



شبیه‌سازی توزیع شار نوترون در یک رآکتور ناهمگن بحرانی استوانه‌ای با غنای سوخت مختلف به روش اجزای محدود

رسول خدابخش*، سهراب بهنیا، علی جعفری

گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه ارومیه، صندوق پستی: ۱۶۵-۵۷۱۵۳، ارومیه - ایران

چکیده: روش اجزای محدود برای متغیرهای فضایی معادله‌ی چند گروهی ترابرد نوترون در هندسه‌ی استوانه‌ای دوبعدی (r, z) به کار گرفته شده است. این معادله با استفاده از نواحی چهارگوش منظم در صفحه‌ی (r, z) گسسته شده است. این روش گسسته‌سازی با چندجمله‌ای‌های درون‌یاب توان اول خطی و توان دوم مکعبی به عنوان توابع پایه، در برنامه‌ی ANSYS به کار گرفته شده است. در این جا به شارهای زاویه‌ای اجازه داده شده است تا در مرزهای نواحی، گسسته باشند. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که شار نوترون‌ها در ناحیه‌ی سطح بیرونی قلب رآکتور ناهمگن افزایش یافته است. در نتیجه فاصله‌ی مرکز تا سطح بیرونی با شار نوترونی ثابت در مقایسه با یک رآکتور با غنای ثابت میله‌های سوخت افزایش می‌یابد. افزایش ناحیه با شار نوترونی ثابت نه تنها منجر به افزایش قدرت رآکتور با شکل و حجم هندسی یکسان می‌شود بلکه از نظر مهندسی مواد (قلب رآکتور)، محدودیت‌ها را کاهش می‌دهد.

کلید واژه‌ها: روش اجزای محدود، غنای سوخت، رآکتور استوانه‌ای، رآکتور ناهمگن

Simulation of Neutron Flux Distribution in a Cylindrical Critical Heterogeneous Reactor with Different Fuel Concentrations, Using Finite Element Method (FEM)

R. Khoda-Bakhsh*, S. Behnia, A. Jafari

Department of Physics, Faculty of Science, Urmia University, P.O.Box: 57153-165, Urmia – Iran

Abstract: The finite element method is applied to the spatial variables of multi-group neutron transport equation in a two-dimensional cylindrical (r, z) geometry. The equation is discretized using rectangular sub regions in the (r, z) plane. The discontinuous method with the bilinear or biquadratic Lagrang's interpolating polynomials and basis functions is used in the ANSYS program. Here, the angular fluxes are allowed to be discontinued across the sub region boundaries. Some numerical calculations have been made on a real cylindrical Aristotle reactor with different fuel concentrations on the fuel rods; the results indicate that the flux and power of the heterogeneous critical reactor increase on the edges of the core in comparison with the homogeneous one.

Keywords: Finite Element Method, Fuel Concentration, Cylindrical Reactor, Heterogeneous Reactor



۱. مقدمه

یک رآکتور هسته‌ای سیستمی است که در آن برای مطالعه‌ی پدیده‌های هسته‌ای یا تولید انرژی، واکنش زنجیری شکافت هسته‌ای شروع شده، نگه‌داشته شده و کنترل می‌گردد. در مواقعی که سوخت دارای جرم بحرانی باشد، یک واکنش زنجیری خود-نگه‌دار به دست می‌آید و در مواقعی که جرم سوخت کم‌تر، یعنی رآکتور در حالت زیربحرانی باشد، می‌توان بحرانی بودن آن را با استفاده از یک چشمه‌ی نوترون خارجی تضمین کرد [۱، ۲ و ۳]. بررسی‌های پایداری یک سیستم رآکتور هسته‌ای، یکی از بنیادی‌ترین مسایل در دینامیک رآکتورها است و مطالعه‌ی معیار پایداری رآکتورهای هسته‌ای اخیراً به یکی از جذاب‌ترین موضوعات تبدیل شده است [۴ تا ۷]. تاکنون سه روش استفاده شده است: نظریه‌ی شبه گروه^(۱)، نظریه‌ی لیاپونوف^(۲) [۳ و ۶] و قضیه‌ی مقایسه^(۳). از آن‌جا که معیارهای پایداری مختلف وابستگی بسیار نزدیکی با طیف ویژه مقادیر دارند و از طرفی محاسبه‌ی طیف ویژه مقادیر به جز در موارد خیلی محدود بسیار مشکل است، لازم است در روش‌های استفاده شده تجدیدنظر شود [۴ و ۸].

روش‌ها و کدهای زیادی برای تحلیل ناپایداری در رآکتورهای هسته‌ای به کار گرفته شده است [۹، ۱۰ و ۱۱]. روش‌های حل عددی موجود برای طراحی قلب رآکتور، تخمین چگونگی توزیع قدرت رآکتور و ضریب تکثیر مؤثر، با معادله‌ی پخش نوترون، که نیازمند محیط همگن است، آغاز می‌شوند، هم‌چنین به شار نوترونی این اجازه داده می‌شود که دوبار مشتق‌پذیر باشد. اگر دامنه از مواد ناهمگن تشکیل شده باشد، آن‌گاه آن ناحیه باید به زیرناحیه‌هایی^(۴) با مواد همگن تقسیم شود. سپس این معادله به طور جداگانه برای هر یک از زیرناحیه‌ها حل می‌شود. باید تلاش شود تا با استفاده از شرایط مرزی تقریبی، پاسخ‌های فرضی در سطح مشترک تطبیق داده شوند.

در سال‌های اخیر روش‌های حل عددی مختلفی برای حل معادله‌ی پخش نوترون به کار رفته است که روش گرهی، روش تفاضل محدود، روش عناصر مرزی، روش حجم محدود از آن جمله‌اند؛ هر کدام از این روش‌ها، ضعف و قدرت خود را دارد [۱۲، ۱۳ و ۱۴]. با این حال، همه‌ی آن‌ها در دو خاصیت مهم مشترک‌اند. ۱- تمام این روش‌ها با معادله‌ی پخش نوترون آغاز

می‌شوند؛ ۲- هدف نهایی تمامی آن‌ها گسسته کردن معادله‌ی پخش نوترون برای رسیدن به یک عبارت جبری است. مطالعه‌ی حاضر به معرفی روش اجزای محدود (FEM) و گسسته‌سازی معادله‌ی چند گروهبی‌ترابرد نوترون با استفاده از روش گلرکین و نحوه‌ی به کارگیری آن در مطالعه‌ی پایداری یک رآکتور آزمایشگاهی می‌پردازد. روش اجزای محدود به عنوان یک ابزار بسیار قوی برای حل عددی بسیاری از مسایل فیزیکی شناخته شده است [۱۵، ۱۶ و ۱۷]. در سال‌های گذشته برای محاسبات ترابرد نوترون از روش تفاضل محدود استفاده شده است [۶ و ۱۸]. اما در بسیاری از کاربردها روش اجزای محدود به خاطر قابلیت انعطاف‌پذیری به هنگام مواجهه با شکل‌های هندسی نامنظم یا منحنی شکل و دسترسی به سرعت هم‌گرایی زیاد به هنگام استفاده از اجزای با مرتبه‌ی بالا به روش تفاضل محدود ترجیح داده می‌شود و از طرف دیگر در روش اجزای محدود شرایط مرزی بسیار ساده‌تر از روش تفاضل محدود اعمال می‌شوند [۷ و ۱۹].

۲- روش محاسبات شبه‌سازی

از نقطه نظر عملی و از آن‌جا که قصد ما بیش‌تر پرداختن به فضایی است که وابسته به مسایل سینتیک می‌باشد، یک هندسه‌ی دو بعدی (r, Z) انتخاب شد. با توجه به این که تاکنون تنها مواردی از هندسه‌های دوبعدی مسطح و یک‌بعدی بررسی شده است، این کار دید جدیدتری به محاسبات اجزای محدود می‌دهد. اصول مهم برای فرمول‌بندی به ترتیب زیر است:

- تمام سیستم همان طور که در شکل ۱ نشان داده شده است، در سطح (r, Z) به تعدادی هلال^(۵) منظم و متقارن یا جزء محدود با سطح مقطع‌های مستطیل شکل تقسیم می‌شود.
- همان‌سان که در شکل ۲ مشاهده می‌شود در هر زیرناحیه تعداد ۴ تا ۹ گره که به ترتیب نمایان‌گر چند جمله‌ای‌های درون‌یاب لاگرانژ با توان اول خطی و توان دوم مکعبی هستند، در نظر گرفته می‌شود.
- توزیع شار زاویه‌ای با ترکیبی از این توابع پایه با ضرایبی که مقادیر شارهای زاویه‌ای گره را نشان می‌دهد، تخمین زده می‌شود.

۱.۲ تقریب زدن چشمه و شار

برای تقریب زدن چشمه و شار، چند جمله‌ای‌های درون‌یاب لاگرانژ به صورت یک چند جمله‌ای $L^1(r, z)$ در هر زیر ناحیه‌ی مستطیلی با تعداد NPT گره به طوری که مقدار آن در گره I ام برابر با یک و در تمام دیگر گره‌ها صفر باشد، تعریف می‌شود. با استفاده از این چند جمله‌ای‌ها و ضرایب ψ_m^{g1} می‌توان یک عبارت تقریبی مانند $\tilde{\psi}_m^g(r, z)$ برای شارهای زاویه‌ای گسسته‌ی نامعین گرفت

$$\tilde{\psi}_m^g = \sum_{l=1}^{NPT} \psi_m^{g1} L^1 \quad (3)$$

و با دادن شاخص به گره‌ها می‌توان به یک عبارت کلی برای تمامی سیستم رسید. طبق تعریف، ضریب ψ_m^{g1} می‌تواند به عنوان مقدار شار زاویه‌ای در گره I ام تعبیر شود. اکنون باید تلاش شود تا جمله‌ی مربوط به چشمه در معادله‌ی (۲) یعنی، $S_m^g = S_m^g(r, z)$ تقریب زده شود. برای این منظور مؤلفه‌هایی (ظرایب بسط هارمونیک‌های کروی) از شار گره ψ_m^{g1} که در آن توابع $R_{nk}^m = R_{nk}(\mu_m, \varphi_m)$ هارمونیک‌های کروی درجه‌ی n هستند به شکل زیر تعریف می‌شوند

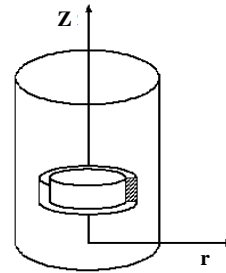
$$\phi_{nk}^{g1} = \sum_{m=1} w_m R_{nk}^m \psi_m^{g1}, \quad (k=0 \sim n) \quad (4)$$

که ایجاب می‌کند مؤلفه‌های دقیق شار زاویه‌ای

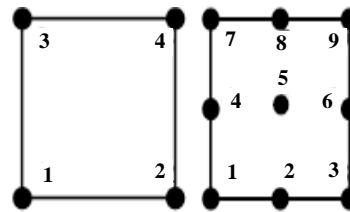
$$\phi_{nk}^g = \int_{-1}^1 d\mu \int_0^\pi d\varphi R_{nk}(\mu, \varphi) \psi^g(r, z, \mu, \varphi) / 2\pi \quad (5)$$

با رابطه‌ی زیر تقریب زده شوند

$$\tilde{\phi}_{nk}^{g1} = \sum_{l=1}^{NPT} \phi_{nk}^{g1} L^1 \quad (6)$$



شکل ۱. معرفی یک زیر ناحیه‌ی مستطیلی در صفحه (r, z) .



شکل ۲. نحوه‌ی قرار گیری گره‌ها.

- از روش گسسته‌سازی که گسسته شدن شارهای زاویه‌ای در مرزهای زیر ناحیه‌ها را امکان‌پذیر می‌سازد، استفاده می‌شود [۱۴].
- به کارگیری روش گلرکین، که در آن از توابع وزنی چند جمله‌ای‌های درون‌یاب لاگرانژ برای از بین بردن باقی‌مانده یا برای رسیدن به یک مجموعه از معادلات جبری به منظور پیدا کردن شارهای زاویه‌ای گره‌های نامعین استفاده می‌شود [۲۰ تا ۲۳].
- در تمامی روش‌های حل عددی در طراحی قلب رآکتور، تخمین توزیع قدرت و ضریب تکثیر مؤثر یک معادله‌ی ترابرد چند گروهی دو بعدی مستقل از زمان به شکل زیر استفاده می‌شود [۲۴ و ۲۵].

$$\frac{\mu}{r} \cdot \frac{\partial(r\psi^g)}{\partial r} - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial(\xi\psi^g)}{\partial \omega} + \eta \frac{\partial(\psi^g)}{\partial z} + \sigma_t^g \psi^g = S^g, \quad g = (1 \sim IGM) \quad (1)$$

با فرض تقارن زاویه‌ای برای شار زاویه‌ای ψ ، رابطه‌ی (۱) به

صورت زیر بازنویسی می‌شود

$$\omega_m \mu_m \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial(r\psi_m^g)}{\partial r} + \omega_m \eta_m \cdot \frac{\partial\psi_m^g}{\partial z} + \frac{1}{r} (\alpha_{m+1/2} \psi_{m+1/2}^g - \alpha_{m-1/2} \psi_{m-1/2}^g) + \sigma_t^g \omega_m \psi_m^g = \omega_m S_m^g, \quad g = (1 \sim IGM, m=1 \sim MMT) \quad (2)$$



$$\begin{aligned}
 \mathbf{R}_m^g &= \omega_m |\eta_m| r_{i+1/2} \left[\sum_{l \in R} (\Psi_m^{gl} - \Psi_m^{g\bar{l}}) \right] L_z^l (\delta_{d1} + \delta_{d3}) + \\
 &\omega_m |\eta_m| \left[\sum_{l \in T} (\Psi_m^{gl} - \Psi_m^{g\bar{l}}) \right] L_r^l (\delta_{d1} + \delta_{d2}) + \\
 &\omega_m |\mu_m| r_{i-1/2} \left[\sum_{l \in L} (\Psi_m^{gl} - \Psi_m^{g\bar{l}}) \right] L_z^l (\delta_{d2} - \delta_{d4}) + \\
 &\omega_m |\eta_m| \left[\sum_{l \in B} (\Psi_m^{gl} - \Psi_m^{g\bar{l}}) \right] L_r^l (\delta_{d3} + \delta_{d4}) + \\
 &\omega_m \eta_m \sum_{l=1}^{NPT} \Psi_m^{gl} \left(\frac{\partial}{\partial r} L^l \right) + \omega_m \eta_m \sum_{l=1}^{NPT} \Psi_m^{gl} \left(\frac{1}{r} L^l \right) + \\
 &(\alpha_{m+1/2} + \alpha_{m-1/2}) \sum_{l=1}^{NPT} \Psi_m^{gl} \left(\frac{1}{r} L^l \right) + \sigma_i^g \omega_m \sum_{l=1}^{NPT} \Psi_m^{gl} L^l - \\
 &(\alpha_{m+1/2} + \alpha_{m-1/2}) \sum_{l=1}^{NPT} \Psi_{m-1/2}^{gl} \left(\frac{1}{r} L^l \right) - \omega_m \tilde{S}_m^g
 \end{aligned} \tag{11}$$

که در آن، $\delta_{dd'}$ ، دلتای کروئکر است و d مربوط به جهتی است که جاروب می‌شود (شکل ۳)، و $\Psi_m^{gl} - \Psi_m^{g\bar{l}}$ برابر با تفاضل مقادیر شارهای زاویه‌ای در گره‌های یکسان l' و l است که یکی از آن‌ها در زیرناحیه‌ی D_{ij} و دیگری در یکی از زیرناحیه‌های مجاور می‌باشد.

در معادله‌ی (۴) تابع باقی‌مانده‌ی \mathbf{R}_m^g شامل تعداد NPT مجهول Ψ_m^{gl} است و مقادیر بیرونی هر زیرناحیه‌ی مستطیل شکل، یعنی $\Psi_m^{gl'}$ معلوم هستند که در نهایت روش گلرکین برابر خواهد شد با

$$\langle L^{l'} | \mathbf{R}_m^g \rangle = 0, (l' = 1, \dots, NPT) \tag{12}$$

که برای رسیدن به یک مجموعه از معادلات مشابه که شامل تعداد NPT مجهول هستند به کار می‌رود [۲۷ و ۲۸].

با فرض ثابت بودن سطح مقطع‌های نظیر در هر زیرناحیه، مؤلفه‌های چشمه‌ی گره‌ها به شکل زیر در می‌آید

$$S_{nk}^{gl} = \sum_{g'=1} (2n+1) \sigma_{sn}^{g' \rightarrow g} \phi_{nk}^{g'} + X_g \sum_{g'=1} v \sigma_f^{g'} \phi_{00}^{g'} + (2n+1) Q_{nk}^{gl} \tag{7}$$

که در آن Q_{nk}^{gl} ها مقادیر گره‌ی مؤلفه‌های با چشمه‌ی ثابت هستند. برای ذخیره‌سازی در کامپیوتر از تکانه‌های شار ϕ_{nk}^{gl} به جای شارهای زاویه‌ای Ψ_m^{gl} استفاده می‌کنیم. بنابراین بسط هارمونیک‌ی کروی جمله‌ی مربوط به چشمه با رابطه‌ی زیر تقریب زده می‌شود

$$\tilde{S}_m^g = \sum_{n=0}^n \sum_{k=0}^n R_{nk}^m \sum_{l=1}^{NPT} S_{nk}^{gl} L^l \tag{8}$$

در نهایت شرایط رابطه‌ی (۲) با این فرض که مقادیر شارهای $\Psi_{m-1/2}^{gl}$ معلوم باشند، با تساوی زیر، بر روی شار اعمال می‌شوند

$$\Psi_{m+1/2}^{gl} = 2\Psi_m^{gl} - \Psi_{m-1/2}^{gl}, (l = 1 \sim NPT) \tag{9}$$

از فرض $\Psi_m^{gl} = \Psi_{m-1/2}^{gl}, (l = 1 \sim NPT)$ برای زاویه‌ی شروع جاروب در هر مرحله از η استفاده شده است [۲۶].

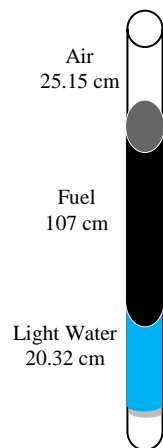
۲.۲ گسسته‌سازی به روش گلرکین

برای حل معادله‌ی (۲) بر مبنای گسسته‌سازی با استفاده از روش گلرکین ابتدا یک زیرناحیه‌ی (i, j) در نظر گرفته شده است (شکل ۱)

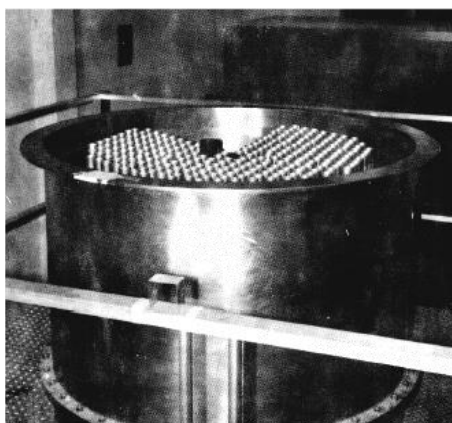
$$D_{ij} = \{(\mathbf{r}, \mathbf{z}) \in r_{i-1/2} \leq r \leq r_{i+1/2}, z_{j-1/2} \leq z \leq z_{j+1/2}\} \tag{10}$$

که به بازه‌ی i ام در جهت r و بازه‌ی j ام در جهت z مربوط است. حال با توجه به رابطه‌ی (۲) و با در نظر گرفتن گسسته‌سازی فوق، مرحله‌ی تقریب که باقی‌مانده‌ی $\mathbf{R}_m^g = \mathbf{R}_m^g(\mathbf{r}, \mathbf{z})$ معادله‌ی ۱ را بیان می‌کند به شکل زیر است [۹]

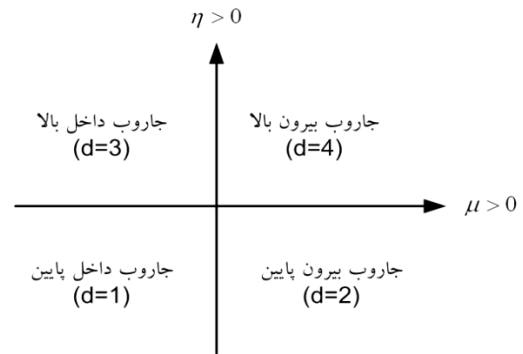
۰/۰۰۱ در میله‌ی مجاور افزایش داده شد که این میزان افزایش برای حفظ حالت بحرانی رآکتور و از برنامه‌نویسی معادله‌ی بحرانی رآکتور در محیط Matlab به دست می‌آید. در نهایت برای استفاده از معادله‌ی ترابرد نوترون برای رآکتور مفروض، محیط کندساز رآکتور به صورت اجزای چهاروجهی هرمی^(۶) با ۱۰ گره و با در نظر گرفتن سطح مقطع میانگین برای هر جزء مش‌بندی شد که شامل ۱۱۰۹۰۲ گره و تعداد ۷۸۵۲۱ جزء است که در شکل ۷ نشان داده شده است. با ثابت در نظر گرفتن غنای سوخت و مقدار آن در راستای محوری، غنای سوخت در راستای شعاعی در هر میله‌ی سوخت همان‌گونه که در شکل ۸ مشاهده می‌شود، افزایش داده شد تا با حفظ حالت بحرانی، شار نوترون‌های گرمایی و به تبع آن یکنواختی شار شعاعی رآکتور استوانه‌ای ناهمگن و در نتیجه قدرت رآکتور در فواصل دور از مرکز تا فاصله‌ی ۴۰/۱۱۵ سانتی‌متر نسبت به حالت همگن [۳۰]، که در شکل ۹ به صورت خط‌چین نشان داده شده است، افزایش یابد. این نتیجه با سیستمی با مشخصات: (CPU(2.5GHz), Core (TM)2Duo به دست آمد.



شکل ۴. ساختار میله‌ی سوخت رآکتور مورد بررسی.



شکل ۵. رآکتور آزمایشگاهی دانشگاه آریستوتل.



شکل ۳. مقادیر مطابق با جهت جاروب.

۳. مثال یک رآکتور استوانه‌ای واقعی

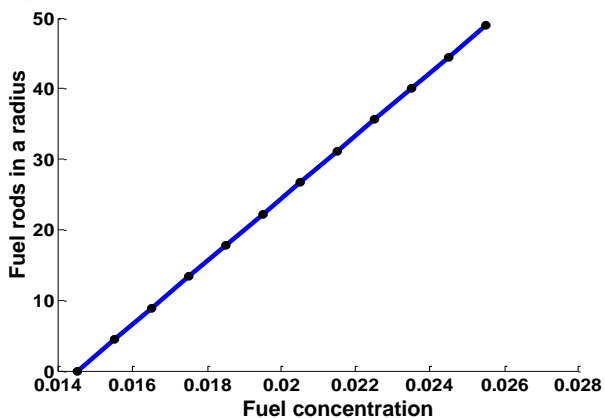
به عنوان مثالی از تحلیل معادله‌ی ترابرد نوترون به کمک روش اجزای محدود، یک رآکتور استوانه‌ای واقعی آزمایشگاهی که در آزمایشگاه فیزیک هسته‌ای دانشگاه آریستوتل یونان قرار دارد در نظر گرفته شده است [۱].

ترکیب سوخت اورانیم طبیعی فلزی (U_2O_8) و آب سبک (H_2O) به عنوان بازتاباننده استفاده شده است. فاصله‌ی هر میله‌ی سوخت از میله‌ی مجاور خود در راستای شعاعی برابر ۴/۴۵ سانتی‌متر در نظر گرفته شده و هر میله‌ی سوخت به سه قسمت تقسیم شده است که ۲۵/۱۵ سانتی‌متر آن هوا، ۱/۰۷ متر آن سوخت اورانیم طبیعی و ۲۰/۳۲ سانتی‌متر آن آب سبک به عنوان بازتاباننده است (شکل ۴) [۱].

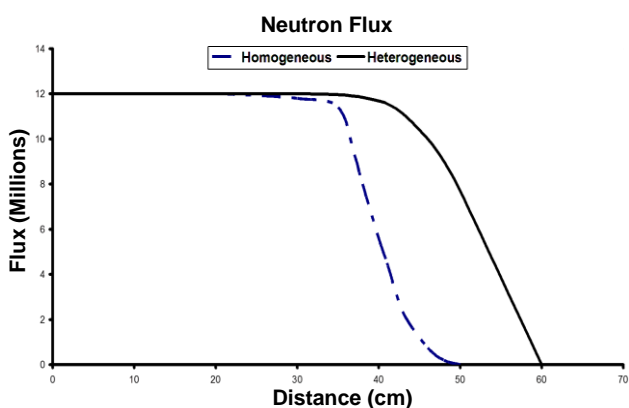
قلب رآکتور شامل ۲۷ میله‌ی سوخت است که قطر خارجی هر یک از آن‌ها همان‌گونه که در جدول ۲ دیده می‌شود برابر با ۳/۱۸ سانتی‌متر است. قلب هم‌چنین دارای غلافی از جنس آلومینیم به ضخامت ۰/۸۹ میلی‌متر می‌باشد که در محاسبات شبیه‌سازی شده این ضخامت نادیده گرفته شده است و قطر داخلی میله‌ی سوخت برابر با ۳/۰۹ سانتی‌متر است.

۴. نتایج

روش اجزای محدود یکی شده با نرم‌افزار ANSYS [۲۹] برای رآکتور استوانه‌ای تحقیقاتی دانشگاه آریستوتل (شکل ۵) با ابعاد و مشخصات داده شده در جدول‌های ۱ و ۲ به کار گرفته شد. شکل ۶ نحوه‌ی شبیه‌سازی رآکتور و میله‌های سوخت را نشان می‌دهد. هر میله‌ی سوخت همان‌طور که در شکل ۴ نشان داده شده از سه قسمت مجزا با روکشی از جنس آلومینیم مدل‌سازی شده است. در این محاسبات برای آن‌که بتوان معادلات ترابرد نوترون را برای یک رآکتور ناهمگن حل کرد، غنای سوخت در امتداد شعاعی با شروع از 0.0145 g/cm^3 در میله‌ی مرکزی به میزان



شکل ۸. الگوی تغییر غنای سوخت در میله‌های سوخت در راستای شعاعی رآکتور ناهمگن.



شکل ۹. توزیع شعاعی شار نوترون گرمایی یک رآکتور استوانه‌ای ناهمگن با غنای سوخت مختلف و مقایسه‌ی آن با یک رآکتور همگن با چشمه‌ی ثابت.

۵. تحلیل و تفسیر نتایج

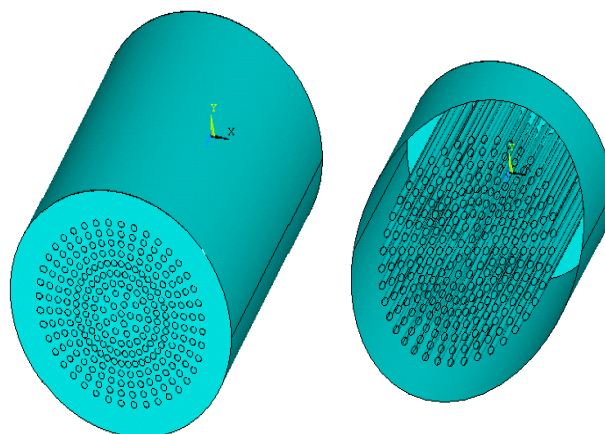
محاسبات بحرانی برای رآکتور ناهمگن و مقایسه‌ی اختلاف شار نوترون گرمایی در راستای شعاعی با حالت همگن، نشان می‌دهد که در رآکتور ناهمگن، یکنواختی شار نوترون و در نتیجه قدرت ظاهر شده در مقایسه با حالت همگن در راستای شعاعی قلب رآکتور افزایش می‌یابد. بنابراین برای تولید یک مقدار معین انرژی، میزان مصرف سوخت در نیروگاه ناهمگن نسبت به همگن کاهش می‌یابد. براساس داده‌های موجود برای رآکتور تحقیقاتی دانشگاه آریستوتل، محاسبات انجام شده نشان‌دهنده‌ی افزایش شار نوترون گرمایی در ناحیه‌ی مرزی قلب رآکتور ناهمگن بوده و میزان غنای میله‌های سوخت در راستای شعاع استوانه مطابق شکل ۸ تعیین گردید. این الگوی غنای سوخت را می‌توان به سادگی برای هر رآکتور استوانه‌ای دیگری

جدول ۱. ثابت‌ها و ابعاد رآکتور دانشگاه آریستوتل

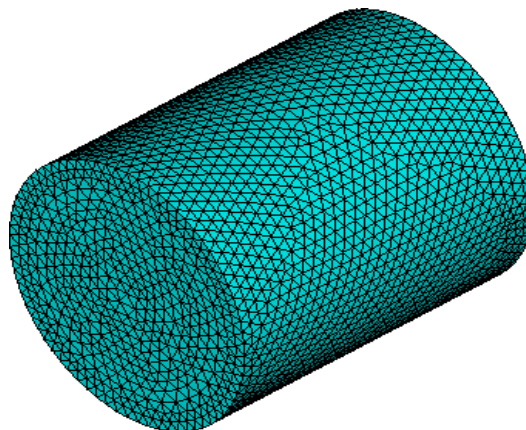
مشخصات مواد ساختاری	چگالی (g/cm ³)	قابلیت هدایت حرارتی (W/m ² k)	ظرفیت گرمایی (J/kg k)
آب سبک	۱,۰۰	۱,۰۰۰	۴۱۸۶
فولاد ضدزنگ	۸,۰۳	۱۹,۹	۵۰۰
هوا	۰,۰۰۱۳	۰,۰۲۵	۷۱۸
آلومینیم	۲,۷	۲۳۶,۸۸	۹۱۰

جدول ۲. ابعاد و مشخصات رآکتور دانشگاه آریستوتل

اجزا	جنس مواد	ضخامت غلاف (mm)	قطر خارجی (cm)	ارتفاع (m)
میله‌های سوخت	آلومینیم	۰,۸۹	۳,۱۸	۱,۵
محفظه‌ی رآکتور ضدزنگ	فولاد	۱۰۰	۱۲۳,۲۴	۱,۵۲
قلب رآکتور	-	-	۱۲۳,۲۴	۱,۰۷



شکل ۶. شبیه‌سازی میله‌های سوخت رآکتور دانشگاه آریستوتل.



شکل ۷. مش‌بندی حجم‌کننده‌ی رآکتور دانشگاه آریستوتل.



پی‌نوشت‌ها:

۱. Semi-Group Theory
۲. Lyapounov Theory
۳. Comparison Theorem
۴. Subregions
۵. Tori
۶. Tetrahedral

با هر قدرت تعریف شده‌ای محاسبه کرده و از نتایج آن در طراحی قلب استفاده نمود. لازم به ذکر است که با توجه به حجم پردازش صورت گرفته برای رآکتورهای صنعتی به منظور کاهش زمان محاسبه الگوریتم‌های ارایه شده باید بهبود یابد. برای کاهش زمان پردازش هم‌چنین می‌توان از روش‌های دیگری نظیر آشوب استفاده نمود که محاسبات مقدماتی این روش در دست اقدام می‌باشد.

References:

1. C. Papastefanou, "Measurement of neutron flux and albedo of water for thermal neutrons with foils of indium in a subcritical nuclear reactor," *Journal of Radio Analytical and Nuclear Chemistry*, Vol. **261**, 671-678 (2004).
2. M.Y. Bettan, Samuel H. Levine, "Critical experiment to determine amount of U-235 in research reactor fuel assemblies," *Annals of Nuclear Energy*, Vol. **34**, 159-165 (2007).
3. E.E. Lewis, "Finite element approximation to the even-parity transport equation," *Adv. Nucl. Sci. Technol.*, Vol. **22**, 565-583 (1985).
4. Masahide Iimasaki, Masahiko Ooki, "Stability analysis of linearized nuclear reactor by finite element method," *Journal of Nuclear Science and Technology*, Vol. **14**, 551-557 (1977).
5. R. Khoda-Bakhsh, S. Behnia, O. Jahanbakhsh, "Stability analysis in nuclear reactor using lyapounov exponent," *Annals of Nuclear Energy*, Vol. **35**, 1370-1372 (2008).
6. M.R. Golbahar Haghghi, M. Egtesad, P. Malekzadeh, "Coupled DQ-FE methods for two dimensional transient heat transfer analysis of functionally graded material," *Energy Conversion and Management*, Vol. **49**, 995-1001 (2008).
7. P. Havu, V. Havu, M.J. Puska, R.M. Nieminen, "Nonequilibrium electron transport in two-dimensional nanostructures modeled using Green's functions and the finite-element method," *Physical Rev. B*, Vol. **69**, 115325-115338 (2004).
8. W.H. Reed, T.R. Hill, "Triangular mesh methods for neutron transport equation," *Tech. Report LA-UR*, Los Alamos Scientific Laboratory (1973).
9. T. Fujimura, "Application of finite element method to two-dimensional multi-group neutron transport equation in cylindrical geometry," *Journal of Nuclear Science and Technology*, Vol. **14**, 541-550 (1977).
10. E.M. Gilbert, Monte Carlo, "Finite Element and S_n Methods, Conf-750413," Vol. 2, VII-I (1975).
11. H. Lin, J. Chang-Lung Hsieh, Ch. Shih, "Kuosheng BWR/6 stability analysis with LAPUR5 code," *Annals of Nuclear Energy*, Vol. **33**, 289-299 (2006).
12. NAJIB GUESSOUS, FOUZIA HADFAT, "Analatical Nodal Methods for Diffusion Equations," *Electronic J. of Differential Equations*, Conference 11, 143-155 (2004).
13. C.M. Kang, K.F. Hansen, "Finite element methods for reactor analysis," *Nucl. Sci.* **51**, (1973).
14. D.J. Lewins, N.N. Ngcobo, "Property discontinuities in the solution of finite difference approximations to the neutron diffusion equations," *Ann. Nucl. Energy*, **23**, 1, 29-34 (1996).
15. D. Ginestar, G. Verdu, V. Vidal, R. Bru, J. Munoz-Cobo, "High order backward discretization for the neutron diffusion equation," *Ann. Nucl. Energy*, Vol. **25**, 47-64 (1998).
16. Thomas Hohne, Soren Kliem, Ulrich Rohde, Frank-Peter Weiss, "Boron dilution transient during natural circulation flow in PWR-Experiments and CFD simulations," *Nuclear Engineering and Design*, Vol. **25**, 1323-1328 (2008).



17. Z.R. de Lima, F.C. da Silva, A.C.M. Alvim, "Solution of the fixed source neutron diffusion equation by using the pseudo-harmonics method," *Annals of Nuclear Energy*, **31**, 1649-1666 (2004).
18. J.J. Duderstadt & L.J. Hamilton, "Nuclear Reactor Analysis," John Wiley & Sons, New York (1976).
19. S. Cavda, H.A. Ozgener, "A finite element/boundary element hybrid method for 2-D neutron diffusion calculations," *Annals of Nuclear Energy*, Vol. **31**, 1555-1582 (2004).
20. M. Aasadzadeh, "A finite element method for the neutron transport equation in an infinite cylindrical domain," *Siam J. Numer. Anal.* Vol. **35**, 1299-1314 (1998).
21. J.J.W. van der Vegt, J.J. Sudirham, "A space-time discontinuous Galerkin method for the time-dependent Oseen equations," *Applied Numerical Mathematics*, Vol. **58**, 1892-1917 (2008).
22. S.K. Tomar, J.J.W. van der Vegt, "A Runge-Kutta discontinuous Galerkin method for linear free-surface gravity waves using high order velocity recovery," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. **196**, 1984-1996 (2007).
23. J.J. Sudirham, J.J.W. van der Vegt, R.M.J. van Damme, "Space-time discontinuous Galerkin method for advection-diffusion problems on time-dependent domains," *Applied Numerical Mathematics*, Vol. **56**, 1491-1415 (2006).
24. N. Vosoughi, A. Salehi, M. Shahriari, "Discrete Formulation for Two-Dimensional Multigroup Neutron Diffusion Equations," *Annals of Nuclear Energy*, Vol. **31**, 231-253 (2003).
25. H.A. Ozgener, B. Ozgener, "A multiregion boundary element method for multigroup neutron diffusion calculations," *Ann. Nucl. Energy*, Vol. **28**, 581-616 (2001).
26. J.R. Lamarsh, "Introduction to nuclear engineering," Addison-Wesley Publishing Company, New York (1975).
27. Ron T. Ackroyd, "Finite Element Methods for Particle Transport: Applications to Reactor and Radiation Physics," (1997).
28. S. Charalambous, "Experiments in atomic and nuclear physics," P. Ziti, Thessaloniki, Greece (1983).
29. ANSYS Version 11. User Manual. ANSYS, Inc. Software Products. Pennsylvania (2007).
30. R. Khoda-Bakhsh, S. Behnia, O. Jahanbakhsh, "Simulation of criticality of a homogeneous reactor using Finite Element Method," University of Urmia (1906).