



طراحی، ساخت و بهینه‌سازی طیف‌سنج سهموی تامسون به عنوان یک ابزار تشخیصی برای یون‌ها در دستگاه پلاسمای کانونی

محسن نیکبخت، بهجت قاسمی*، فریدون عباسی دوانی، بابک شیرانی بیدآبادی، غلامرضا اطاعتی
گروه کاربرد پرتوها، دانشکده‌ی مهندسی هسته‌ای، دانشگاه شهید بهشتی، صندوق پستی: ۱۹۸۳۹۶۳۱۱۳، تهران - ایران

چکیده: یکی از نیازهای اصلی در پژوهش‌های پلاسمای کانونی، اندازه‌گیری نوع و محدوده‌ی انرژی یون‌های تولیدی در این دستگاه به منظور استفاده از یون‌های حاصل در کاربردهای عملی یا پژوهش‌های نظری بر روی دستگاه پلاسمای کانونی است. هم‌چنین در سایر حوزه‌ها که اندازه‌گیری طیف انرژی یون‌ها در میدان‌های آمیخته‌ی پرتویی مورد نیاز است، طیف‌سنج سهموی تامسون ابزاری بسیار پرکاربرد است. در این پژوهش ابتدا یک نمونه طیف‌سنج سهموی ساخته شده و مورد آزمایش قرار گرفت. سپس با توجه به ایرادهای موجود در نمونه‌ی اولیه، طیف‌سنج تامسون جدیدی طراحی و ساخته شد که امکان اندازه‌گیری دقیق‌تر و با قدرت تفکیک بهتر را فراهم کرد. با هر دوی این طیف‌سنج‌ها آزمایش‌هایی در شرایط مختلف روی دو دستگاه پلاسمای کانونی مختلف انجام شد. نتایج، عملکرد مناسب طیف‌سنج در جداسازی یون‌ها برای طیف‌سنجی را نشان داد. در این پژوهش از نرم‌افزارهای CST و SRIM برای شبیه‌سازی قسمت‌های مختلف دستگاه استفاده شد. در نهایت مقایسه‌ای بین نتایج حاصل از ترابرد باریکه با نرم‌افزار CST و نتایج به دست آمده در آزمایش‌ها به انجام رسید که نشان‌دهنده‌ی قابل اطمینان بودن این نرم‌افزار در ترابرد باریکه‌ی یونی در سیستم طیف‌سنج تامسون است و هم‌چنین این نرم‌افزار می‌تواند به عنوان ابزاری برای تنظیم پارامترهای دستگاه قبل از انجام آزمایش و شناسایی یون‌ها بعد از انجام آزمایش به کار گرفته شود.

کلیدواژه‌ها: دستگاه پلاسمای کانونی، طیف‌سنج سهموی تامسون، نرم‌افزار CST

Design, construction and optimization of Thomson parabola spectrometer as a diagnostic tool in plasma focus device

M. Nikbakht, B. Ghasemi*, F. Abbasi Davani, B. Shirani, Gh. Etaati

Radiation Application Department, Nuclear Engineering Faculty, Shahid Beheshti University, P.O.Box: 1983963113, Tehran - Iran

Abstract: One of the main requirements in plasma focus researches is determination of the type and energy range of the produced ions in order to use them in applications and theoretical research activities. Furthermore, Thomson Parabola Spectrometer (TPS) is a very useful tool for measuring ion energy spectrum in a complex radiation field. At first, a typical TPS was built and tested. Then due to bugs in the prototype, a new TPS was designed and constructed with more accuracy and resolution. Some experiments were performed on the two different plasma focus devices by both spectrometers. The results of the new device showed a good performance in separating ions. The two types of CST and SRIM software were used to simulate different parts of this device. The results of the simulations and experiments showed a good agreement and the reliability of CST software for ion beam transport in TPS systems. CST enables us to set the parameters of the system before an experiment and also to diagnose the ions after the experiment.

Keywords: Plasma focus device, Thomson parabola spectrometer, CTS software

*email: b_ghasemi@sbu.ac.ir

۱. مقدمه

طیف‌سنج سهموی تامسون ابزاری برای اندازه‌گیری طیف انرژی یون‌ها در میدان‌های آمیخته‌ی یونی، ذرات خنثی یا فوتون‌ها است. این ابزار اندازه‌گیری با استفاده از دو میدان الکتریکی و مغناطیسی عمود بر هم و با استفاده از یک آشکارساز حساس به یون، با انحراف‌های متفاوت یون‌ها در میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی که متناسب با نسبت بار به جرم و انرژی یون‌ها است، موجب انحراف‌های متفاوت یون‌ها شده و سهمی‌هایی روی آشکارساز تشکیل می‌دهد که هر سهمی مربوط به یک یون مشخص (نسبت بار به جرم یون‌ها منحصر به فرد است) است و انتها و ابتدای سهمی تشکیل شده مربوط به کم‌ترین و بیش‌ترین انرژی یون مربوطه است [۱، ۲، ۳].

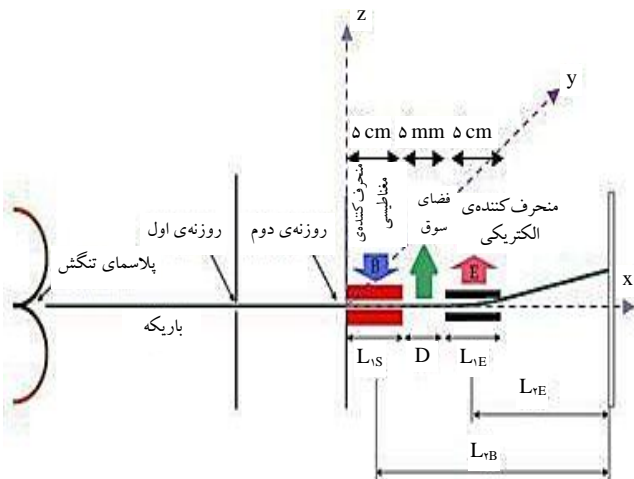
در این پژوهش دو نوع طیف‌سنج، یکی با منحرف‌کننده‌های مجزا که در آن از یک آهن‌ربای الکتریکی به عنوان منحرف‌کننده‌ی مغناطیسی و از دو صفحه‌ی مسی به عنوان الکتروود برای منحرف‌کننده‌ی الکتریکی و دیگری با منحرف‌کننده‌های مشترک که در آن یک قطعه آهن نرم به همراه یک آهن‌ربای دایمی (از جنس NdFeB)، که با هم منحرف‌کننده‌های الکتریکی و مغناطیسی را تشکیل می‌دادند، طراحی و ساخته شدند. شکل ۱ طرح‌واره‌ی مفهومی دو نوع طیف‌سنج تامسون ساخته شده در این پژوهش را نشان می‌دهد. با توجه به شکل ۱ و با استفاده از قانون دوم نیوتون می‌توان معادله‌ی حرکت ذره باردار در عبور از هر دو نوع طیف‌سنج را به دست آورد. با به کارگیری این معادله‌ها، می‌توان معادله‌ی مکان ذره بر روی آشکارساز را به دست آورد

$$z = \frac{mE}{qB^2} \frac{L_{1E}L_{2E}}{(L_{1B}L_{2B})^2} y^2 \quad (1)$$

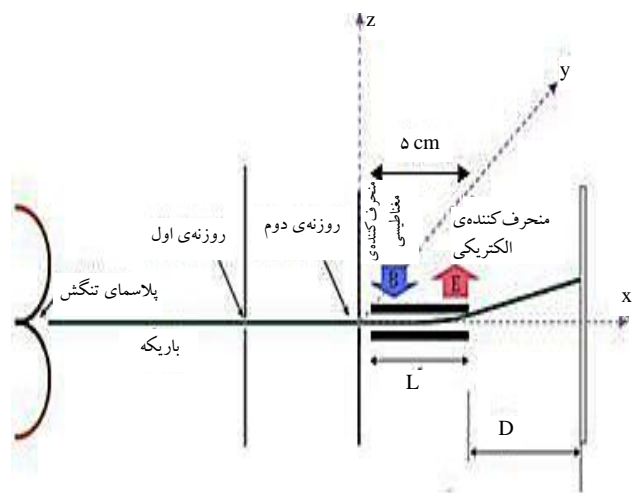
$$z = \frac{mE}{qB^2} \frac{1}{L(D+L/2)} y^2 \quad (2)$$

در این معادله‌ها، m و q جرم و بار یون و E و B به ترتیب، شدت میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی‌اند. فاصله‌های L_{1E} ، L_{2E} ، L_{1B} ، L_{2B} و D در شکل ۱ مشخص شده است. معادله‌ی ۱ برای طیف‌سنج تامسون با منحرف‌کننده‌های مجزا و معادله‌ی ۲ برای طیف‌سنج تامسون با منحرف‌کننده‌های مشترک است.

(الف)



(ب)



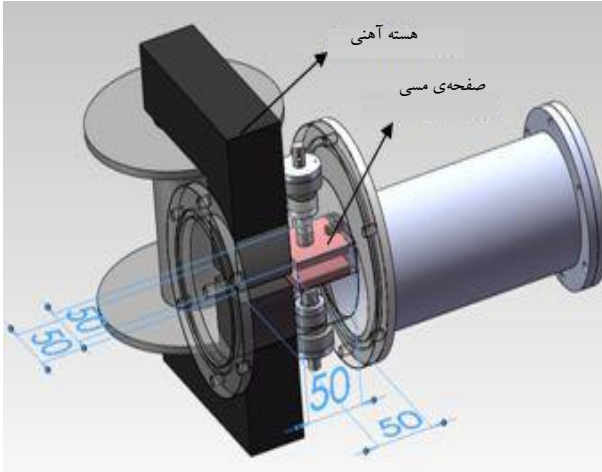
شکل ۱. طرح‌واره‌ی مفهومی طیف‌سنج سهموی تامسون. (الف) با منحرف‌کننده‌های مجزا، (ب) با منحرف‌کننده‌های مشترک.

۲. طراحی و شبیه‌سازی طیف‌سنج تامسون

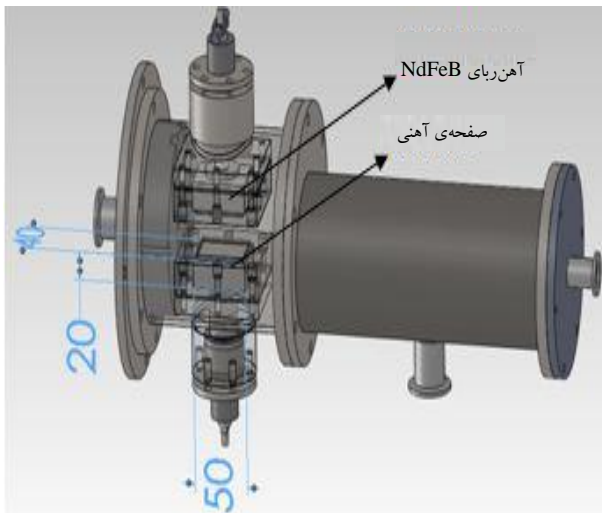
در این پژوهش دو دستگاه طیف‌سنج ساخته شده و مورد استفاده قرار گرفت. اولین دستگاه، یک طیف‌سنج با منحرف‌کننده‌های مجزا بود که در طراحی آن از یک هسته‌ی آهن نرم، سیم‌پیچ مسی به قطر ۱/۶ mm و با تعداد دور ۲۲۰۰ به عنوان آهن‌ربای الکتریکی و از دو صفحه‌ی مسی به ابعاد ۵۰mm×۵۰mm×۶mm به عنوان الکتروود استفاده شد. برای حفظ اختلاف فشار گاز بین محفظه‌ی پلاسمای کانونی (که با گاز مناسب و در محدوده‌ی فشار چند میلی‌بار پر می‌شد) و محفظه‌ی طیف‌سنج (که تا ۱۰^{-۳} mbar خلأ می‌شد) از یک لوله‌ی رابط بین دو محفظه استفاده شد. از دو روزنه به قطر ۵۰۰ میکرون در ابتدا و انتهای این



(الف)



(ب)



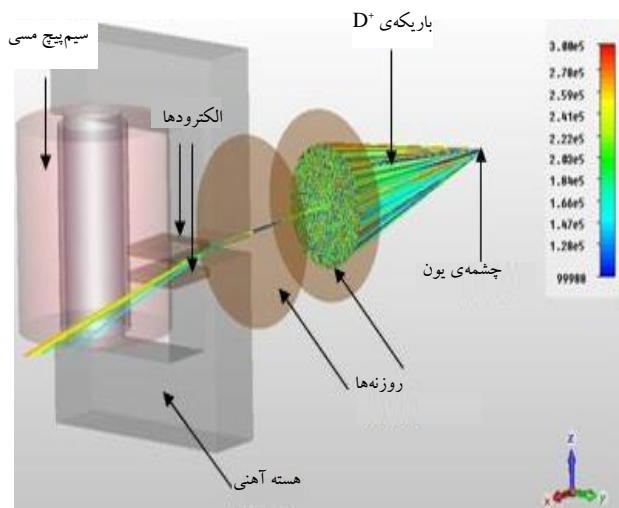
شکل ۲. طرح‌واره‌ی سه بعدی طیف‌سنج (الف) با منحرّف کننده‌های مجزا، (ب) با منحرّف کننده‌های مشترک.

برای بررسی میزان واگرایی و از دست رفتن یون‌ها از لحظه‌ی گسیلش تا رسیدن به آشکارساز در عبور از قسمت‌های مختلف دستگاه، از نرم‌افزار SRIM استفاده شد. نتایج نشان داد که برای یون‌های مختلف مانند دوتریم و نیتروژن با انرژی ۸۰ keV، خلأ در حدود 10^{-3} mbar در محفظه‌ی طیف‌سنج و حدود 10^{-2} mbar در قسمت بین دو روزنه مطلوب بوده و تأثیر قابل توجهی بر روی باریکه‌ی یون‌ها در دستگاه پلاسمای کانونی ندارد. بنابراین در صورت ایجاد حداقل چنین خلأی در سیستم می‌توان انتظار مشاهده‌ی ردهای یونی بر روی آشکارساز را داشت و واضح است که چنان‌چه از لحاظ عملی بتوان مقدار خلأ در سیستم را افزایش داد یون‌های سنگین‌تر، کم انرژی‌تر و با بار بیش‌تر قابل شناسایی و ثبت خواهند بود.

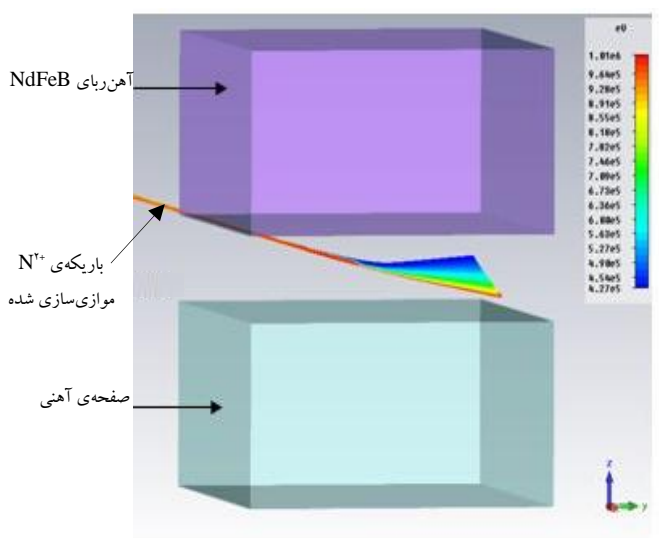
لوله برای موازی‌سازی باریکه‌ی یون استفاده شد. مزیت‌های اصلی این طراحی عبارت از امکان قطع و وصل جریان در سیم‌پیچ آهن‌ربای الکتریکی و تنظیم مستقل شدت میدان در هر دو منحرّف کننده بود. از عیب‌های این طراحی نیز می‌توان به استفاده از هسته‌ی آهنی نسبتاً بزرگ و سنگین که تراز کردن سیستم را با سختی همراه می‌کند و هم‌چنین استفاده از محفظه‌ی پلی‌اتیلنی که از طرفی امکان نفوذ موج‌های الکترومغناطیسی به سیستم را فراهم کرده و از طرف دیگر مانع دستیابی به خلأ بالاتر از 10^{-3} mbar می‌شود، اشاره کرد. استفاده از سیم‌پیچ با این تعداد دور بدون استفاده از خنک‌کننده، هسته‌ی سنگین که وزن کل دستگاه را افزایش می‌دهد و منبع تغذیه‌ی نسبتاً گران برای رسیدن به میدان‌های بالای ۰٫۲ T از دیگر مشکل‌های این دستگاه بودند. در طراحی جدید سعی شد تمامی این ایرادها برطرف شود. برای این منظور طیف‌سنجی با منحرّف کننده‌های مشترک طراحی و ساخته شد. در طراحی این طیف‌سنج از یک قطعه آهن نرم ($50\text{ mm} \times 40\text{ mm} \times 20\text{ mm}$) به همراه یک آهن‌ربای دایمی از جنس NdFeB ($50\text{ mm} \times 40\text{ mm} \times 20\text{ mm}$) که با قرار گرفتن در مقابل هم، منحرّف کننده‌های الکتریکی و مغناطیسی دستگاه را تشکیل می‌دادند استفاده شد و هر دوی آن‌ها در محفظه‌ای از جنس استیل قرار گرفت تا از نفوذ موج‌های الکترومغناطیسی به داخل محفظه جلوگیری شود. طراحی دستگاه به نحوی انجام شد که مرکز ثقل در مرکز دستگاه باشد تا تراز کردن آن به آسانی انجام شود. هم‌چنین با استفاده از آهن‌ربای دایمی به کار رفته دیگر نیازی به منبع تغذیه نبود و امکان دستیابی به شدت میدان مغناطیسی تا ۰٫۸۵ T به راحتی امکان‌پذیر می‌شد. در این طراحی، دستیابی به خلأ از مرتبه‌ی 10^{-6} mbar امکان‌پذیر شد. شکل ۲ طرح‌واره‌ی هر دو نوع طیف‌سنج طراحی شده را نشان می‌دهد.

قسمت‌های مختلف هر دوی این طیف‌سنج‌ها با استفاده از نرم‌افزارهای SRIM، COMSOL، CST از نظر مناسب بودن خلأ، نمایه‌ی شدت میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی، ترابرد باریکه در گذر از این میدان‌ها به همراه نقش موازی‌سازی روزنه‌های به کار رفته و در نهایت تأثیر موج‌های الکترومغناطیسی ایجاد شده در اثر تخلیه‌ی الکتریکی بر روی باریکه‌ی یونی، شبیه‌سازی و مورد بررسی قرار گرفت.

(الف)

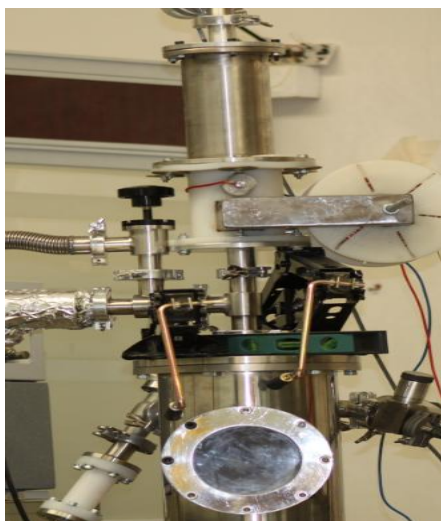


(ب)



شکل ۳. طرح‌واره‌ی شبیه‌سازی باریکه‌ی یونی در طیف‌سنج (الف) با منحرف‌کننده‌های مجزا، (ب) با منحرف‌کننده‌های مشترک.

(الف)



برای بررسی عملکرد منحرف‌کننده‌ها، ترابرد باریکه‌ی یونی در گذر از منحرف‌کننده‌ها و نقش موازی‌سازی روزنه‌ها از نرم‌افزار CST استفاده شد. در انتها مقایسه‌ای نیز بین نتایج به دست آمده از شبیه‌سازی و آزمایش‌ها انجام شد تا میزان اعتبار این نرم‌افزار در ترابرد باریکه‌ی یونی مورد ارزیابی قرار گیرد. شکل ۳ طرح‌واره‌ی شبیه‌سازی باریکه‌ی یونی در هر دو نوع طیف‌سنج با این نرم‌افزار را نشان می‌دهد.

۳. آزمایش‌ها

در این پژوهش از دو دستگاه پلاسمای کانونی به عنوان چشمه‌ی یون استفاده شد. در دستگاه اول که در انرژی تخلیه‌ی ۴kJ کار می‌کرد، دو عدد خازن موازی هر کدام با ظرفیت ۱۵μF؛ حداکثر ولتاژ قابل تحمل ۲۸kV و القای ۲۰nH، به عنوان منبع ذخیره‌ی انرژی به کار گرفته شد. در دستگاه دوم که برای انرژی ۳kJ طراحی شده بود، از یک عدد خازن با ظرفیت ۱۰/۲ μF؛ حداکثر ولتاژ قابل تحمل ۲۵kV و القای ۲۰nH برای ذخیره انرژی اولیه استفاده شد [۴، ۵].

طیف‌سنج‌های تامسون مطابق شکل ۴ بر روی دستگاه‌های پلاسمای کانونی نصب شدند و اولین مجموعه آزمایش، با طیف‌سنج با منحرف‌کننده‌های مجزا انجام شد. در این آزمایش‌ها با اعمال ابتدا میدان الکتریکی و سپس میدان مغناطیسی به صورت جداگانه دو آزمایش انجام شد که در هر دوی آن‌ها تأثیر موج‌های الکترومغناطیسی حاصل از تخلیه‌ی الکتریکی در گاف‌های جرقه بر روی مسیر حرکت یون‌ها به وضوح مشاهده شد. این اثر که به صورت وجود منحنی‌های سینوسی به جای خطوط مستقیم بود، پیش از این نیز توسط سایر افراد گزارش شده است [۶، ۷] (شکل ۵ الف و ب).

برای رفع اختلال ناشی از موج‌های الکترومغناطیسی، از کاغذ آلومینیم به صورت پوشش در اطراف کل محفظه‌ی طیف‌سنج استفاده شد. بعد از حفاظ‌سازی، عملکرد دستگاه اصلاح شده و در دو شات متوالی که در هر کدام به ترتیب میدان الکتریکی و مغناطیسی به طور منفرد اعمال شد، خط‌های افقی و عمودی از رد یون‌ها در برخورد با آشکارساز CR-۳۹ به دست آمد (شکل ۵ ج).

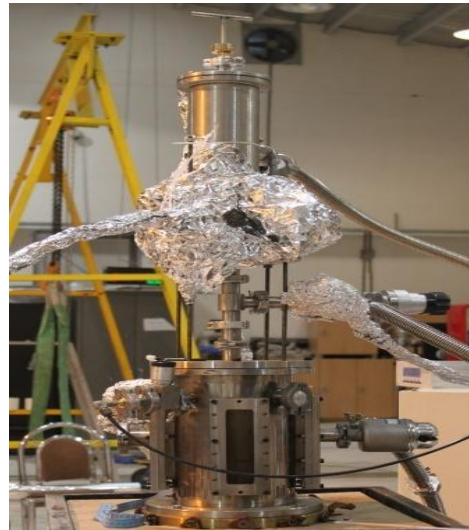


(ب)

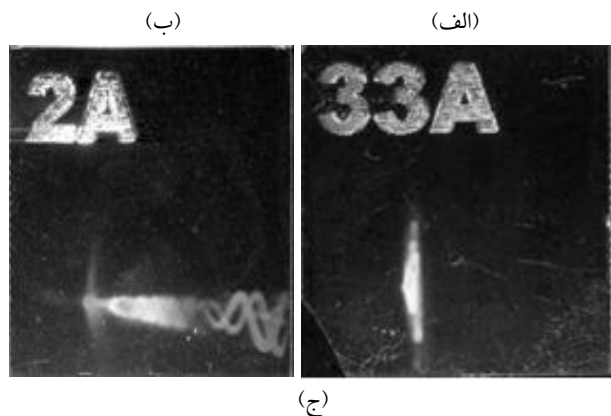
در مرحله‌ی دوم آزمایش‌ها، دستگاه طیف‌سنج تامسون با منحرف‌کننده‌های مجزا، در دو حالت با اعمال میدان‌های الکتریکی 300 kV/m (آزمایش ۱) و 412.2 kV/m (آزمایش ۲) و میدان مغناطیسی ثابت (0.201 T) در شرایطی که گاز کاری دستگاه پلاسمای کانونی 4 kJ ، ترکیبی از دوتریم و 4% درصد هوا تا فشار 2.1 mbar بود و بانک خازن تا ولتاژ 16.5 kV باردار شده بود، مورد آزمایش قرار گرفت. نتایج این دو آزمایش در شکل ۶ نشان داده شده است. در این شکل سهمی‌های مربوط به یون‌های مختلف به همراه مبدأ مختصات و محورهای میدان الکتریکی و مغناطیسی به خوبی قابل مشاهده هستند.

مرحله‌ی سوم آزمایش‌ها با استفاده از طیف‌سنج با منحرف‌کننده‌های مشترک در حالتی که میدان الکتریکی برابر 376 kV/m و میدان مغناطیسی برابر 0.357 T و در شرایطی که گاز کاری دستگاه پلاسمای کانونی 4 kJ ، ترکیبی از دوتریم و 2% درصد کریپتون تا فشار 6 mbar و بانک خازن تا ولتاژ 19 kV باردار شده بود (آزمایش ۳) انجام شد (شکل ۷ الف).

در مرحله‌ی سوم و چهارم، آزمایش با استفاده از طیف‌سنج جدید (با منحرف‌کننده‌های مشترک) در حالتی که میدان الکتریکی برابر 376 kV/m و میدان مغناطیسی برابر 0.357 T و در شرایطی که گاز کاری دستگاه پلاسمای کانونی 3 kJ ، نیتروژن تا فشار 0.4 mbar و بانک خازن تا ولتاژ به ترتیب 22.5 و 19.5 kV باردار شده بود (آزمایش‌های ۴ و ۵) انجام شد (شکل ۷ ب و ج).



شکل ۴. طیف‌سنج تامسون با منحرف‌کننده‌های (الف) مجزا، (ب) مشترک نصب شده بر روی دستگاه‌های پلاسمای کانونی.

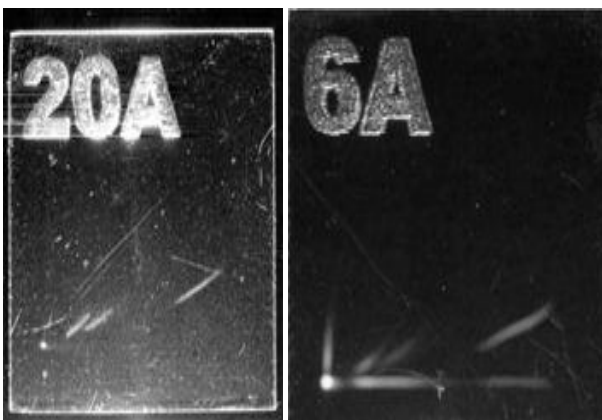


(ج)



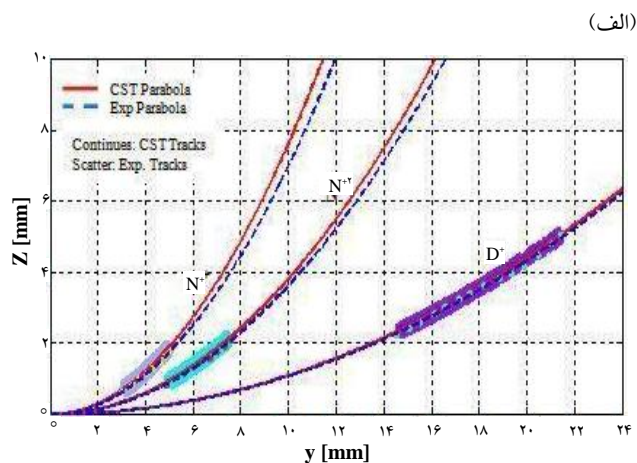
(ب)

(الف)

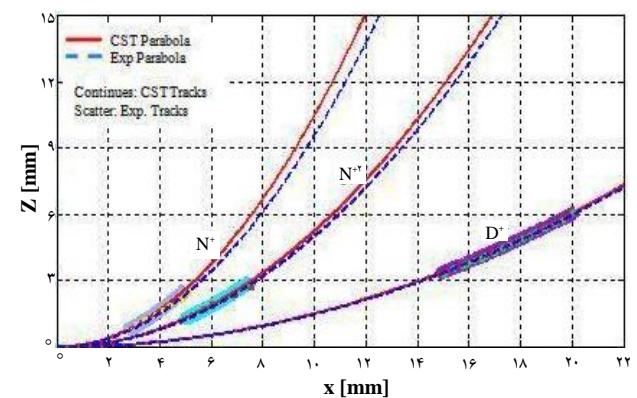


شکل ۶. ظهور رده‌های سهمی‌شکل در آشکارساز CR-39، (الف) آزمایش ۱، (ب) آزمایش ۲.

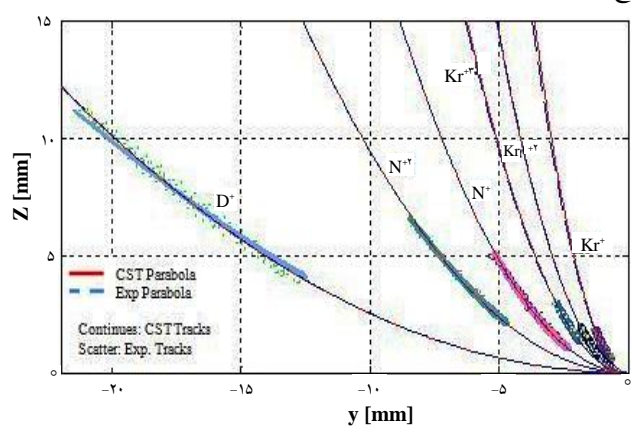
شکل ۵. (الف) ایجاد ردی خطی‌شکل بر روی آشکارساز CR-39 بعد از یک شات با اعمال تنها میدان الکتریکی، (ب) ایجاد دو منحنی سینوسی-مانند بر روی آشکارساز CR-39 بعد از دو شات پی در پی با اعمال تنها میدان مغناطیسی، (ج) تصویر خط‌های عمودی و افقی حاصل از اعمال میدان الکتریکی و مغناطیسی به صورت مجزا در طیف‌سنج تامسون بعد از حفاظ‌گذاری الکترومغناطیسی.



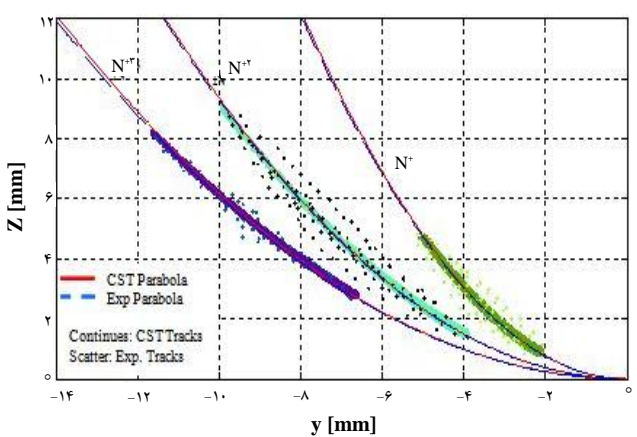
(الف)



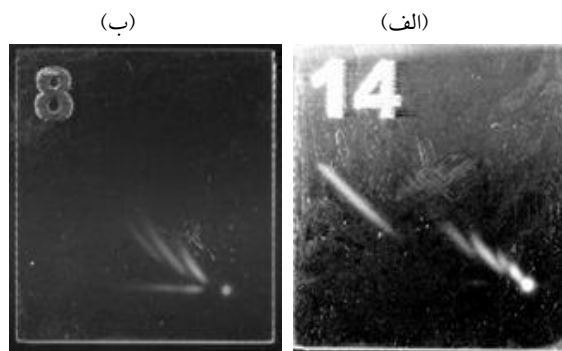
(ب)



(ج)



(د)



(ب)

(الف)

(ج)



شکل ۷. ظهور ردهای سهمی شکل در آشکارساز CR-۳۹، (الف) آزمایش ۳، (ب) آزمایش ۴، (ج) آزمایش ۵.

۴. نتایج

با استخراج ردهای یونی در هر پنج آزمایش و برازش سهمی‌های مربوط به هر یک از این داده‌ها، نوع و گستره‌ی انرژی هر یک از یون‌ها شناسایی و با نتایج حاصل از شبیه‌سازی مقایسه شد.

شکل ۸ ردهای حاصل از آزمایش و شبیه‌سازی را به همراه سهمی‌های برازش شده بر روی هر یک از این داده‌ها نشان می‌دهد. هم‌چنین در جدول ۱ اطلاعات مربوط به سهمی‌های برازش شده با داده‌های تجربی و شبیه‌سازی به همراه خطای نسبی آن‌ها آورده شده است.

مقایسه‌ی سهمی‌های به دست آمده در آزمایش‌ها با سهمی‌های شبیه‌سازی شده نشان داد که در همه‌ی آزمایش‌ها یون‌های N^+ و N^{2+} تولید شده است. علت مشاهده‌ی یون‌های نیتروژن در آزمایشی که تنها گازهای دوتریم و کریتون تزریق شده بود، هوای موجود در محفظه‌ی پلاسمای کانونی در قبل از تزریق گاز بوده است. هم‌چنین در آزمایش شماره ۴ یون N^{3+} نیز مشاهده شد. در این آزمایش از گاز نیتروژن استفاده شده و هم‌چنین در انرژی تخلیه‌ی بالاتری نسبت به آزمایش شماره ۵ انجام شد؛ بنابراین شار N^{3+} تولید شده به اندازه کافی بالا بود تا ردهای حاصل از آن‌ها قابل مشاهده باشند. علاوه بر یون نیتروژن، سهمی مربوط به یون دوتریم نیز در آزمایش‌هایی که گاز دوتریم تزریق شده بود، مشاهده شد.

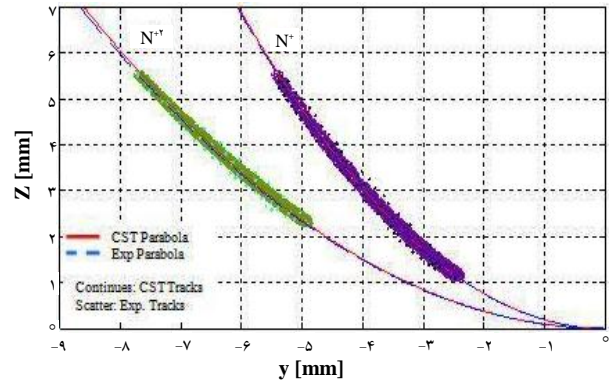


عملکرد بهتر طیف‌سنج با منحرف‌کننده‌های مشترک در شناسایی و جداسازی بهتر یون‌ها از یک‌دیگر را تأیید کرد. هم‌چنین در مجموع با توجه به خطاهای نسبی به دست آمده می‌توان گفت که آزمایش‌ها و شبیه‌سازی‌های انجام شده تطابق خوبی با هم دارند و بنابراین نرم‌افزار CST برای محاسبه‌ی ترابرد باریکه‌ی یونی در سیستم طیف‌سنج تاسون قابل اطمینان بوده و هم‌چنین می‌توان از این نرم‌افزار به عنوان ابزاری برای تنظیم پارامترهای دستگاه قبل از انجام آزمایش و شناسایی یون‌ها بعد از انجام آزمایش استفاده کرد.

مرجع‌ها

- [1] H. Herold, A. Mozer, M. Sadowski, H. Schmidt, Design and calibration of a Thomson ion analyzer for plasma focus studies, Rev. Sci. Instrum, 52, 24 (1981).
- [2] R.F. Schneider, C.M. Luo, M.J. Rhee, Resolution of the Thomson spectrometer, J. Appl. Phys, 57, 1 (1985).
- [3] Rhee M.J, Compact Thomson spectrometer, Review of Scientific Instruments, 55 (8) (1984) 1229-1234.
- [4] B. Shirani, F. Abbasi, M. Nikbakht, Production of ^{13}N by $^{12}\text{C}(d,n)^{13}\text{N}$ reaction in a medium energy plasma focus, Applied Radiation and Isotopes, 74 (2013) 86-90.
- [5] B. Shirani, F. Abbasi, Brazilian Journal of Physics, Construction and Experimental Study of a 2.5kJ, Simply Configured, Mather Type Plasma focus device, 40 (2) (2010) 125-130.
- [6] D.C. Carroll, K. Jones, L. Robson, P. McKenna, The design, development and use of a novel Thomson spectrometer for high resolution ion detection, High Power Laser Science, Short Pulse Plasma Physics, Central Laser Facility Annual Report, (2005/2006) 16-20.
- [7] K. Czaus, E. Skladnik-Sadowska, K. Malinowski, M.J. Sadowski, Miniature Thomson type spectrometer for mass and energy analysis of pulsed plasma ion streams, Czechoslovak Journal of Physics, 56 Suppl, B (2006).

(ی)



شکل ۸. ردهای حاصل از آزمایش و شبیه‌سازی به همراه سهمی‌های برازش شده‌ی مربوط به هر یک از این داده‌ها، (الف) آزمایش ۱، (ب) آزمایش ۲، (ج) آزمایش ۳، (د) آزمایش ۴، (ی) آزمایش ۵.

جدول ۱. معادله‌های سهمی‌های حاصل از برازش داده‌های تجربی و نتایج شبیه‌سازی به همراه خطای نسبی

شماره آزمایش	یون	محدوده‌ی انرژی (keV)	معادله‌ی سهمی (شبیه‌سازی)	معادله‌ی سهمی (آزمایش)	خطای نسبی
۱	D^+	۱۱۴-۲۳۷	$y = 0.01104 \times Z^2$	$y = 0.01084 \times Z^2$	۱.۸۱٪
	N^+	۳۰۰-۷۲۵	$y = 0.07647 \times Z^2$	$y = 0.07009 \times Z^2$	۸.۳۴٪
	N^{2+}	۵۲۵-۱۱۵۰	$y = 0.3831 \times Z^2$	$y = 0.33639 \times Z^2$	۵.۰۱٪
۲	D^+	۱۳۰-۲۳۱	$y = 0.01516 \times Z^2$	$y = 0.01494 \times Z^2$	۱.۴۵٪
	N^+	۳۰۰-۹۰۰	$y = 0.105 \times Z^2$	$y = 0.09583 \times Z^2$	۸.۷۳٪
	N^{2+}	۵۲۵-۱۱۵۰	$y = 0.5263 \times Z^2$	$y = 0.5028 \times Z^2$	۴.۴۶٪
۳	D^+	۱۰۵-۲۸۰	$y = 0.02524 \times Z^2$	$y = 0.02529 \times Z^2$	۰.۱۹٪
	N^+	۲۴۰-۱۰۸۵	$y = 0.1914 \times Z^2$	$y = 0.1915 \times Z^2$	۰.۰۵٪
	N^{2+}	۳۶۰-۱۰۹۰	$y = 0.9427 \times Z^2$	$y = 0.9447 \times Z^2$	۰.۲۱٪
۴	Kr^+	۶۵۰-۲۰۰۰	$y = 1.138 \times Z^2$	$y = 1.086 \times Z^2$	۴.۷۸٪
	Kr^{2+}	۱۲۰۰-۷۰۰۰	$y = 0.5447 \times Z^2$	$y = 0.58 \times Z^2$	۰.۹۱٪
	Kr^{3+}	۱۲۰۰-۲۵۰۰	$y = 0.385 \times Z^2$	$y = 0.3778 \times Z^2$	۱.۹۰٪
۵	N^+	۲۵۰-۱۳۰۰	$y = 0.1917 \times Z^2$	$y = 0.1893 \times Z^2$	۱.۲۶٪
	N^{2+}	۲۶۵-۱۵۵۰	$y = 0.9366 \times Z^2$	$y = 0.9284 \times Z^2$	۰.۸۸٪
	N^{3+}	۴۳۵-۱۲۵۰	$y = 0.6184 \times Z^2$	$y = 0.609 \times Z^2$	۱.۵۴٪
۵	N^+	۲۱۵-۱۰۱۵	$y = 0.1911 \times Z^2$	$y = 0.1897 \times Z^2$	۰.۷۳٪
	N^{2+}	۴۳۰-۱۰۱۰	$y = 0.9461 \times Z^2$	$y = 0.9315 \times Z^2$	۱.۵۶٪

۵. بحث و نتیجه‌گیری

بیش‌ترین خطای نسبی نتایج شبیه‌سازی نسبت به آزمایش‌ها همان‌طور که در جدول ۱ نشان داده شده است، حدود ۸.۷٪ برای آزمایش‌های انجام شده با طیف‌سنج با منحرف‌کننده‌های مجزا و حدود ۴.۷٪ برای آزمایش‌های انجام شده به وسیله‌ی طیف‌سنج با منحرف‌کننده‌های مشترک است. با مقایسه‌ی این نتایج می‌توان

