



## نقش تصحیحات جرم هدف در توابع ساختار قطبیده اسپینی نوترون و دوترون

زهرا حدادی\*، علی خرمیان

دانشکده فیزیک، دانشگاه سمنان، صندوق پستی: ۱۹۱۱۱-۳۵۱۳۱، سمنان - ایران

**چکیده:** برآکندگی الکترون‌ها از هدف‌های هادرونی نقش مهمی در فهم ما از پروتون به عنوان یک ذره‌ی مرکب ساخته شده از پارتون، بازی می‌کند. با افزایش دقیق آزمایش‌های ناکشسان ژرف، پیشرفت‌های قابل مقایسه در دقیق ابزارهای نظری امری مسلم است، به خصوص برای استخراج توابع توزیع پارتونی در ناحیه  $X$  بزرگ، تصحیح داده‌ها به وسیله‌ی اثرات مرتبط با تصحیحات جرم غیرصفر هدف، ضروری به نظر می‌رسد. در این مقاله اثرهای مرتبط با تصحیحات جرم هدف بر روی توابع ساختار اسپینی  $g_1$  و  $g_2$  مربوط به نوترون و دوترون در تقریب مرتبه دوم مورد بررسی قرار گرفته است.

**کلیدواژه‌ها:** تصحیحات جرم هدف، توابع ساختار قطبیده، نوترون، دوترون

## The Role of Target Mass Corrections in the Polarized Spin Structure Functions of Neutron and Deuteron

Z. Haddadi\*, A. Khorramian  
Physics Department, Semnan University, P.O.Box: 19111-35131, Semnan – Iran

**Abstract:** Lepton scattering of nucleon targets (DIS experiment) plays an essential role in the investigation of proton as a composite particle which consists of quarks and gluons. With the recent advances made in the precision of inclusive lepton-nuclear scattering experiments, it has become apparent that comparable improvements are needed in the accuracy of the theoretical analysis tools. In particular, when extracting parton distribution functions in the large- $x$  region, it is crucial to correct the data by the effects associated with the non-zero mass of the target. In this paper, we present the effect of target mass corrections (TMCs) on the neutron and deuteron spin structure functions in the NLO QCD approximation.

**Keywords:** Target Mass Corrections, Polarized Structure Functions, Neutron, Deuteron



## ۱. مقدمه

بررسی فرایندهای پراکندگی ناکشسان ژرف<sup>(۱)</sup> قطبيدهی لپتون انرژی بالا از نوکلئون‌های قطبيده ما را در فهم ساختار اسپینی نوکلئون یاری می‌کند و تعیین توابع ساختار قطبيده<sup>(۲)</sup> وابسته به اسپین یعنی  $(Q^2, g_1(x), g_2(x))$  را امکان‌پذیر می‌سازد؛ ضمن این که اطلاعات مهمی برای گسترش و امتحان QCD در اختیار ما قرار می‌دهد. با توجه به عدم تطبیق تحلیل‌های نظری و داده‌های آزمایشگاهی که در رسم توابع ساختار اسپینی در ناحیه‌ی پیش-مجانبی دیده می‌شود اعمال تصحیح در این ناحیه ضروری است. این ناحیه مطابق با ناحیه<sup>(۳)</sup>  $Q^2$  میانی و  $x$  بزرگ است. ویژگی‌های این ناحیه چنین است [۱]

$$\frac{\alpha_s(Q^2)}{4\pi} \approx \frac{1}{b \ln \frac{Q^2}{\Lambda^2}} - \frac{b'}{b^2} \left( \ln \frac{\ln \frac{Q^2}{\Lambda^2}}{\ln \frac{MS}{\Lambda^2}} \right) \quad (3)$$

که در آن  $b = 9 - \frac{38}{3} f$  و  $f = 10.2$  است؛  $b' = 3$  بیان کننده‌ی تعداد کوارک‌های سبک فعال است. اما هدف، بررسی این تابع ساختار در فضای  $x$  است که به کمک بسط چندجمله‌ای ژاکوبی<sup>(۴)</sup> به صورت زیر بازنویسی می‌شود [۴]

$$(4)$$

$$xg_1(x, Q^2) = x^\beta (1-x)^\alpha \sum_{n=0}^{N_{max}} \alpha_n(Q^2) \theta_n^{\alpha, \beta}(x)$$

که در آن  $N_{max}$  تعداد چندجمله‌ای‌ها،  $\theta_n^{\alpha, \beta}(x)$  چندجمله‌ای‌های ژاکوبی مرتبه‌ی  $n$  تعریف شده به شکل زیر

$$\theta_n^{\alpha, \beta}(x) = \sum_{j=0}^n c_j^{(n)}(\alpha, \beta)x^j \quad (5)$$

$$\text{و } \theta_n^{\alpha, \beta}(Q^2) \text{ گشتاور ژاکوبی است که چنین تعریف می‌شود}$$

$$\alpha_n(Q^2) = \sum_{j=0}^n c_j^{(n)}(\alpha, \beta)f(j+2, Q^2), \quad (6)$$

با کمک گرفتن از سه رابطه‌ی بالا تابع ساختار قطبيده در فضای  $x$  می‌تواند به گشتاورهای ملين<sup>(۶)</sup> مربوط شود [۵، ۶، ۷]

$$xg_1^{N_{max}}(x, Q^2) = x^\beta (1-x)^\alpha \times \sum_{n=0}^{N_{max}} \alpha_n(Q^2) \sum_{j=0}^n c_j^{(n)}(\alpha, \beta) g_1[j+2, Q^2] \quad (7)$$

برای رسیدن به بهترین دقت و سریع‌ترین همگرایی در محاسبات،  $\alpha = 3/0$  و  $\beta = 0/5$  انتخاب شده است.

دو مین تابع ساختار قطبيده که مستلزم اعمال تصحیح است، تابع ساختار قطبيده<sup>(۷)</sup>  $g_2(x, Q^2)$  است. این تابع ساختار، توزیع قطبش‌های طولی و عرضی را در نوکلئون جستجو می‌کند، زیرا با بررسی پراکندگی یک لپتون قطبيده طولی از یک هدف قطبيده عرضی اندازه‌گیری می‌شود. پیدا کردن تفسیر پارتونی برای این تابع ساختار، به دلیل این که به قطبش عرضی مربوط می‌شود، آسان نیست.

این ناحیه دربرگیرنده‌ی اطلاعات غیراختلالی است. بنابراین در نظر نگرفتن این ناحیه به معنی از دست دادن بخش بزرگی از اطلاعات است. روش انتخاب شده در این مقاله برای بررسی اثر تصحیحات جرم هدف روش منسوب به جورجی و پولیتزر<sup>(۸)</sup> است که توسط بلوملین [۲] برای توابع ساختار قطبيده اثبات شده است.

## ۲. توابع ساختار قطبيده اسپینی

### ۱.۲ پروتون

به کمک مدل پارتون که ابزار مفیدی برای فهم برهم‌کنش‌های انرژی بالا است، امین گشتاور تابع ساختار قطبيده<sup>(۹)</sup>  $g_1$  پروتون در فضای گشتاور بر حسب توزیع توزیع پارتون<sup>(۱۰)</sup> در پیچش مرتبه پیش رو چنین بیان می‌شود [۳]

$$g_1^n(Q^2) = \frac{1}{\pi} \sum_q e_q \left\{ \left( 1 + \frac{\alpha_s}{2\pi} \Delta C_q^n \right) [\Delta q(n, Q^2) + \Delta \bar{q}(n, Q^2)] + \frac{\alpha_s}{2\pi} \Delta C_q^n \Delta g(n, Q^2) \right\} \quad (2)$$

که در آن  $(Q^2, \Delta q(N, Q^2), \Delta \bar{q}(N, Q^2), \Delta g(N, Q^2))$  گشتاور توابع توزیع پارتون‌های قطبيده و  $\alpha_s(Q^2)$  ثابت جفت‌شدگی در مرتبه NLO است.  $\alpha_s(Q^2)$  از رابطه‌ی (۳) به دست می‌آید



## ۲.۲ نوترون

توابع ساختار پروتون و نوترون فقط در مؤلفه‌های غیریکتاپشان با یکدیگر متفاوت‌اند که با در نظر گرفتن تقارن ایزواسپین یعنی تبدیل کوارک‌های  $u$  و  $d$  به یکدیگر، قابل محاسبه از یکدیگر هستند [۹]

$$\Delta u^P = \Delta d^N, \Delta d^P = \Delta u^N$$

بنابراین این تابع ساختار به راحتی از رابطه‌ی (۲) قابل محاسبه است و به این ترتیب با داشتن تابع ساختار  $g_1^N$ ، تابع ساختار  $g_2^N$  از رابطه‌ی (۱۱) قابل محاسبه است.

## ۳.۲ دوترون

تابع ساختار  $g_1^D$  دوترون با کمک رابطه‌ی زیر به تابع ساختار  $g_1^N$  پروتون و نوترون مربوط می‌شود که با داشتن تابع ساختار  $g_1^N$  پروتون و نوترون قابل محاسبه است [۹]

$$g_1^D = \frac{1}{2}(g_1^P + g_1^N)(1 - \frac{3}{2}\omega_D) \quad (12)$$

که در آن  $\omega_D$  احتمال موج حالت D دوترون را، که مقدار عددی آن برابر با  $\omega_D = 0.05 \pm 0.1$  است و بسیاری از تخمین‌های موجود را پوشش می‌دهد، مشخص می‌کند.

با داشتن تابع ساختار  $g_1^D$  دوترون تابع ساختار  $g_2^D$  دوترون به کمک رابطه‌ی (۱۱) قابل محاسبه است.

## ۳. متغیر بیورکن و ناخمن

پراکندگی ناکشسان در حالت حدی  $\infty \rightarrow Q^*$  یا حالتی که در آن کوارک و هدف بدون جرم باشند به وسیله‌ی متغیر بیورکن توصیف می‌شود [۱۰]

$$x = \frac{Q^*}{2p \cdot q} \quad (13)$$

که در آن  $x$  معادل کسری از تکانه‌ی هدف است که به وسیله‌ی پارتون در حال برهم‌کنش حمل می‌شود. اما در نظر گرفتن جرم هدف، متغیر  $x$  بیورکن را اصلاح می‌کند و متغیر بیورکن به متغیر ناخمن تبدیل می‌شود

$$\xi = \frac{2x}{1 + \sqrt{1 + \frac{4M^*x^*}{Q^*}}}, \quad (14)$$

تابع ساختار  $g_2$  در QCD بر حسب سه مؤلفه بیان می‌شود [۸]:

- بخش پیچش مرتبه‌ی پیش رو: این بخش با  $g_{WW}$  نشان داده می‌شود که از مجموعه‌ی یکسانی از عملگرهایی که در  $g_1$  سهیم‌اند نشأت می‌گیرد.

- بخش قطبش عرضی: این بخش که مشخص کننده‌ی قطبش عرضی کوارک است با  $(h_T(x, Q^*))$  نمایش داده می‌شود.

- بخش پیچش  $g_2^W$ : این بخش دربرگیرنده‌ی برهم‌کنش کوارک-گلوئون است.

بنابراین شکل کلی این تابع ساختار به صورت زیر است

$$g_2(x, Q^*) = g_{WW}(x, Q^*) - \int_x \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{m}{M} h_T(y, Q^*) + \xi(y, Q^*) \right) \frac{dy}{y} \quad (8)$$

که در آن  $m$  و  $M$  جرم به ترتیب، کوارک و هدف است اما با توجه به این که در محاسبات مربوط به تصحیحات جرم هدف از جرم کوارک صرف‌نظر می‌شود جمله‌ی توزیع عرضی از بین می‌رود و رابطه‌ی زیر به دست می‌آید

$$g_2(x, Q^*) = g_{WW}(x, Q^*) + \bar{g}_2(x, Q^*) \quad (9)$$

که در آن جمله‌ی  $(x, Q^*)$  دربرگیرنده‌ی بخش پیچش  $g_2^W$  است. اما در طی بررسی‌های آزمایشگاهی مربوط به گروه E155 نشان داده شد که در ناحیه‌ی  $x > 0.79$  که مربوط به ناحیه‌ی بررسی تصحیحات جرم هدف است جمله‌ی  $(x, Q^*)$  به راحتی قابل صرف‌نظر کردن است و رابطه‌ی  $g_2$  مورد استفاده در توابع ساختار تصحیح شده با جرم هدف به شکل زیر درمی‌آید

$$g_2(x, Q^*) \equiv g_{WW}(x, Q^*) \quad (10)$$

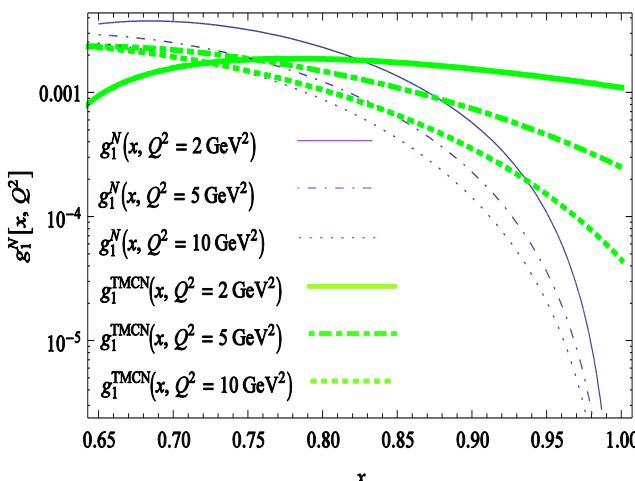
که  $g_2^W$  در آن چنین تعریف شده است

$$g_{WW}(x, Q^*) = -g_1(x, Q^*) + \int_x \frac{g_1(y, Q^*)}{y} \quad (11)$$

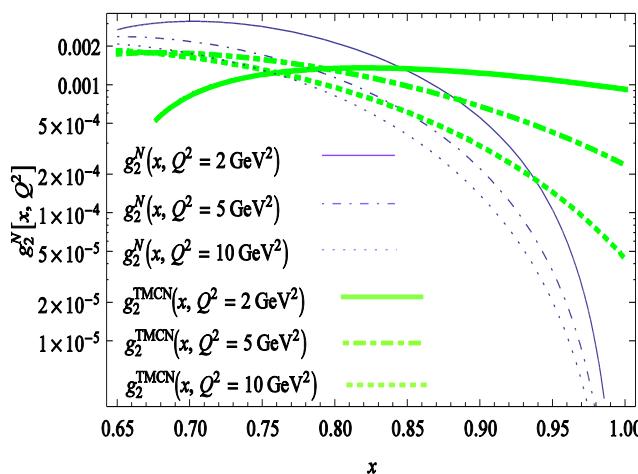
ذکر این نکته ضروری به نظر می‌رسد که داده‌های اخیر در توافق خوبی با  $g_2^W$  هستند که بیان کننده‌ی کوچک بودن سهم پیچش  $g_2^W$  در تابع ساختار  $g_2$  است.



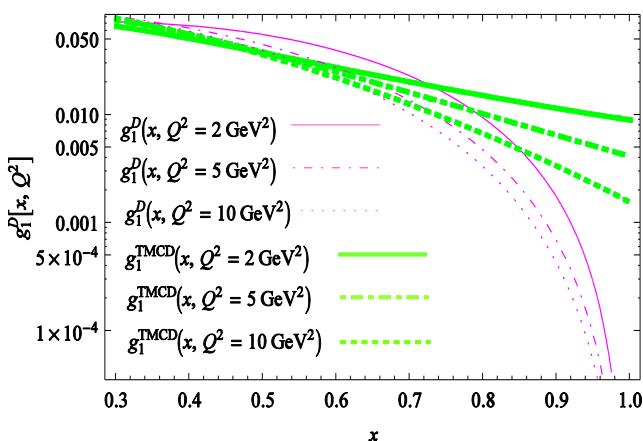
در ناحیه‌ی  $X$  مربوط به ناحیه‌ی پیش-مجانبی تفاوت این دو کمیت به خوبی قابل مشاهده است و در ناحیه‌ی  $X$  کوچک متغیر ناخمن دوباره به متغیر بیورکن تبدیل می‌شود.



شکل ۱. مقایسه‌ی تابع ساختار  $g_1$  نوترон در مقادیر مختلف  $Q^2$ . نمودارهای ضخیم و نازک، به ترتیب، با و بدون تصحیحات جرم هدف این تصحیحات هستند.



شکل ۲. مقایسه‌ی تابع ساختار  $(-g_2^N)$  نوترون در مقادیر مختلف  $Q^2$ . نمودارهای ضخیم و نازک، به ترتیب، با و بدون تصحیحات جرم هدف هستند.



شکل ۳. مقایسه‌ی تابع ساختار  $g_1$  دوترون در مقادیر مختلف  $Q^2$ . نمودارهای ضخیم و نازک، به ترتیب، با و بدون تصحیحات جرم هدف هستند.

#### ۴. توابع ساختار اسپینی با تصحیحات جرم هدف در پیچش مرتبه‌ی پیشرو

عبارت مربوط به بخش پیچش - ۲ توابع ساختار قطبیده‌ی اسپینی  $g_1$  و  $g_2$  با در نظر گرفتن تصحیحات جرم هدف در چارچوب بسط ضرب عملگر (OPE) به صورت زیر بیان می‌شوند [۱۲، ۱۱]

$$g_1^{\text{TMCs}}(x, Q^*) = \frac{x g_1(\xi, Q^*; M=0)}{\xi(1 + \frac{4M^* x^*}{Q^*})^{\frac{1}{2}}} + \frac{4M^* x^*}{Q^*} \frac{x + \xi}{\xi(1 + \frac{4M^* x^*}{Q^*})^{\frac{1}{2}}} \times \int \frac{d\xi'}{\xi'} g_1(\xi', Q^*; M=0) - \frac{4M^* x^*}{Q^*} \frac{\frac{1}{2} - \frac{4M^* x^*}{Q^*}}{\xi'(1 + \frac{4M^* x^*}{Q^*})^{\frac{1}{2}}} \times \int \frac{d\xi'}{\xi'} \int \frac{d\xi''}{\xi''} g_1(\xi'', Q^*; M=0) \quad (15)$$

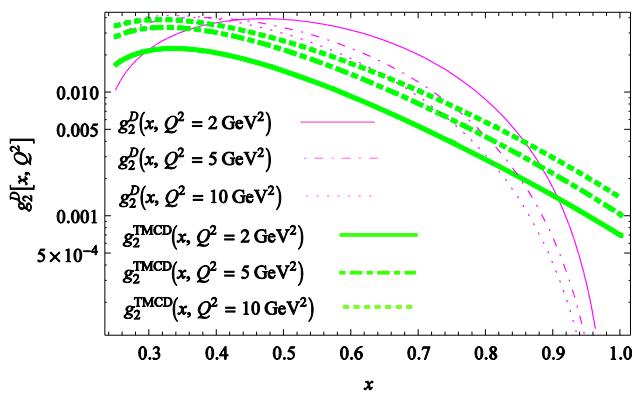
$$g_2^{\text{TMCs}}(x, Q^*) = \frac{-x g_2(\xi, Q^*; M=0)}{\xi(1 + \frac{4M^* x^*}{Q^*})^{\frac{1}{2}}} + \frac{x(1 - \frac{4M^* x^* \xi}{Q^*})}{\xi(1 + \frac{4M^* x^*}{Q^*})^{\frac{1}{2}}} \times \int \frac{d\xi'}{\xi'} g_1(\xi', Q^*; M=0) + \frac{\frac{3}{2} - \frac{4M^* x^*}{Q^*}}{(1 + \frac{4M^* x^*}{Q^*})^{\frac{1}{2}}} \times \int \frac{d\xi'}{\xi'} \int \frac{d\xi''}{\xi''} g_1(\xi'', Q^*; M=0) \quad (16)$$

نتایج مقایسه‌ی تابع ساختار  $g_1$  نوترون و دوترون با و بدون تصحیحات جرم، به ترتیب، در شکل‌های ۱ و ۳ و نتایج مقایسه‌ی تابع ساختار  $g_2$  نوترون و دوترون، به ترتیب، در شکل‌های ۲ و ۴ برای مقادیر مختلف  $Q^2$  نشان داده شده است. همان‌طور که انتظار می‌رود اثر تصحیحات جرم هدف در  $X$ های بزرگ دیده می‌شود و با افزایش  $Q$  اثر این تصحیحات کاهش می‌یابد. نتایج تصحیح جرم برای توابع ساختار قطبیده‌ی پروتون در مرجع [۱۳] ارایه شده است.



## پی‌نوشت‌ها:

۱. Deep Inelastic Scattering
۲. Polarized Structure Functions
۳. Georgi and Politzer
۴. Parton Distribution Functions
۵. Jacobi Polynomials
۶. Mellin Moments
۷. Twist



شکل ۴. مقایسه‌ی تابع ساختار قطبیده‌ی اسپینی ( $g_2^D$ )-دوترون در مقادیر مختلف  $Q^2$ . نمودارهای ضخیم و نازک به ترتیب با و بدون تصحیحات جرم هدف هستند.

## ۵. نتیجه‌گیری

محاسبه‌ی توابع ساختار قطبیده‌ی اسپینی در QCD اختلالی تا تقریب NLO به طور کامل و دقیق انجام شده است اما در ناحیه‌ی سینماتیکی که این توابع بررسی شدند به دلیل بزرگ بودن  $Q^2$  توان‌های معکوس  $Q^2$  به راحتی قابل صرف‌نظر کردن بودند. زمانی که در ناحیه‌ی  $x \gg Q^2$  میانی به بررسی این توابع ساختار می‌پردازیم، به ناحیه‌ی غیراختلالی وارد می‌شویم که با توجه به ویژگی این ناحیه که مقادیر کوچک  $Q^2$  در آن با اهمیت می‌شوند دیگر قادر به صرف‌نظر کردن از جملات با توان‌های معکوس  $Q^2$  نیستیم و رسیدن به محاسبه‌ای دقیق‌تر نیازمند در نظر گرفتن این جملات در محاسبات مربوط به توابع ساختار است. بخشی از این جملات از جرم هدف نشأت می‌گیرند و مربوط به سطح مقطع پیچش مرتبه‌ی پیشرو هستند. محاسبات دقیق این جملات تحت عنوان تصحیحات جرم هدف که قادر به محاسبه‌ی آن‌ها در QCD اختلالی نیستیم در چارچوب (OPE) انجام شده است. در این مقاله این تصحیحات را بر روی توابع ساختار قطبیده‌ی نوترون و دوترون مورد مطالعه قرار دادیم تا بتوانیم به شناخت دقیق‌تری از توابع ساختار قطبیده رسیده و اطلاعات مربوط به این ناحیه را از دست ندهیم. بنابراین برای شناخت توابع ساختار در تمام ناحیه‌ی  $x$  باید بخش غیراختلالی را در کنار بخش اختلالی قرار داد تا به شناخت کامل‌تری از توابع ساختار رسید.



1. A.V. Sidorov and D.B. Stamenov, Target mass effects in polarized deep inelastic scattering, *Mod. Phys. Letter A* 21 (2006) 1991-1998 [arXiv:hep-ph/0604092].
2. J. Blumlein and A. Tkabladze, Target mass corrections for polarized structure functions and new sum rules, *Nucl. Phys. B* 553 (1999) 427-464 [arXiv:hep-ph/9812478].
3. B. Lampe and E. Reya, Spin physics and polarized structure function, *Phys. Rept.* 332 (2000) 1-163 [arXiv:hep-ph/9810270].
4. A.N. Khorramian, H. Khanpour, S. Atashbar Tehrani, Nonsinglet parton distribution functions from the precise next-to-next-to-next-to leading order QCD fit, *Phys. Rev. D* 81 (2010) 014013 [arXiv:0909.2665 [hep-ph]].
5. S. Taheri Monfared, A.N. Khorramian, F. Arbabifar, S.A. Tehrani, The spin dependent parton distribution functions and their moments, *Acta Phys. Polon. B* 41 (2010) 2921-2928.
6. A.N. Khorramian, S.A. Tehrani, F.L. Olness, S. Taheri Monfared, F. Arbabifar, Nonsinglet spin-dependent structure functions, *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* 207-208 (2010) 65-68.
7. F. Arbabifar, A.N. Khorramian, S. Taheri Monfared, S.A. Tehrani, Spin-dependent structure function of He-3 and H-3, *Int. J. Mod. Phys. A* 26 (2011) 625-626.
8. E143 collaboration [K. Abe et al.], Measurements of the proton and deuteron spin structure functions  $g_1$  and  $g_2$ , *Phys. Rev. D* 58 (1998) 112003 [arXiv:hep-ph/9802357].
9. A.N. Khorramian, S.A. Tehrani, S. Taheri Monfared, F. Arbabifar, F.L. Olness, Polarized Deeply Inelastic Scattering (DIS) Structure Functions for Nucleons and Nuclei, *Phys. Rev. D* 83 (2011) 054017 [arXiv 1011.4873].
10. Ingo Schienbein, A Review of Target Mass Corrections, *J. Phys. G* 35 (2008) 053101 [arXiv:hep-ph/0709.1775].
11. Y.B. Dong, Target mass corrections to proton spin structure functions and quark-hadron duality, *Phys. Lett. B* 641 (2006) 272-277.
12. H. Georgi and H.D. Politzer, Freedom at moderate energies: Masses in color dynamics, *Phys. Rev. D* 14 (1976) 1829.
13. S. Taheri Monfared, A. Khorramian, S. Atashbar Tehrani, Z. Haddadi, Spin dependence of structure functions and target mass corrections, *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* (2011) 125-128.