. زیرا در زمان ورود میون به مخلوط DT، تعداد  $C_4N_{11}$  از جمعیت میون‌ها، تشکیل اتم‌های  $\mu\text{d}$  می‌دهند که از جمعیت اتم‌های  $\mu\text{t}$  می‌کاهد (شکل ۱). اگر بتوان با طراحی مناسب لایه‌های ایزوتوپ‌های هیدروژن، تنها اتم‌های  $\mu\text{t}$  را در چرخه‌ی هم‌جوشی کاتالیزور میونی داشت و از تشکیل اتم‌های  $\mu\text{d}$  جلوگیری کرد، به نظر می‌رسد بتوان بهره‌ی هم‌جوشی را افزایش داد. برای روشن

برای هم‌جوشی کاتالیزور میونی ابتدا میون منفی از واپاشی پیون منفی تولید می‌شود. پیون‌ها، خود از برخورد هسته‌های سبک در شتاب‌دهنده‌های با انرژی چند گیگا الکترون ولت تولید می‌شوند. سپس میون منفی به وسیله میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی مناسب به سوی هدف، که مخلوطی از دوتریم و تریتم است، هدایت می‌شود. شکل ۱ چرخه‌ی ساده‌ای از هم‌جوشی کاتالیزور میونی<sup>(۱)</sup> ( $\mu\text{CF}$ ) را نشان می‌دهد. میون به دلیل برخورداری از جرم بزرگ‌تر از الکترون ( $m_\mu \approx 207m_e$ )، جای‌گزین الکترون در اتم شده و اتم‌های  $\mu\text{t}$  و  $\mu\text{d}$  به وجود می‌آیند. از طرفی مولکول  $dt\mu$  از برخورد اتم  $\mu\text{t}$  با مولکول  $D_7$  یا DT حاصل می‌شود و از این رو اتم‌های  $\mu\text{t}$  نقش اساسی در چرخه‌ی هم‌جوشی دارند [۱]. هم‌جوشی بین دوتریم و تریتم در مولکول  $dt\mu$  اتفاق می‌افتد. بنابراین، تشکیل مولکول  $dt\mu$  از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. هر چند به دلیل هزینه‌ی زیاد انرژی برای تولید پیون، فعلاً این روش برای مقاصد تولید انرژی مقرون به صرفه نیست، ولی مطالعه‌ی هم‌جوشی کاتالیزور میونی از دیگر جنبه‌ها دارای اهمیت است. از جمله می‌توان به اندازه‌گیری شعاع هسته، ساخت مولدهای نوترون پرشدت و به کارگیری مفاهیم و محاسبات مشابه در بررسی اتم‌های کائونی، که در بررسی برهم‌کنش‌های قوی مهم هستند، اشاره کرد. برخی از مقاله‌های اخیر در زمینه‌ی هم‌جوشی کاتالیزور میونی را می‌توان در مرجع‌های ۲، ۳، ۴ مطالعه کرد.

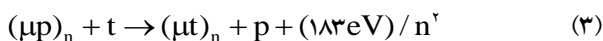


شکل ۱. چرخه‌ی ساده‌ای از هم‌جوشی کاتالیزور میونی.



**شکل ۲.** میون از سمت چپ به لایه‌ی نازک طلا برخورد کرده و پس از کند شدن وارد لایه H/T می‌شود و بعد از تجربه نمودن فرایندهای برخورد، اتم  $\mu t$  از سمت راست خارج می‌شود. این آرایش به صورت چشمه‌ی تولید اتم‌های  $\mu t$  عمل می‌کند [۹].

با توجه به این که شعاع اتم  $\mu t$  تقریباً ۲۰۷ برابر کوچک‌تر از شعاع اتم هیدروژن است، اتم  $\mu t$  مشابه یک نوترون سنگین فرض می‌شود (چون خنثی است)، بنابراین نظریه‌ی ترابرد برای اتم  $\mu t$  در لایه‌های  $D_2$  و H/T به کار می‌رود. در انرژی‌های از مرتبه‌ی چند الکترون ولت برای اتم‌های  $\mu t$ ، سطح مقطع پراکندگی  $\mu t$  در پروتون به خاطر اثر رامسائور-تاوتزنند، چندین مرتبه از نظر مقدار افت پیدا می‌کند. برخوردهای کشسان، انرژی اتم‌های  $\mu t$  را کاهش می‌دهند تا این که تعادل گرمایی با محیط اطراف برقرار شود. در این حالت، اتم  $\mu t$  انرژی جنبشی حدود ۴۵eV دارد که متعاقباً از طریق برخوردهای کشسان با پروتون، انرژی از دست می‌دهد تا به انرژی جنبشی ۲۰ تا ۳۰eV برسد، در این حالت، سطح مقطع پراکندگی به کم‌تر از  $10^4$  بارن می‌رسد. بنابراین فاصله‌ی میانگین بین برخوردها به ویژه در ۴ تا ۲۰eV بسیار بزرگ، و لایه‌ی پروتون برای اتم‌های  $\mu t$  به طور مؤثر شفاف می‌شود. بدین ترتیب، «پروتوی» خنثی از اتم‌های  $\mu t$  با سرعتی از مرتبه‌ی mm/ $\mu s$  فراهم می‌شود. زمانی که  $\mu$  وارد لایه‌ی پروتون با درصد کمی از تریتم ( $C_{T-0.001}$ ) می‌شود، ابتدا کند شده و به وسیله‌ی یک پروتون یا تریتم گیرانداخته شده و تشکیل اتم  $\mu p$  یا  $\mu t$  برانگیخته می‌دهد. زمان این واکنش از مرتبه‌ی پیکو ثانیه است. فرایند بعدی واکنش اتم میونی از طریق اثر استارک<sup>(۴)</sup>، گذار تابشی<sup>(۵)</sup>، اثر اوژه<sup>(۶)</sup> و گذار کولنی<sup>(۷)</sup> است [۱۴]. فرایند انتقال ایزوتوپی و پراکندگی نیز رخ می‌دهد بنابراین کسری از اتم‌های  $\mu p$  به حالت زمینی خود می‌رسند (۱s) و به خاطر ناخالصی (تریتم) انتقال ایزوتوپی از حالت‌های برانگیخته‌ی  $\mu p$  به تریتم نیز رخ می‌دهد



شدن موضوع با استفاده از چرخه‌ی شکل ۱، آهننگ چرخه ( $\lambda_c$ ) و بهره‌ی چرخه (X) به صورت زیر محاسبه می‌شود [۶]

$$\lambda_c = \frac{1}{\tau_c} = \frac{1}{\tau_d + \tau_t} \quad (1)$$

$$X = \left( \frac{\lambda_c}{\lambda_c + \omega} \right)^{-1} \quad (2)$$

که در آن  $\tau_c$  زمان یک چرخه،  $\tau_d$  زمان چرخه‌ی مربوط به شاخه‌ی  $\mu d$ ،  $\tau_t$  زمان چرخه‌ی مربوط به شاخه‌ی  $\mu t$ ،  $\omega$  ضریب چسبندگی میون به ذره‌ی  $\alpha$  و  $\lambda_0$  ثابت واپاشی میون است. به وضوح مشخص است که با حذف قسمت  $\mu d$ ،  $\lambda_c$  و X افزایش می‌یابند.

در این مقاله ابتدا به بررسی تشکیل اتم‌های  $\mu t$  از لایه‌ی HT به عنوان چشمه‌ی این اتم‌ها پرداخته می‌شود و سپس طراحی لایه‌ها از دیدگاه انجام هم‌جوشی کاتالیزور میونی بررسی می‌شود. برای این منظور با در نظر گرفتن آرایش‌های لایه‌ای متفاوت از جمله آرایش سه‌لایه‌ای HT/ $D_2$ /DT، دولایه‌ای HT/DT و تک‌لایه‌ای DT برای محیط‌های جامد، با حل معادله‌های سینتیکی حاکم بر لایه‌ها با روش رانگ-کوتای<sup>(۳)</sup> مرتبه ۴ به کمک نرم‌افزار Matlab، بهینه‌ی غلظت تریتم در لایه‌ی اول و لایه‌ی هم‌جوشی برای رسیدن به بیشینه هم‌جوشی کاتالیزور میونی به دست آمد. معادله‌هایی برای چرخه‌ی هم‌جوشی در محیط جامد دولایه‌ای و سه‌لایه‌ای توسط دیگران نوشته شده است [۱۱، ۱۲، ۱۳] که به نظر می‌رسد باید اصلاح شوند. پس از اصلاح معادله‌ها، نتایج محاسبه‌ها با نتایج قبلی مقایسه شد. نهایتاً طرح تکمیل شده‌ای از پیشنهاد آرایش چند لایه‌ای دوره‌ای از محیط HT و  $D_2$  [۱۰] برای افزایش بهره‌ی هم‌جوشی ارایه شده و شرایط انجام آن مورد بررسی قرار گرفت.

## ۲. چشمه‌ی اتم‌های $\mu t$

لایه‌ی جامد H/T، در صورتی که تحت تابش میون منفی قرار گیرد، می‌تواند به عنوان چشمه‌ای از اتم‌های  $\mu t$  عمل کند [۵، ۶، ۷، ۸، ۹]. برای این منظور لایه‌ی نازکی از H/T روی لایه‌ای از طلا، که تا دمای ۳K سرد شده است، ایجاد شد. لایه‌ی طلا علاوه بر این که نقش نگه‌دارنده‌ی لایه H/T را دارد به عنوان کندساز میون‌ها نیز عمل می‌کند. آرایشی مانند شکل ۲، که شامل ورقه‌ای از طلا است و روی آن لایه‌ی جامد H/T قرار گرفته است، تحت تابش میون منفی، به عنوان چشمه‌ی اتم‌های  $\mu t$  عمل می‌کند. می‌توان نشان داد که برای این منظور هدف جامد باید شامل مخلوطی از پروتون و مقدار کمی از تریتم باشد.



$$\frac{dN_{\mu^{15}}(t)}{dt} = \phi_0 C_t \lambda_{pt} N_{\mu^{15}}(t) - \lambda_0 N_{\mu^{15}}(t) + \phi_0 C_t \lambda_a N_{\mu}(t) - \phi_0 C_p \lambda_{p\mu} N_{\mu^{15}}(t) - \phi_0 C_t \lambda_{t\mu} N_{\mu^{15}}(t) \quad (8)$$

$$\frac{dN_{p\mu}(t)}{dt} = \phi_0 C_p \lambda_{p\mu} N_{\mu^{15}}(t) - (\lambda_{p\mu}^f + \lambda_0) N_{p\mu}(t) \quad (9)$$

$$\frac{dN_{t\mu}(t)}{dt} = \phi_0 C_t \lambda_{t\mu} N_{\mu^{15}}(t) - (\lambda_{t\mu}^f + \lambda_0) N_{t\mu}(t) \quad (10)$$

$$\frac{dN_{pp\mu}(t)}{dt} = \phi_0 C_p \lambda_{pp\mu} N_{\mu^{15}}(t) - \lambda_0 N_{pp\mu}(t) \quad (11)$$

در این معادله‌ها،  $\phi_0$  چگالی تعداد ذرات برحسب چگالی هیدروژن مایع (LHD) برای محیط H/T و  $C_t$  و  $C_p$ ، به ترتیب، کسر غلظت تریتم و پروتون در لایه‌ی H/T هستند.  $N_{\mu}(t)$  چگالی میون،  $N_{\mu^{15}}(t)$  چگالی اتم  $\mu p$  در حالت پایه،  $N_{p\mu}(t)$  چگالی اتم  $\mu t$  در حالت پایه، چگالی مولکول  $pt\mu$ ،  $N_{t\mu}(t)$  چگالی مولکول  $tt\mu$  و  $N_{pp\mu}(t)$  چگالی مولکول  $pp\mu$  است.  $\lambda_0$  و  $\lambda_a$ ، به ترتیب، ثابت واپاشی میون و آهنگ تشکیل اتم میونی،  $\lambda_{t\mu}^f$  آهنگ هم‌جوشی در مولکول  $tt\mu$  و  $\lambda_{p\mu}^f$  آهنگ هم‌جوشی در مولکول  $pt\mu$  هستند.  $\lambda_{pp\mu}$  و  $\lambda_{t\mu}$  و  $\lambda_{p\mu}$  نیز، به ترتیب، آهنگ‌های تشکیل غیر تشدید میون مولکول‌های میونی  $pp\mu$  و  $tt\mu$  و  $pt\mu$  هستند.

جمعیت اتم‌های  $\mu t$  که از طریق انتقال از اتم‌های  $\mu p$  به وجود می‌آیند ( $N_{\mu t}^{transfer}(t)$ ) نیز چنین حساب شده است

$$\frac{dN_{\mu t}^{transfer}(t)}{dt} = \phi_0 \lambda_{pt} C_t N_{\mu p}(t) - \lambda_0 N_{\mu t}^{transfer}(t) \quad (12)$$

چون جمعیت اتم‌های  $\mu t$  تشکیل شده به طور مستقیم (گیراندازی میون توسط تریتم) خیلی کم‌تر از جمعیت اتم‌های  $\mu t$  تولید شده از طریق انتقال است، و هم‌چنین اتم‌های  $\mu t$  مستقیماً تشکیل شده، انرژی لازم برای خروج از لایه‌ی H/T را ندارند، پس با تقریب خوبی می‌توان اتم‌های  $\mu t$  تولید شده از طریق انتقال را چشمه‌ی اتم‌های خروجی از لایه‌ی H/T در نظر گرفت. قدرت متوسط چشمه‌ی اتم‌های  $\mu t$ ،  $S_{\mu t}$ ، به صورت کل جمعیت خروجی اتم‌های  $\mu t$  از لایه‌ی اول تقسیم بر زمان  $T_0$  تعریف می‌شود

که در آن  $n$  عدد کوانتومی اصلی مربوط به حالت برانگیزش اتم میونی است. آهنگ تقریبی انتقال ایزوتوپی  $\sim 10^{-1}$  s<sup>-1</sup> است [۱۲]. انرژی جنبشی اتم‌های  $\mu t$  می‌تواند تا حدودی به وسیله‌ی ضخامت متفاوت لایه‌ی H/T کنترل شود.

چون تشکیل مولکول  $\mu pp$  با انتقال میون از هیدروژن به تریتم رقابت می‌کند، به منظور جلوگیری از گیراندازی میون‌ها در حالت‌های  $\mu pp$ ، کسر تریتم باید مطابق با تخمین زیر انتخاب شود

$$N_{\mu p} \phi C_t \lambda_{pt} \geq N_{\mu p} \phi C_p \lambda_{pp\mu} \quad (4)$$

که در آن  $N_{\mu p}$  چگالی اتم‌های  $\mu p$ ،  $C_t$  و  $C_p$ ، به ترتیب، کسر تریتم و پروتون،  $\phi$  چگالی محیط برحسب چگالی هیدروژن مایع (LHD) <sup>(۸)</sup>،  $\lambda_{pt}$  و  $\lambda_{pp\mu}$ ، به ترتیب، آهنگ تشکیل مولکول  $\mu pp$  و انتقال ایزوتوپی میون هستند. بنابراین،

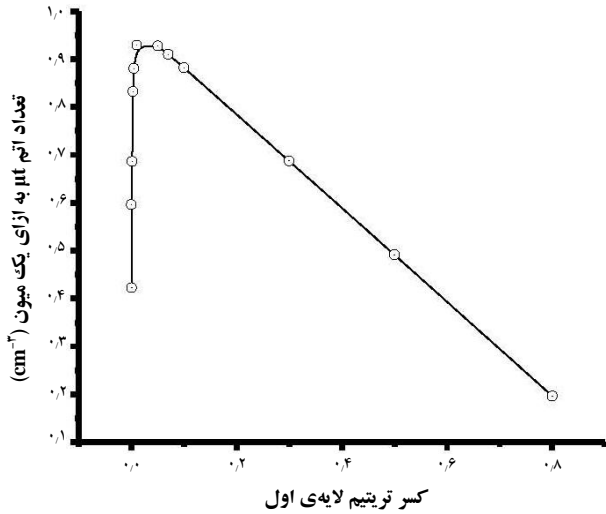
$$C_t \geq \frac{C_p \lambda_{pp\mu}}{\lambda_{pt}} \approx 0.4 \times 10^{-3} \quad (5)$$

انتظار می‌رود گسیل اتم‌های  $\mu t$  با افزایش مقدار تریتم افزایش یافته و بازده در  $C_t = 10^{-3}$  به اشباع نزدیک شود. دلیل رسیدن به حالت اشباع در  $C_t$ ‌های بزرگ‌تر را می‌توان به دو عامل: (۱) کم شدن اثر رامسائور-تاوینزد در اثر افزایش مقدار تریتم و (۲) افزایش تشکیل مستقیم اتم‌های  $\mu t$  با انرژی پایین که امکان خروج از لایه‌ی تولید را ندارند، نسبت داد. با افزایش ضخامت لایه‌ی تولید به علت توقف بیش‌تر میون‌ها و نیز تشکیل مولکول‌های  $pt\mu$ ، تعداد اتم‌های  $\mu t$  خروجی کاهش یافته و در نتیجه بازده افت پیدا می‌کند.

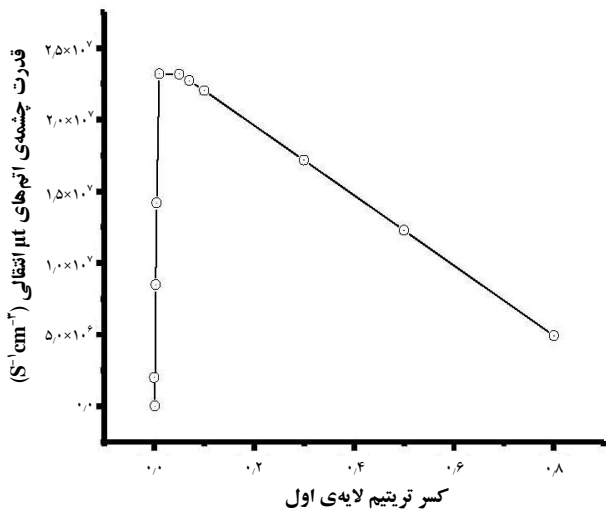
برای بررسی دقیق این موضوع، معادله‌های حاکم بر چگالی لحظه‌ای اتم‌ها و مولکول‌های میونی در لایه‌ی H/T براساس آهنگ مصرف یا تولید هر ذره [۱۵، ۱] این است

$$\frac{dN_{\mu}(t)}{dt} = -(\lambda_0 + \lambda_a \phi_0) N_{\mu}(t) \quad (6)$$

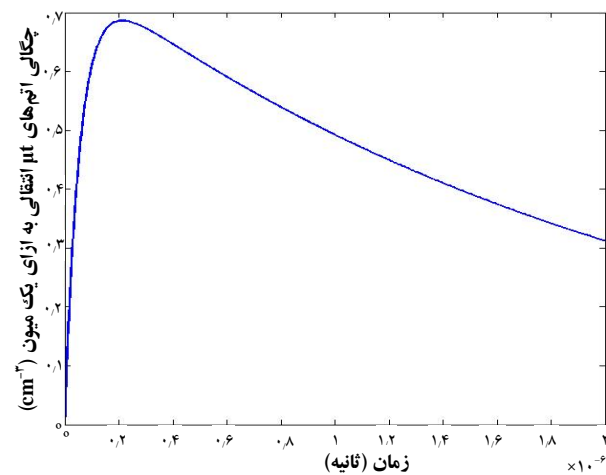
$$\frac{dN_{\mu^{15}}(t)}{dt} = -\lambda_0 N_{\mu^{15}}(t) - \phi_0 C_t \lambda_{pt} N_{\mu^{15}}(t) + \phi_0 C_p \lambda_a N_{\mu}(t) - \phi_0 C_p \lambda_{pp\mu} N_{\mu^{15}}(t) \quad (7)$$



شکل ۳. چگالی اتم‌های  $\mu t$  ناشی از انتقال در لایه‌ی تولید H/T جامد برحسب کسر ترتیم لایه‌ی تولید به ازای یک میون ورودی.



شکل ۴. قدرت چشمه‌ی اتم‌های  $\mu t$  در لایه‌ی تولید H/T جامد برحسب کسر ترتیم لایه‌ی تولید به ازای یک میون ورودی.



شکل ۵. چگالی اتم‌های  $\mu t$  انتقالی در لایه‌ی تولید H/T جامد برحسب زمان در کسر ترتیم لایه‌ی اول ۰/۰۰۱۲.

$$S_{\mu t} = \frac{N_{\mu t}^{\text{transfer}}(t = T_0)}{T_0} \quad (13)$$

که در آن  $T_0$  زمانی است که آهنگ تشکیل  $\mu t$  ها،  $\frac{dN_{\mu t}^{\text{transfer}}}{dt}$  به صفر می‌رسد.

با در نظر گرفتن چشمه‌ی  $\mu t$  به صورت معادله‌ی (۱۳) در واقع قدرت متوسطی برای چشمه‌ی اتم‌های  $\mu t$  خروجی از لایه H/T در نظر گرفته می‌شود. پس از حل معادله‌های (۶) تا (۱۳)، به کمک روش رانگ-کوتای مرتبه‌ی ۴ با نرم‌افزار MATLAB با شرایط اولیه که در آن همه‌ی چگالی‌ها در لحظه‌ی  $t=0$ ، صفر هستند به جز  $N_{\mu}(t=0)=1$ ،  $N_{\mu t}^{\text{transfer}}(t)$  و  $S_{\mu t}$  محاسبه شدند. شکل‌های ۳ و ۴، به ترتیب، تغییرات چگالی اتم‌های  $\mu t$  خروجی از لایه‌ی H/T، که به عنوان لایه‌ی اول از آن نام برده می‌شود، و قدرت چشمه را برحسب کسر ترتیم نشان می‌دهند. در این محاسبات،  $\phi_0 = 1/2 \text{LHD}$  در نظر گرفته شد. همان‌طور که مشاهده می‌شود جمعیت اتم‌های  $\mu t$  خروجی در حالت جامد تقریباً در کسر ۰/۰۱ ترتیم لایه‌ی اول به بیشینه مقدار خود می‌رسد. چشمه‌ی اتم‌های  $\mu t$  بعداً در محیط‌های چند لایه‌ای برای تشکیل مولکول  $dt\mu$  و انجام هم‌جوشی مورد استفاده قرار گرفت. در ادامه تغییرات زمانی اتم‌های  $\mu t$  ناشی از انتقال در لایه‌ی H/T جامد مورد بررسی قرار گرفت. نمودار تغییرات زمانی اتم‌های  $\mu t$  ناشی از انتقال در لایه‌ی اول برای کسر ترتیم ۰/۰۰۱۲، که کسر ترتیم در نظر گرفته شده در مرجع ۱۲ است، در شکل ۵ و برای کسر ترتیم ۰/۰۱ که بیشینه  $\mu t$  خروجی را به ما می‌دهد در شکل ۶ نشان داده شده است.

شکل ۵ نشان می‌دهد که برای کسر ترتیم ۰/۰۰۱۲ حدود ۷۰ درصد اتم‌های  $\mu t$  انتقالی هستند که با نتایج شبیه‌سازی مونت کارلو در این چگالی [۹] و محاسبات نظری [۱۰] و نتایج تجربی [۶، ۸] در توافق است. در این مقاله نشان داده شد که حداکثر اتم‌های  $\mu t$  انتقالی می‌تواند به حدود ۹۰ درصد برسد که برای کسر ۰/۰۱ ترتیم در لایه‌ی اول حاصل می‌شود (شکل ۶).



$$\frac{dN_{\mu}^d(t)}{dt} = -(\lambda_o + \lambda_a \phi) N_{\mu}^d(t) + \lambda_{dt\mu}^f N_{dt\mu}^d(t)(1 - \omega_s^{eff}) + \lambda_{dd\mu}^f N_{dd\mu}^d(t)(1 - \omega_{\Delta} \omega_{dd}) \quad (15)$$

$$\frac{dN_{\mu ds}^d(t)}{dt} = -\lambda_o N_{\mu ds}^d(t) - C_d \phi \tilde{\lambda}_{dd\mu}^{r/\gamma} N_{\mu ds}^d(t) + \frac{2}{3} \phi \lambda_a C_d N_{\mu}^d(t) - \phi C_d \tilde{\lambda}_{\mu d}^{r/\gamma, \gamma} N_{\mu ds}^d(t) \quad (16)$$

$$\frac{dN_{dd\mu}^d(t)}{dt} = \phi C_d \tilde{\lambda}_{dd\mu}^{r/\gamma} N_{\mu ds}^d(t) - (\lambda_{dd\mu}^f + \lambda_o) N_{dd\mu}^d(t) \quad (17)$$

$$\frac{dN_{dt\mu}^d(t)}{dt} = \phi (\gamma \lambda_{dt\mu}^{non} + \gamma \tilde{\lambda}_{dt\mu}^{res} (\gamma, \delta)) N_{\mu}^{tr}(t) - (\lambda_{dt\mu}^f + \lambda_o) N_{dt\mu}^d(t) \quad (18)$$

$$\frac{dX_c^d(t)}{dt} = \lambda_{dt\mu}^f N_{dt\mu}^d(t) + \lambda_{dd\mu}^d N_{dd\mu}^d(t) \quad (19)$$

که پارامترهای آن در ادامه تعریف شده‌اند. هم‌چنین معادله‌ها برای لایه سوم (DT) چنین به دست می‌آیند

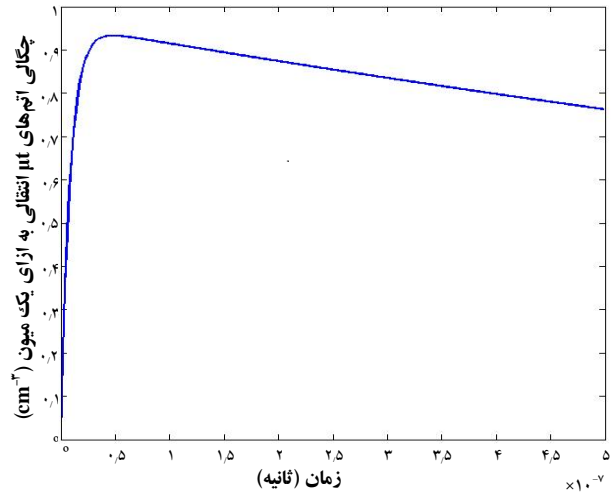
$$\frac{dN_{\mu t}^{tr}(t)}{dt} = \left(\frac{Y_d}{Y_o}\right) S_{\mu t} - \phi C_t \lambda_{t\mu} N_{\mu t}^{tr}(t) - \phi C_d \lambda_{dt\mu}^{res} N_{\mu t}^{tr}(t) - \lambda_o N_{\mu t}^{tr}(t) \quad (20)$$

$$\frac{dN_{\mu ds}^{r/\gamma}(t)}{dt} = -(C_d \phi \tilde{\lambda}_{dd\mu}^{r/\gamma} + C_t \phi \lambda_{dt} + C_d \phi \tilde{\lambda}_{\mu d}^{r/\gamma, \gamma} + \lambda_o) N_{\mu ds}^{r/\gamma}(t) + \frac{2}{3} C_d q_{\gamma s} \phi \lambda_a N_{\mu}(t) \quad (21)$$

$$\frac{dN_{\mu ds}^{\gamma}(t)}{dt} = -(\lambda_o + C_t \phi \lambda_{dt} + C_d \phi \tilde{\lambda}_{dd\mu}^{\gamma}) N_{\mu ds}^{\gamma}(t) + C_d \phi \tilde{\lambda}_{\mu d}^{r/\gamma, \gamma} N_{\mu ds}^{r/\gamma}(t) + \frac{1}{3} C_d q_{\gamma s} \phi \lambda_a N_{\mu}(t) \quad (22)$$

$$\frac{dN_{\mu ts}^{F=1}(t)}{dt} = -(\lambda_o + C_d \phi \lambda_{dt\mu}^1 + C_t \phi \lambda_{\mu t} + \lambda_{\mu t}^{\lambda_o} C_t \phi) N_{\mu ts}^{F=1}(t) + \frac{3}{4} C_t \phi \lambda_a N_{\mu}(t) + \frac{3}{4} C_t \phi \lambda_{dt} (N_{\mu ds}^{\gamma}(t) + N_{\mu ds}^{r/\gamma}(t)) + \frac{3}{4} (1 - q_{\gamma s}) C_d \phi \lambda_a N_{\mu}(t) \quad (23)$$

$$\frac{dN_{\mu ts}^{F=0}(t)}{dt} = -(\lambda_o + C_d \phi \lambda_{dt\mu}^0 + C_t \phi \lambda_{\mu t}) N_{\mu ts}^{F=0}(t) + \frac{1}{4} C_t \phi \lambda_a N_{\mu}(t) + \lambda_{\mu t}^{\lambda_o} C_t \phi N_{\mu ts}^{F=1}(t) + \frac{1}{4} C_t \phi \lambda_{dt} (N_{\mu ds}^{\gamma}(t) + N_{\mu ds}^{r/\gamma}(t)) + \frac{1}{4} (1 - q_{\gamma s}) C_d \phi \lambda_a N_{\mu}(t) \quad (24)$$



شکل ۶. چگالی اتم‌های  $\mu$  انتقالی در لایه‌ی تولید H/T جامد برحسب زمان در کسر ترتیم لایه‌ی اول ۰/۰۱.

### ۳. هم‌جوشی کاتالیزور میونی در محیط جامد دولایه‌ای و سه‌لایه‌ای

یکی از پیشنهادها برای افزایش بهره‌ی هم‌جوشی کاتالیزور میونی استفاده از محیط‌های چند لایه‌ای جامد است. در آرایش سه‌لایه‌ای پیشنهاد شده در مرجع‌های ۱۲، ۱۳ و ۱۶، یک لایه‌ی  $D_2$  و یک لایه‌ی DT در کنار لایه‌ی HT قرار می‌گیرد که آن را با نشان می‌دهیم. در این آرایش چگالی لایه‌ی اول (HT) برابر  $LHD = 1/2 \phi_o$  و چگالی لایه‌ی کندساز ( $D_2$ ) و لایه‌ی هم‌جوشی (DT) برابر  $LHD = 1/43 \phi_o$  است. در این مقاله سعی شده است سیستم معادله‌های حاکم بر این مسئله دقیق‌تر و کامل‌تر نوشته و حل شود تا در نهایت ضمن ارایه‌ی نتایج، شرایط بهینه برای انجام هم‌جوشی در محیط‌های چند لایه‌ای به دست آید. برای روشن شدن این موضوع ابتدا معادله‌های آرایش سه‌لایه‌ای و بعد دولایه‌ای حل و در نهایت با حالت تک‌لایه‌ای مقایسه شده‌اند.

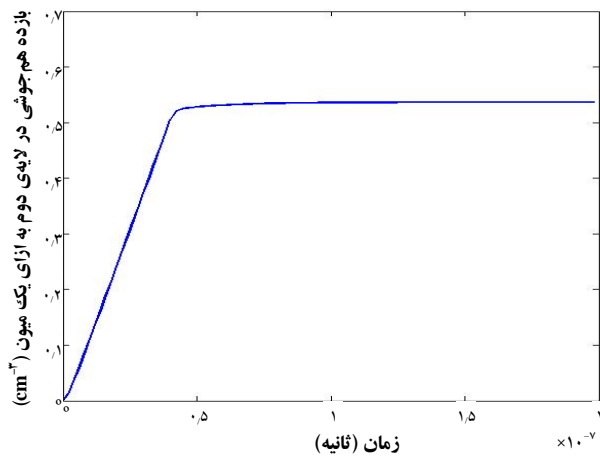
معادله‌های سینتیکی لایه‌ی  $D_2$  براساس تولید یا مصرف اتم‌ها و مولکول‌های میونی، و استدلال‌های فیزیکی پیش از این ارایه شده در مرجع‌های ۱ و ۱۵، برحسب آهنگ فرایندها ( $\lambda$ )، مقدار غلظت (C) و چگالی ذرات (N) چنین نوشته می‌شوند

$$\frac{dN_{\mu ts}^{tr}(t)}{dt} = \left(1 - \frac{Y_d}{Y_o}\right) S_{\mu t} - \phi_o (\gamma \lambda_{dt\mu}^{non} + \gamma \tilde{\lambda}_{dt\mu}^{res} (\gamma, \delta)) N_{\mu ts}^{tr}(t) - \lambda_o N_{\mu ts}^{tr}(t) \quad (14)$$



و  $N_{dt\mu}(t)$ ،  $N_{tt\mu}(t)$ ،  $N_{dd\mu}(t)$ ،  $N_{\mu t s}^{F=0}(t)$ ،  $N_{\mu t s}^{F=1}(t)$ ،  $N_{\mu d s}^{1/2}(t)$  و  $X_c(t)$ ، به ترتیب، چگالی میون، چگالی اتم  $\mu d$  با اسپین  $\frac{3}{2}$ ، چگالی اتم  $\mu d$  با اسپین  $\frac{1}{2}$ ، چگالی اتم  $\mu t$  با اسپین ۱، چگالی اتم  $\mu t$  با اسپین ۰، چگالی مولکول  $dd\mu$ ، چگالی مولکول  $dt\mu$ ، چگالی مولکول  $dt\mu$  و بازده هم‌جوشی است.  $q_{1s}$  نیز احتمال رسیدن اتم میونی به حالت پایه است. هم‌چنین  $C_p$ ،  $C_d$ ،  $C_t$ ، به ترتیب، کسر تریتم، دوتریم و پروتون در لایه‌ها است. لازم به ذکر است که تغییرات  $C_p$ ،  $C_d$ ،  $C_t$  در طی چرخه بسیار ناچیز است و می‌توان معادله‌های سینتیکی را خطی در نظر گرفت [۱، ۱۵]. در این مقاله برای در نظر گرفتن اتم‌های  $\mu t$  ناشی از لایه‌ی اول، که به عنوان چشمه‌ی اتم‌های  $\mu t$  عمل می‌کند، معادله‌های (۱۴) و (۲۰)، به ترتیب، در سیستم معادله‌های لایه‌ی دوم و لایه‌ی سوم در نظر گرفته شده‌اند. از طرفی انتقال میونی اتم‌های  $\mu d$  به اتم‌های  $\mu t$  می‌تواند از ترازهای برانگیخته‌ی اتم‌های  $\mu d$  هم رخ دهد، پس باید سهم این جملات را متناسب با نسبت اسپینی و تعریف پارامتر  $q_{1s}$  برای اتم  $N_{\mu t}$  وارد کرد. برای این منظور در رابطه‌های (۲۳) و (۲۴) جمله‌های آخر اضافه شده است.

شرایط اولیه برای حل دستگاه معادله‌های دیفرانسیل حاکم بر چرخه‌ی هم‌جوشی کاتالیزور میونی سه لایه‌ای  $HT/D_2/DT$ ، در لایه‌ی  $D_2$  و لایه‌ی  $DT$  به صورت  $N_{(j)}^{(i)}(t=0) = 0$  در نظر گرفته شدند. آهنگ‌های مورد نیاز از مرجع‌های ۱، ۱۰، ۱۲، ۱۵، ۱۷ و مقادیر  $q_{1s}$  از مرجع ۱۸ استخراج شدند. از حل معادله‌های لایه‌ی  $D_2$  یعنی، معادله‌های (۱۴) تا (۱۹)، منحنی‌های بازده  $(X_c)$ ، و چگالی اتم‌های  $dt\mu$ ،  $N_{dt\mu}(t)$  برحسب زمان، به ترتیب، شکل‌های ۷ و ۸ به دست آمد.



شکل ۷. بازده هم‌جوشی  $(X_c)$  برحسب زمان در لایه‌ی جامد دوم ( $D_2$ )، به ازای یک میون ورودی به لایه‌ی اول برای کسر تریتم لایه اول ۰.۰۱.

$$\frac{dN_{\mu}}{dt} = -(\lambda_o + \lambda_a \phi)N_{\mu}(t) + \lambda_{dt\mu}^f(1 - \omega_s^{eff})N_{dt\mu}(t) + \lambda_{dd\mu}^f(1 - \omega_{dd})N_{dd\mu}(t) + \lambda_{tt\mu}^f(1 - \omega_{tt})N_{tt\mu}(t) \quad (25)$$

$$\frac{dN_{dd\mu}(t)}{dt} = C_d \phi \tilde{\lambda}_{dd\mu}^{r/2} N_{\mu d s}^{r/2}(t) + C_d \phi \tilde{\lambda}_{dd\mu}^{1/2} N_{\mu d s}^{1/2} - (\lambda_{dd\mu}^f + \lambda_o)N_{dd\mu}(t) \quad (26)$$

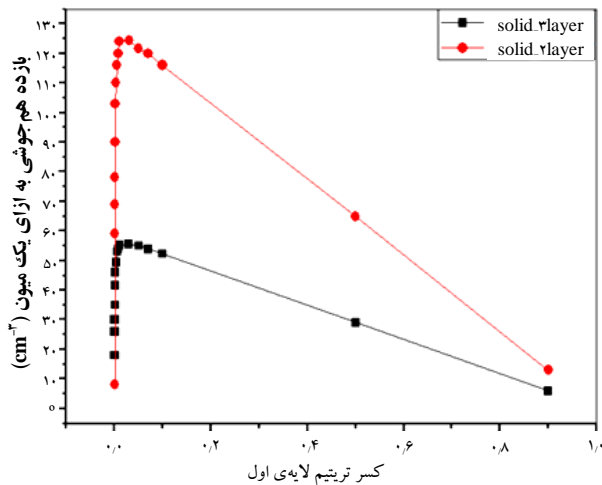
$$\frac{dN_{tt\mu}(t)}{dt} = C_t \phi \lambda_{tt\mu} (N_{\mu t s}^{F=0}(t) + N_{\mu t s}^{F=1}(t) + N_{\mu t s}^{tr}(t)) - (\lambda_{tt\mu}^f + \lambda_o)N_{tt\mu}(t) \quad (27)$$

$$\frac{dN_{dt\mu}(t)}{dt} = C_d \phi \lambda_{dt\mu}^{res} N_{\mu t}^{tr}(t) + C_d \phi \lambda_{dt\mu}^1 N_{\mu t s}^{F=1} + C_d \phi \lambda_{dt\mu}^0 N_{\mu t s}^{F=0} - (\lambda_{dt\mu}^f + \lambda_o)N_{dt\mu}(t) \quad (28)$$

$$\frac{dX_c(t)}{dt} = \lambda_{dt\mu}^f N_{dt\mu}(t) + \lambda_{dd\mu}^f N_{dd\mu}(t) + \lambda_{tt\mu}^f N_{tt\mu}(t) \quad (29)$$

در این معادله‌ها،  $\tilde{\lambda}_{dt\mu}$  آهنگ تشکیل مولکول مؤثر در برخورد اتم  $\mu t$  با مولکول  $D_2$  است. نسبت  $Y_d / Y_o$  احتمال گسیل اتم‌های  $\mu t$  با انرژی میانگین  $2.7eV$  از سطح کندساز با ضخامت  $d$  است.  $f^{non}$  کسری از اتم‌های  $\mu t$  هستند که در تشدید شرکت نمی‌کنند.  $\lambda_o$  و  $\lambda_a$ ، به ترتیب، ثابت واپاشی میون و آهنگ تشکیل اتم میونی هستند.  $\lambda_{x\mu}^f(x = d, t)$  و  $\lambda_{y\mu}^f(y = p, d)$  به ترتیب، آهنگ‌های هم‌جوشی متقارن و نامتقارن سه جسمی هستند.  $\tilde{\lambda}_{dd\mu}^{r/2}$  و  $\tilde{\lambda}_{dd\mu}^{1/2}$  آهنگ تشکیل مولکول میونی  $(dd\mu)^{r/2}$  و  $(dd\mu)^{1/2}$  و تلنگر اسپین<sup>(۹)</sup> از  $3/2$  به  $1/2$  در دوتریم جامد هستند.  $\lambda_{p\mu}$ ،  $\lambda_{dt\mu}$ ،  $\lambda_{tt\mu}$ ،  $\lambda_{pp\mu}$  نیز آهنگ‌های تشکیل غیرتشدید میون مولکول‌های میونی هستند.  $\phi$ ، چگالی تعداد ذرات برحسب واحد LHD برای محیط‌های  $D_2$  و  $DT$  است.  $N_{\mu t s}^{tr}(t)$  چگالی اتم‌های  $\mu t$  انتقالی در حالت پایه و  $S_{\mu t}$  قدرت چشمه‌ی اتم  $\mu t$  است. برای لایه‌ی  $D_2$ ،  $N_{\mu}^d(t)$ ،  $N_{\mu}^d(t)$ ،  $N_{\mu d s}^{d,r/2}(t)$ ،  $N_{\mu d s}^{d,1/2}(t)$  و  $X_c^d(t)$ ، به ترتیب، چگالی میون، چگالی مولکول  $dt\mu$ ، چگالی مولکول  $dd\mu$ ، چگالی اتم  $\mu d$  با اسپین  $\frac{3}{2}$ ، بازده هم‌جوشی و برای لایه  $DT$ ،  $N_{\mu d s}^{r/2}(t)$ ،  $N_{\mu}$ ،  $DT$



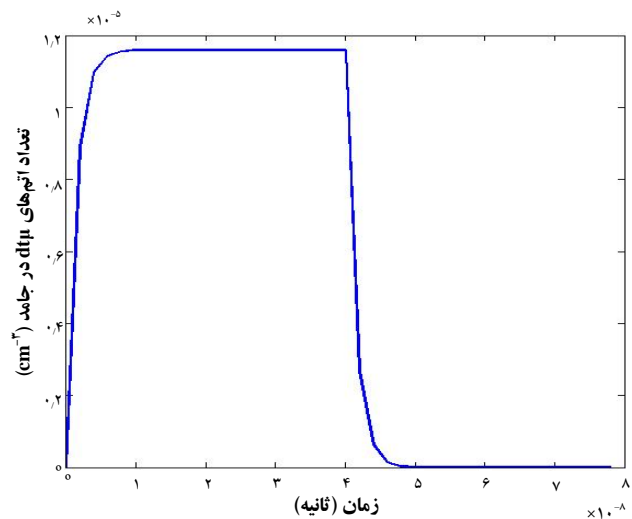


**شکل ۹.** بازده بیشینه‌ی هم‌جوشی در لایه هم‌جوشی  $DT (X_c)$  در آرایش سه‌لایه‌ای جامد (■) و دولایه‌ای جامد (●) برحسب کسر ترتیم در لایه اول ( $C_{1,1}$ ).

تقریباً  $0.1$ ، بهره‌ی هم‌جوشی در لایه‌ی سوم بیشینه است. خاطر نشان می‌شود که ضخامت‌های لایه‌های تولید  $HT$ ، لایه‌ی کندساز  $D_2$ ، و لایه‌ی  $DT$ ، به ترتیب،  $800$ ،  $5$  و  $1 \mu m$  در نظر گرفته شد [۸، ۹، ۱۲، ۱۷]. دلیل انتخاب این ضخامت‌ها مربوط به پویای آزاد میون و اتم  $\mu t$  بوده است، تا میون بتواند در لایه‌ی اول متوقف شده و تشکیل اتم  $\mu p$  و  $\mu t$  دهد و سپس اتم  $\mu t$  بتواند در لایه‌ی دوم کند شده و در لایه‌ی سوم متوقف و وارد چرخه‌ی هم‌جوشی کاتالیزور میونی شود. علاوه بر این، با این انتخاب، مقایسه با نتایج دیگران نیز امکان‌پذیر شد.

محاسبه‌ها برای یک آرایش دو لایه‌ای  $HT/DT$  تکرار شد که نتایج آن در شکل ۹ نشان داده شده است. در صورتی که به جای سه‌لایه‌ی جامد  $HT/D_2/DT$ ، دولایه‌ی جامد به کار رود که در آن به جای لایه‌ی  $D_2$  از ماده‌ی کندسازی برای اتم‌های  $\mu t$  استفاده شود که در آن فرایند تشکیل مولکول میونی اتفاق نیفتد، همه‌ی اتم‌های  $\mu t$  به لایه‌ی  $DT$ ، که همان لایه‌ی هم‌جوشی است، می‌رسند و بنابراین کسر  $Y_d/Y_0$  برابر ۱ می‌شود. در لایه‌ی  $DT$ ، بازده هم‌جوشی به ازای ورود یک میون چنین به دست می‌آید

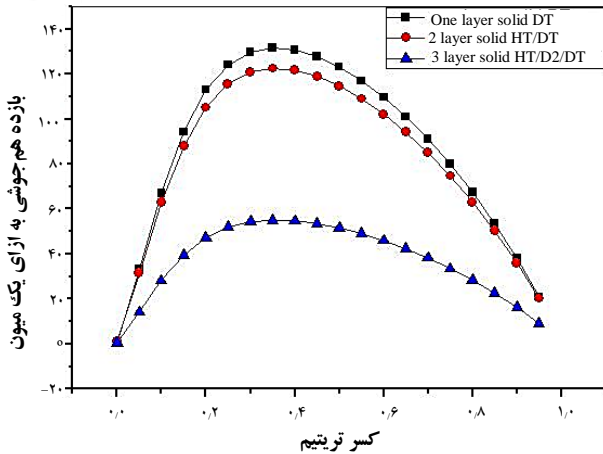
$$X_c = \frac{\int_0^{\tau+\tau_{\mu}} \lambda_{\mu dt} N_{\mu dt}(t) dt}{\int_0^{\tau} S_{\mu}(t) dt} \quad (30)$$



**شکل ۸.** چگالی اتم‌های  $dt\mu$  در لایه‌ی جامد دوم ( $D_2$ )، به ازای یک میون ورودی به لایه‌ی اول برای کسر ترتیم لایه‌ی اول  $0.1$ .

همان‌طور که مشاهده می‌شود، علاوه بر این که تعداد هم‌جوشی در لایه‌ی دوم بسیار کم است، مولکول‌های  $dt\mu$  نیز فقط در لحظه‌ی اول ورود اتم  $\mu t$  به آن تشکیل می‌شوند. این رفتار ناشی از این واقعیت است که پس از آزاد شدن میون در لایه‌ی  $D_2$ ، چرخه‌ی هم‌جوشی کاتالیزور میونی در  $dd\mu$  ادامه می‌یابد که آهنگ آن خیلی پایین است. سپس برای محیط سه‌لایه‌ای جامد  $HT/D_2/DT$ ، ابتدا خروجی اتم‌های  $\mu t$  از لایه‌ی  $HT$  به عنوان چشمه‌ی اتم‌های  $\mu t$  برای لایه‌ی دوم محاسبه شد و با حل معادله‌ها در لایه‌ی دوم چشمه‌ی اتم‌های  $\mu t$  برای لایه‌ی سوم به دست آمد. در این حالت اتم‌های  $\mu t$  در عبور از لایه‌ی  $D_2$ ، کند شده و بخشی از آن‌ها از این لایه خارج شده و به لایه‌ی هم‌جوشی  $DT$  می‌رسند. طبق مرجع ۱۹، کسر  $Y_d/Y_0$  برابر  $0.45$  می‌شود و  $55\%$  اتم‌های  $\mu t$  ورودی، در لایه‌ی کندساز  $D_2$  می‌مانند و برهم‌کنش‌هایی مثل تشکیل مولکول و غیره انجام می‌دهند. در نهایت با حل چرخه‌ی هم‌جوشی کاتالیزور میونی در لایه‌ی سوم که در آن شروع چرخه براساس چشمه‌ی اتم‌های  $\mu t$  است، بهره‌ی هم‌جوشی به صورت تابعی از کسر ترتیم در لایه‌ی سوم ( $C_{1,3}$ ) محاسبه شد.

لازم به ذکر است که هم‌جوشی در لایه‌ی سوم می‌تواند تابعی از کسر ترتیم در لایه‌ی اول نیز باشد، زیرا چگالی اتم‌های  $\mu t$  رسیده به لایه‌ی سوم، تابعی از انتقال میونی اتم‌های  $\mu p$  به  $\mu t$  در لایه‌ی اول است (شکل ۹). مشاهده می‌شود که در کسر ترتیم



**شکل ۱۰.** بازده هم‌جوشی،  $X_c$ ، در لایه‌ی DT به ازای یک میون ورودی به لایه‌ی اول در ساختارهای تک‌لایه‌ای (■)، دولایه‌ای (●) و سه‌لایه‌ای (▲) برای کسر تریتم  $0.1$ .

#### ۴. آرایش چند لایه‌ای کروی

برای افزایش بازده هم‌جوشی، پیش از این در مرجع ۱۰ لایه‌های جامد متناوب HT و  $D_2$  به صورت تیغه‌ای مطرح شده است. در این بخش ضمن تکمیل این پیشنهاد، از نتایج کار حاضر در محاسبه‌ی چشمه‌ی اتم‌های  $\mu\text{t}$ ، استفاده شده است. ساختار پیشنهادی در مقاله‌ی حاضر از لایه‌های نازک کروی HT جامد و  $D_2$  جامد تشکیل شده است که در آن به تناوب لایه‌های HT و  $D_2$  جامد تکرار می‌شوند، به طوری که در هر لایه‌ی HT، اتم  $\mu\text{t}$  برای لایه‌ی بعدی  $D_2$  تولید می‌شود. شکل ۱۱ طرح‌واره‌ی آرایش پیشنهادی را نشان می‌دهد. در این ساختار لایه‌ی HT براساس محاسبه‌های قسمت‌های قبل با درصد کمی از تریتم (کسر تریتم  $0.1$ ) در نظر گرفته شده است. تا بتواند به عنوان چشمه‌ی تولید اتم‌های  $\mu\text{t}$  برای لایه‌ی  $D_2$  در حالت بهینه عمل کند. ضخامت این لایه مطابق محاسبه‌های قبلی  $800 \mu\text{m}$  در نظر گرفته شد. در این لایه ابتدا اتم‌های  $\mu\text{p}$  و سپس، اتم‌های  $\mu\text{t}$  انتقالی تشکیل می‌شوند که به واسطه‌ی اثر رامسانور-تاونزند از این لایه خارج می‌شوند. اتم‌های  $\mu\text{t}$  که به لایه‌ی  $D_2$  می‌رسند در برخورد با مولکول‌های  $D_2$  تشکیل مولکول  $\text{dt}\mu$  می‌دهند. در چرخه‌ی معمولی در مخلوط DT هم اتم‌های  $\mu\text{d}$  و هم اتم‌های  $\mu\text{t}$  تشکیل می‌شوند، در صورتی که برای تشکیل مولکول  $\text{dt}\mu$  که اساس هم‌جوشی کاتالیزور میونی است فقط نیاز به برخورد اتم‌های  $\mu\text{t}$  با مولکول‌های  $D_2$  یا DT است و شاخه‌ی تشکیل اتم  $\mu\text{d}$  در اصل از بازده چرخه می‌کاهد.

که در آن  $\tau$  همان  $T_0$  و  $\tau_{\mu} = 2.2 \mu\text{s}$  عمر متوسط میون است.  $X_{\mu\text{t}}$  که بازده هم‌جوشی کاتالیزور میونی به ازای یک  $\mu\text{t}$  ورودی به لایه‌ی تولید است از رابطه‌ی مشابه به دست می‌آید. در این صورت، مخرج که معادل  $N_{\mu\text{t}}^{\text{transfer}}(t = T_0)$  است، از حل معادله‌ی (۱۲) به دست خواهد آمد.

شکل ۹ نشان می‌دهد که در آرایش دولایه‌ای نیز بازده هم‌جوشی به ازای کسر تریتم  $0.1$  بیشینه است. دلیل آن بیشینه شدن چگالی اتم‌های  $\mu\text{t}$  لایه‌ی اول در این کسر تریتم است که در قسمت قبل به دست آمد.

برای مقایسه‌ی بازده هم‌جوشی،  $X_c$ ، در سه حالت تک‌لایه‌ای DT، دولایه‌ای HT/DT و سه‌لایه‌ای HT/ $D_2$ /DT، بازده هم‌جوشی به صورت تابعی از غلظت تریتم در لایه‌ی DT در شکل ۱۰ رسم شده است. مقایسه‌ی نمودار دولایه‌ای و سه‌لایه‌ای نشان می‌دهد که بیشینه‌ی هم‌جوشی در حالت سه‌لایه‌ای HT/ $D_2$ /DT حدود ۵۵ و در حالت دولایه‌ای HT/DT تقریباً ۱۲۱ و در حالت تک‌لایه‌ای DT حدود ۱۳۵ به ازای یک میون است. به عبارت دیگر پیشنهاد افزایش هم‌جوشی به وسیله‌ی ساختار سه‌لایه‌ای تأیید نمی‌شود. اگر حالت تک‌لایه‌ای جامد DT را نیز در نظر بگیریم که در لحظه‌ی صفر همه‌ی چگالی‌ها صفر باشند و تنها یک میون ورودی با انرژی مناسب داشته باشیم، می‌توان به طور مشابه منحنی بازده هم‌جوشی به ازای یک میون ورودی را برحسب مقدار تریتم در محیط DT به دست آورد. شکل ۱۰ این منحنی را همراه منحنی‌های مربوط به دولایه‌ای جامد HT/DT و سه‌لایه‌ای جامد HT/ $D_2$ /DT نشان می‌دهد. با مقایسه‌ی این منحنی‌ها متوجه می‌شویم که بازده بیشینه‌ی هم‌جوشی در تک‌لایه‌ای جامد DT بیش‌تر از دولایه‌ای جامد HT/DT و بازده بیشینه‌ی هم‌جوشی در دولایه‌ای HT/DT بیش‌تر از سه‌لایه‌ای جامد HT/ $D_2$ /DT است. بنابراین، این مقاله نشان می‌دهد که ساختار چندلایه‌ای بررسی شده در مرجع‌های ۱۲، ۱۳، ۱۶ پیشنهاد مناسبی برای افزایش بازده هم‌جوشی نیست.



هم‌جوشی کاتالیزور میونی‌ای طراحی شد که در آن تنها اتم  $\mu\text{t}$  نقش دارد. به این ترتیب، شاخه‌ی تشکیل  $\mu\text{d}$  در چرخه‌ی هم‌جوشی کاتالیزور میونی  $\mu\text{CF}$  در محیط  $\text{DT}$  حذف شد. شکل ساده‌ی این چرخه را می‌توان به صورت شکل ۱۲ ارایه کرد. معادله‌های سینتیکی مربوط به چرخه‌ی چند لایه‌ای کروی شکل ۱۲ چنین نوشته می‌شوند

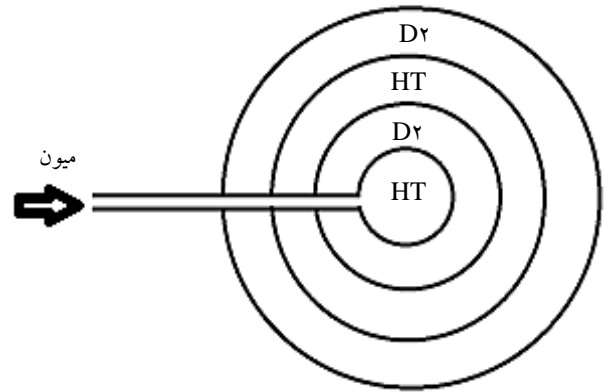
$$\frac{dN_{\text{dt}\mu}(t)}{dt} = \phi(\sigma_f \lambda_{\text{dt}\mu}^{\text{non}} + \sigma_f \tilde{\lambda}_{\text{dt}\mu}^{\text{res}}(1/5))N_{\mu\text{t}}(t) - (\lambda_{\text{dt}\mu}^f + \lambda_{\text{dt}\mu}^o)N_{\text{dt}\mu}(t) \quad (31)$$

$$\frac{dN_{\mu\text{t}}(t)}{dt} = -\phi(\sigma_f \lambda_{\text{dt}\mu}^{\text{non}} + \sigma_f \tilde{\lambda}_{\text{dt}\mu}^{\text{res}}(1/5))N_{\mu\text{t}} - \lambda_o N_{\mu\text{t}}(t) + \lambda_{\text{dt}\mu}^f (1 - \omega_s^{\text{eff}})N_{\text{dt}\mu} \quad (32)$$

$$\frac{dX_c(t)}{dt} = \lambda_{\text{dt}\mu}^f N_{\text{dt}\mu}(t) \quad (33)$$

محاسبه‌های مربوط به این آرایش برای زمانی برابر با عمر میون انجام شد. پیش‌بینی می‌شد که اگر این لایه‌های جامد به صورت لایه‌های کروی شکل ۱۱ در نظر گرفته شوند، چون امکان پخش‌شدگی در تمام زوایا وجود دارد، حتی اگر میون یا اتم میونی به لایه قبلی برگردد باز هم در چرخه‌ی هم‌جوشی باقی می‌ماند.

با حل معادله‌های (۳۱) تا (۳۳) تعداد هم‌جوشی به ازای یک میون ورودی ( $X_c$ ) محاسبه و در شکل ۱۳ نشان داده شد. حد بازده هم‌جوشی در این آرایش در زمان معادل عمر یک میون حدود ۱۷۰ هم‌جوشی به ازای یک میون ورودی است که بیش‌تر از بازده در آرایش‌های قبلی است. لازم به ذکر است که در مخلوط تک‌لایه‌ای  $\text{DT}$ ، بیشینه‌ی بازده ۱۳۵ در کسر ترتیم لایه‌ی سوم تقریباً ۰/۳۵ به دست آمد، در صورتی که در طراحی پیشنهادی، بازده ۱۷۰ با کسر ترتیم ۰/۰۱ به دست آمد. به این ترتیب در این طراحی، علاوه بر افزایش بازده هم‌جوشی کاتالیزور میونی  $\mu\text{CF}$ ، درصد بسیار کم ترتیم (که کم‌یاب است) کفایت می‌کند.



شکل ۱۱. آرایش پیشنهادی چند لایه‌ای کروی جامد شامل لایه‌های  $\text{HT}$  و  $\text{D}_2$  کروی متوالی.

مزیت این طراحی در آن است که با تولید اتم‌های  $\mu\text{t}$  در لایه  $\text{HT}$ ، تنها شاخه‌ی برخورد  $\mu\text{t}$  فعال نگه داشته شده و شاخه‌ی تشکیل اتم  $\mu\text{d}$  حذف می‌شود. پس از هم‌جوشی مولکول  $\text{dt}\mu$  در لایه  $\text{D}_2$ ، میون آزاد می‌شود یا به ذره‌ی  $\alpha$  حاصل از هم‌جوشی می‌چسبد. میون آزاد شده اگر در لایه  $\text{D}_2$  باقی بماند چرخه‌ی مولکول  $\text{dd}\mu$  که خیلی کند است و بازده را پایین می‌آورد تشکیل می‌شود. بنابراین پیشنهاد می‌شود این لایه دارای ضخامتی از مرتبه‌ی پویش آزاد متوسط میون‌های آزاد شده باشد که برای میون‌های با انرژی  $10\text{keV}$  (بعد از آزاد شدن از چرخه‌ی هم‌جوشی کاتالیزور میونی) کم‌تر از  $0.3\mu\text{m}$  به دست می‌آید. در این حالت میون به لایه بعدی  $\text{HT}$  یا لایه قبلی  $\text{HT}$  می‌رود و دوباره منجر به تولید اتم  $\mu\text{t}$  خواهد شد. شکل کروی پیشنهاد شده تضمین می‌کند که با احتمال زیاد اتم‌های میونی از لایه‌های  $\text{HT}$  خارج و به لایه  $\text{D}_2$  بعدی یا قبلی نفوذ کند. هم‌چنین میون‌های آزاد شده بعد از هم‌جوشی در لایه  $\text{D}_2$  در هر جهتی که حرکت کنند می‌توانند شانس بالایی در خروج از آن لایه و در رسیدن به لایه‌ی داخلی یا خارجی  $\text{HT}$  به دست آورند. این فرایند می‌تواند به تناوب در لایه‌های  $\text{HT}$  و  $\text{D}_2$  که پشت سر هم قرار گرفته‌اند تکرار شود.

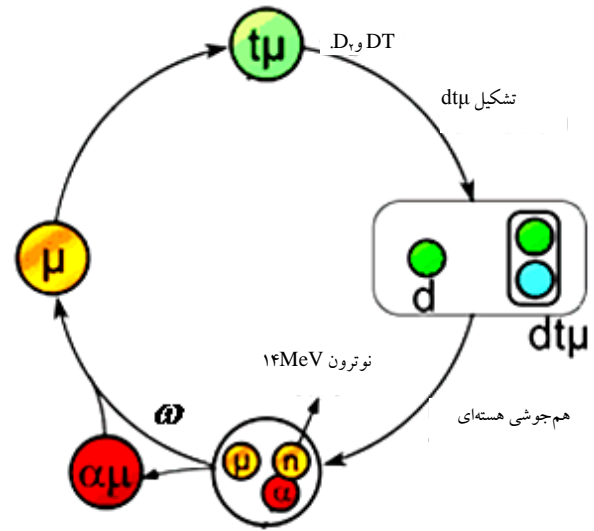
در صورت نیاز، کندساز، که در چرخه‌ی هم‌جوشی کاتالیزور میونی وارد نمی‌شود، در بین لایه‌ها استفاده می‌شود تا انرژی میون‌ها و اتم‌های  $\mu\text{t}$  را پایین آورد تا بتوانند در لایه‌ی بعدی، به ترتیب، وارد چرخه‌ی تشکیل اتم و چرخه هم‌جوشی شوند. بنابراین، با تکرار این فرایندها برای اتم‌های  $\mu\text{t}$ ، چرخه‌ی



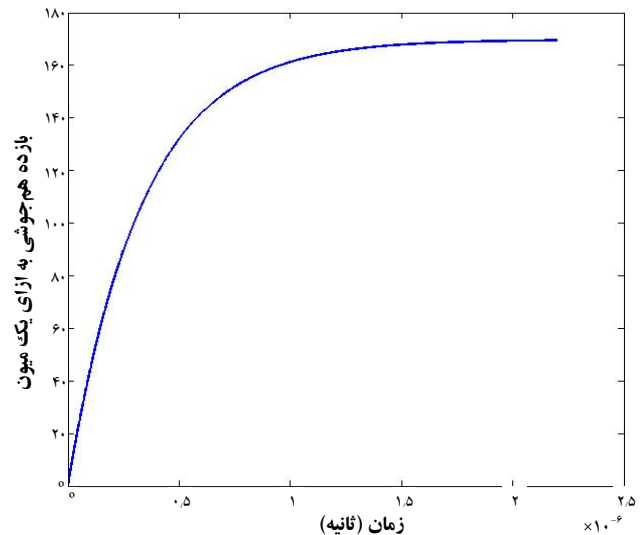
با مولکول  $D_2$  یا  $DT$  در محیط جامد، اهمیت دارد. با اصلاح معادله‌های سینتیکی حاکم بر لایه‌های  $D_2$  و  $DT$  و حل آن‌ها نتایج جالبی به دست آمد. از جمله این که سهم هم‌جوشی در لایه‌ی  $D_2$  کندساز در مقایسه با هم‌جوشی در لایه‌ی  $DT$  برخلاف نظر مطرح شده در مرجع ۲۰ بسیار کم بود که می‌توان از این سهم چشم‌پوشی کرد و عمده نقش لایه‌ی  $D_2$  را همان نقش کندسازی اتم‌های  $\mu\text{t}$  دانست. علت آن را می‌توان چنین توضیح داد که تنها در برخورد اول اتم  $\mu\text{t}$  با  $D_2$ ، احتمال تشکیل مولکول  $dt\mu$  زیاد است و پس از هم‌جوشی که میون آزاد می‌شود چرخه هم‌جوشی  $dd\mu$  که آهنگ آن خیلی کند است اتفاق می‌افتد.

هم‌چنین به علت این که هم‌جوشی در لایه‌ی سوم نیز می‌تواند تابعی از غلظت ترتیم در لایه‌ی اول باشد، بنابراین در کسر ترتیم در لایه‌ی اول ( $C_{t,1}$ )، بازده هم‌جوشی به ازای یک میون برحسب کسر ترتیم در لایه‌ی سوم ( $C_{t,3}$ ) رسم و مقدار بیشینه‌ی بهره محاسبه شد. مشاهده شد که مقدارهای بیشینه‌ی بازده به ازای تقریباً  $C_{t,1}=0.01$  و  $C_{t,3}=0.35$  به دست می‌آید. این محاسبات برای آرایش‌های مختلف سه‌لایه‌ای  $HT/D_2/DT$ ، دولایه‌ای  $HT/DT$  و تک‌لایه‌ای  $DT$  انجام و مشاهده شد که بازده هم‌جوشی در حالت دولایه‌ای بیش از سه‌لایه‌ای و در حالت تک‌لایه‌ای بیش از دولایه‌ای به دست می‌آید. بیشینه‌ی هم‌جوشی در حالت سه‌لایه‌ای جامد  $HT/D_2/DT$  حدود ۵۵، در حالت دولایه‌ای  $HT/DT$  تقریباً ۱۲۱ و در حالت تک‌لایه‌ای حدود ۱۳۵ هم‌جوشی به ازای یک میون به دست آمد. بنابراین، ساختار سه‌لایه‌ای نمی‌تواند باعث افزایش بازده هم‌جوشی شود.

براساس آرایش چند لایه‌ای ارایه شده در مرجع ۱۰، آرایشی کروی با شرایط خاص پیشنهاد شد که در آن بیشینه‌ی هم‌جوشی به ازای یک میون ورودی حدود ۱۷۰ محاسبه شد. این ساختار از لایه‌های نازک کروی متناوب  $HT$  و  $D_2$  تشکیل شده است. هر لایه‌ی  $HT$  دارای درصد بسیار کمی از ترتیم است ( $C_{t,1}=0.01$ ) که به عنوان چشمه‌ی  $\mu\text{t}$  برای لایه‌ی بعدی  $D_2$  عمل می‌کند. اتم‌های  $\mu\text{t}$  که به لایه‌ی  $D_2$  می‌رسند در برخورد با مولکول‌های  $D_2$  با آهنگ بالایی قبل از وارد شدن به چرخه‌ی  $\mu\text{dd}$  در لایه‌ی  $D_2$  تشکیل مولکول‌های  $dt\mu$  می‌دهند که در آن هم‌جوشی به سرعت انجام می‌شود. ضخامت لایه‌ی  $D_2$  باید به گونه‌ای تنظیم



شکل ۱۲. چرخه‌ی هم‌جوشی در طرح چند لایه‌ای جامد کروی شامل لایه‌های  $HT$  و  $D_2$  کروی متوالی.



شکل ۱۳. بازده ( $X_0$ ) هم‌جوشی در لایه‌های هم‌جوشی جامد  $D_2$  در طرح چند لایه‌ای کروی برحسب زمان.

#### ۴. نتایج

در بررسی چشمه‌ی اتم‌های  $\mu\text{t}$ ، مشاهده شد که مشابه دیگر مرجع‌ها، برای رسیدن به شار بیش‌تر اتم‌های  $\mu\text{t}$ ، کسر ترتیم در لایه‌ی  $HT$  باید خیلی کم باشد؛ مقدار بهینه‌ی آن بر خلاف مرجع‌های ۱۲ و ۲۰، ۰.۰۱ به دست آمد. با ورود میون به لایه‌های جامد  $HT$  از آن به عنوان چشمه‌ی اتم‌های  $\mu\text{t}$  استفاده می‌شود. محاسبه‌ی شار خروجی اتم‌های  $\mu\text{t}$  از این لایه در آزمایش‌های اندازه‌گیری سطح مقطع برخوردهای اتم‌های  $\mu\text{t}$  از جمله اندازه‌گیری آهنگ تشکیل مولکول  $dt\mu$  در برخورد اتم  $\mu\text{t}$



### مرجع‌ها

1. S.Z. Kalantari, V. Tahani, Investigation of Epithermal Molecular Formation and Hyperfine Interaction Effects on Kinetics of  $\mu\text{CF}$ , Hyperfine Interactions, 142 (2002) 627.
2. C. Egan, A Modified Approach to Muon-Catalyzed Fusion, Employing Helium-3 as Fule, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, Section B, 287 (2012) 103-108.
3. D.V. Balin, High Precision Study of Muon Catalyzed Fusion in  $\text{D}_2$  and HD Gas, Physics of Particles and Nuclei, 22 (2011) 185-214.
4. A. Adamczak, M.P. Faifman, Influence of Epithermal Muonic Molecule Formation on Kinetics of the  $\mu\text{CF}$  Processes in Deuterium, Hyperfine Interactions, 209 (2012) 63-68.
5. V.E. Markushin, Muonic Atoms and Muon Catalyzed Fusion in Inhomogeneous Mixtures of Hydrogen Isotopes, Hyperfine Interactions, 101/102 (1996) 155.
6. M.C. Fujiwara, Resonant Formation of  $\mu\text{dt}$  Molecules in Deuterium: An Atomic Beam Measurement of Muon Catalyzed dt Fusion, Phys. Rev. Lett. 85 (2000) 1642.
7. F. Mulhauser, Advantages and Limitations of Solid Layer Experiments in Muon Catalyzed Fusion, Hyperfine Interactions, 138 (2001) 4146.
8. F. Mulhauser, Ramsauer-Townsend Effect in Muonic Atom Scattering, Phys. Rev. A, 73 (2006) 034501.
9. V.E. Markushin, Muonic Atom Emission Into Vacuum from Inhomogeneous Mixtures of Hydrogen Isotopes and Kinetics of Muon Catalyzed Fusion in Multilayered Target Systems, PSI-PR-94-38 (1994).
10. M.R. Eskandari, K. Shirazi, Muon Catalyzed Fusion Dynamics in Solid Heterogeneous H/D/T Mixture and Its Comparison With Solid Homogeneous D/T System, International Journal of Modern Physics C, 14 (2003) 367.
11. F.J. Hartman, The PSI Experiments on Muon-Catalyzed pt Fusion, Hyperfine Interactions, 82 (1993) 259.

شود که میون در صورت آزاد شدن در لایه‌ی HT نفوذ کند و چشمه‌ی اتم  $\mu\text{t}$  برای لایه‌ی بعدی را فراهم کند. شکل کروی پیشنهاد شده تضمین می‌کند که این فرایند در لایه‌های بعدی به تناوب ادامه یابد تا این که میون واپاشیده شود یا به ذرات باردار ناشی از هم‌جوشی بچسبد. نشان داده شد که حاصل این طراحی چرخه‌ی هم‌جوشی کاتالیزور میونی‌ای است که تنها اتم  $\mu\text{t}$  در آن نقش دارد و بدین وسیله شاخه‌ی تشکیل  $\mu\text{d}$  که باعث کند شدن چرخه‌ی هم‌جوشی می‌شود حذف شد. این طرح می‌تواند در مراکز پژوهشی مانند RIKEN ژاپن [۲۱] و TRIUMF کانادا [۲۲] که پرتو مناسب میونی در اختیار دارند و در زمینه‌ی آزمایش‌های هم‌جوشی کاتالیزور میونی از جمله در لایه‌های جامد ایزوتوپ‌های هیدرون تجربه کافی دارند مورد بررسی تجربی قرار گیرد.

### پی‌نوشت‌ها

۱. Muon Catalyzed Fusion
۲. Ramsauer-Townsend
۳. Runge-Kutta Method
۴. Stark Effect
۵. Radiative Transition
۶. Auger Effect
۷. Coulomb Transition
۸. Liquid Hydrogen Density  $\equiv 4.24 \times 10^{22}$  atoms/cm<sup>3</sup>
۹. Spin Flip



- 12.R. Gheisari, The Fusion of  $\text{dt}\mu$ ,  $\text{tt}\mu$  and  $\text{dd}\mu$  Molecules in Three-Layer Arrangement Including Deuterium Degradar and Moderator, International Journal of Hydrogen Energy, 35 (2010) 9199-9204.
- 13.M. Mahdavi, V. Zanganeh, Muon Cycle Dynamics in Multi-Layer Solid Hydrogen Isotopes, Chinese Journal of Physics, 46(3) (2008) 278.
- 14.S.Z. Kalantari, M. Raeisi, Calculation of Muonic atom Cascade Dynamics in D-T Mixtures, Proceeding of International Conference on  $\mu\text{CF}$  and Related Topics (MCF-07), JINR, Dubna, Russia, June 18-21 (2007) 245-252.
- 15.S.Z. Kalantari, Efficiency of The Muon Catalyzed Fusion in Triple H/D/T Mixture Hyperfine Interactions, Hyperfine Interactions, 128 (2000) 481.
- 16.R. Gheisari, F. Mohammadsalehi, Muon-Catalyzed Fusion in Equilibrated Mixture of Three-Layer Structure H/T,  $\text{D}_2$ , D/T, Proceeding of the Annual Conference of Physics of Iran, University of Boalisina, Hamedan, Iran, 12-14 September (2010) 370.
- 17.R. Gheisari, Forced Chemical Confinement Fusion:  $\mu$ -Catalysed Fusion by Taking Resonance Escape Probability of  $\text{t}\mu$  (1s) Atoms Using an Alternative Kinetic Model, Nuclear Fusion, 50 (2010) 125009.
- 18.B. Lauss, Excited State Muon Transfer in Hydrogen/Deuterium Mixtures, Phys. Rev. Let., 76 (1996) 4693.
- 19.F. Mulhauser, Measurement of Muon Transfer From Proton to Triton and  $\text{pp}\mu$  Molecular Formation in Solid Hydrogen, Phys. Rev. A, 53 (1996) 3069.
- 20.R. Gheisari, An Optimized Hydrogen Target For Muon Catalyzed Fusion, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A, 634 (2011) 1-4.
- 21.<http://www.rikenresearch.riken.jp/eng/frontline/5976>.
- 22.<http://www.triumf.ca/>.