



## شبیه‌سازی ترابرد وابسته به زمان نوترون در رآکتورهای شکافت با استفاده از روش مونت کارلو

محسن شایسته<sup>۱\*</sup>، مجید شهریار<sup>۲</sup>، غلامرضا رئیس‌علی<sup>۳</sup>

۱- گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه امام حسین (ع)، صندوق پستی: ۳۴۷-۱۶۵۷۵، تهران - ایران

۲- دانشکده مهندسی هسته‌ای، دانشگاه شهید بهشتی، تهران - ایران

۳- پژوهشکده کاربرد پرتوها، پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای، سازمان انرژی اتمی، صندوق پستی: ۳۴۸۶-۱۱۳۶۵، تهران - ایران

**چکیده:** برنامه‌ای کامپیوتری براساس روش مونت کارلو برای ترابرد وابسته به زمان نوترون در محیط‌های شکافت‌پذیر و محاسبه پارامترهای نوترونیک سیستم بسط داده شده است. در این مقاله به چگونگی محاسبه ضریب تکثیر مؤثر، طول عمر متوسط نوترون و توزیع مکانی شار در حالت پایدار پرداخته شده است. نتایج بدست آمده با مقادیر تجربی و روش‌های محاسباتی دیگر مقایسه شده و توافق خوبی بین آنها مشاهده می‌شود.

**واژه‌های کلیدی:** سیستم‌های شکافت‌پذیر، پارامترهای نوترونیک، روش مونت کارلو، محاسبات بحرانی، طول عمر نوترون

## Simulation of Time Dependent Neutron Transport in Fission Reactors Using Monte-Carlo Method

M. Shayesteh<sup>\*1</sup>, M. Shahriari<sup>2</sup>, G. Raisali<sup>3</sup>

1- Physics Department, College of Basic Sciences, Imam Hossein University, P.O. Box: 16575-347, Tehran – Iran

2- Nuclear Engineering Department, Shahid Beheshti University, Tehran – Iran

3- Radiation Applications Research School, Nuclear Science and Technology Research Institute, AEOI, P.O. Box: 11365-3486, Tehran - Iran

**Abstract:** In this paper, time dependent neutron transport in fissionable media is simulated by Monte Carlo method, and the neutronic parameters are estimated. In this article, the effective multiplication factor, neutron lifetime, and flux distribution in steady state condition are calculated. The comparison of the results obtained by this method, with those of the experimental measurements and the other calculations have shown that they are in very good agreement.

**Keywords:** Fissionable Systems, Neutronic Parameters, Monte Carlo Method, Criticality Calculations, Neutron Lifetime

\*email: mohsen\_shayesteh@hotmail.com

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۸۴/۸/۲۹ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۸۵/۸/۱۷



## ۱- مقدمه

$$\iiint_{V, E} \Phi(\vec{r}, E, t) dt dE \frac{dV}{V} = \iiint_{V, E} N(\vec{r}, E, t) v dt dE \frac{dV}{V} = \iiint_{V, E, S} N(\vec{r}, E, t) ds dE \frac{dV}{V} \quad (1)$$

با توجه به اینکه  $N(\vec{r}, E, t) ds$  چگالی طول مسیر است، TDMC این انتگرال را با جمع‌زدن روی همه مسیرهای ذره تخمین می‌زند. بدین منظور مجموع  $\sum_i^C WL_i$  که در آن  $L_i$  فاصله بین برخوردها (طول مسیر) و  $W$  وزن آماری ذره است حساب شده و سهم مربوط به فاصله بین آخرین برخورد و مرز سیستم (برای نوترون‌هایی که از سیستم نشت می‌کنند) به آن اضافه می‌شود.  $C$  تعداد برخوردهایی است که ذره در محیط انجام می‌دهد تا نهایتاً جذب شود یا از سیستم نشت کند. با محاسبه این مجموع برای تمام تاریخچه‌ها و تقسیم آن بر تعداد تاریخچه‌ها، شار حجمی در هر سیکل بدست می‌آید:

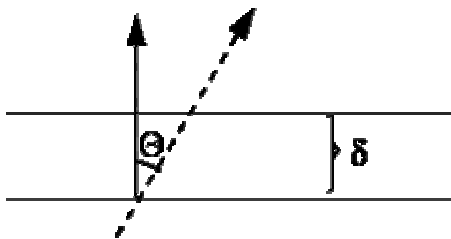
$$\Phi = \frac{1}{V \cdot H} \times \sum_{h=1}^H \left[ \left( \sum_{i=1}^C L_{h,i} W \right) + R_h W \right] \quad (2)$$

در این رابطه  $H$  تعداد تاریخچه‌ها،  $R_h$  طول مسیر بین آخرین برخورد و مرز سیستم است. استفاده از این روش برای محاسبه شار نوترونی در مواردی نظیر وجود نواحی خالی از ماده، بهتر از روش چگالی برخورد است [۲].

شار سطحی حالت حدی شار حجمی است که ضخامت حجمی که شار در آن حساب می‌شود به سمت صفر میل کند. بنابراین با توجه به شکل ۱ شار سطحی از رابطه ۳ بدست می‌آید [۳]:

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} WL_i / V = (W\delta / |\cos \theta|) / (A\delta) = W / (A|\mu|) \quad (3)$$

چنانچه ضخامت  $\delta$  به سمت صفر میل کند، حجم برابر با  $A\delta$  شده و طول مسیر ذره برابر با  $\delta / |\mu|$  می‌شود که  $\mu$  کسینوس زاویه بین عمود بر سطح و مسیر ذره است. در مواردی که  $\Theta$  نزدیک به  $90^\circ$  باشد، مقدار  $\mu$  کوچک می‌شود. برای مقادیر کوچک  $\mu$  از یک مقدار متوسط استفاده می‌شود، بطوریکه وقتی



شکل ۱- زاویه بین بردار عمود بر سطح و مسیر ذره برای محاسبه شار سطحی.

کمیات نوترونی وابسته به زمان در یک سیستم شکافت‌پذیر از معادله ترابرد نوترون وابسته به زمان و معادلات تغییرات زمانی مولد نوترون‌های تأخیری بدست می‌آیند. این معادلات بجز در موارد بسیار ساده بطور تحلیلی قابل حل نمی‌باشند. از اینرو از روش‌های عددی برای حل این معادلات استفاده می‌شود. با کدهایی نظیر ANISN، DOT، DORT و TORT معادله ترابرد مستقل از زمان را با استفاده از روش جهت‌های گسسته حل می‌کنند. معادله ترابرد وابسته به زمان را می‌توان با انجام اصلاحاتی در سطح مقطع کل و با استفاده از کد TORT بوسیله کد TDTORT حل کرد [۱].

راه حل دیگر مسائل ترابرد نوترون، استفاده از روش مونت کارلو است که در کدهایی نظیر MORSE و MCNP بکار رفته است. با کد MCNP که یکی از کاملترین کدهای محاسباتی مونت کارلو است، می‌توان مسائل وابسته به زمان را در مواردی که چشمه وابسته به زمان است حل کرد، ولی این کد قابلیت بررسی وضعیت دینامیکی رآکتور را ندارد.

در این تحقیق، به منظور بررسی ترابرد وابسته به زمان نوترون در رآکتورهای شکافت، یک برنامه کامپیوتری به نام TDMC<sup>(۱)</sup> نوشته شده است که با استفاده از روش مونت کارلو، کمیات نوترونی یک سیستم شکافت‌پذیر و خطای آماری آنها را حساب می‌کند. این برنامه ضریب تکثیر سیستم، طول عمر متوسط نوترون اعم از زمان تولید و زمان از بین رفتن آن، توزیع شار نوترون درون سیستم (وابسته به مکان، انرژی و زمان) و کمیات وابسته به شار مانند میزان‌های جذب، نشت و شکافت را برای حالت پایدار و حالت وابسته به زمان حساب می‌کند. در این برنامه محاسبات نوترونیک برای تعداد گروه‌های انرژی دلخواه، همچنین تعداد گروه‌های مختلف نوترون‌های تأخیری انجام می‌شود و توان سیستم برحسب زمان تعیین می‌گردد. در این برنامه امکان تغییر چگالی مواد موجود در سیستم با گذشت زمان، که سبب تغییر رآکتیویته سیستم خواهد شد، وجود دارد. همچنین تغییر زمانی مرزهای سیستم (مانند ورود و خروج میله‌های کنترل) قابل اعمال بوده و اثرهای آن بر کمیات مورد محاسبه لحاظ خواهد شد.

## ۲- روش محاسبات

تعریف شار عبارت است از  $\Phi(\vec{r}, E, t) = vN(\vec{r}, E, t)$  که  $v$  سرعت ذره و  $N$  چگالی آن (یا تابع وزنی ذره بر واحد حجم) است. انتگرال زمانی شار عبارت است از:



$$K_{eff}^A = \frac{W}{H} \times \sum_{i=1}^H \left( \frac{v_k(E) \sigma_{f_k}(E)}{\sigma_{c_k}(E) + \sigma_{f_k}(E)} \right) \quad (6)$$

در این رابطه اندیس K مربوط به ایزوتوپی است که نوترون را جذب می‌کند و جمع روی برخوردهای جذبی همه تاریخچه‌ها صورت می‌گیرد.  $\sigma_{ck}$  سطح مقطع گیراندازی نوترون مربوط به ایزوتوپ kام است. برای محاسبه خطای آماری هر یک از این کمیت‌ها، در انتهای تاریخچه هر ذره کمیات:

$$k_h^{TL} = \sum_{i=1}^C \left( L_{h,i} \sum_k Df_k v_k(E) \sigma_{f_k}(E) \right) + R_h \sum_k Df_k v_k(E) \sigma_{f_k}(E) \quad (7)$$

و

$$K_h^C = \sum_{i=1}^C \left( \frac{\sum_k f_{m,k} v_k(E) \sigma_{f_k}(E)}{\sum_k f_{m,k} \sigma_{t_k}(E)} \right) \quad (8)$$

و در صورتی که نوترون جذب شود (عدم نشت از سیستم) کمیت:

$$K_h^A = \frac{v_k(E) \sigma_{f_k}(E)}{\sigma_{c_k}(E) + \sigma_{f_k}(E)} \quad (9)$$

بدست آمده و وردایی هر یک طبق روابط زیر حساب می‌شود:

$$Var(K^{TL}) = \left[ \sum_{h=1}^H (K_h^{TL})^2 / H \right] - (K^{TL})^2 \quad (10)$$

$$Var(K^C) = \left[ \sum_{h=1}^H (K_h^C)^2 / H \right] - (K^C)^2 \quad (11)$$

$$Var(K^A) = \left[ \sum_{h=1}^H (K_h^A)^2 / H \right] - (K^A)^2 \quad (12)$$

مقدار ضریب تکثیر سیستم در نهایت، از مقادیر حاصل از روش‌های فوق، با استفاده از تکنیک‌هایی که منجر به کمینه کردن وردایی می‌شوند، بدست می‌آید [۴].

از جمله کمیات وابسته به شار که در TDMC قابل محاسبه هستند، تعداد نوترون‌های جذبی و نشتی در سیکل مورد بررسی و

با  $|\mu| < 0.1$  باشد،  $|\mu| = 0.05$  قرار داده می‌شود [۳]. با TDMC می‌توان توزیع مکانی شار گروه‌های مختلف انرژی، همچنین مجموع آنها را در هر سیکل حساب کرد.

میزان اندرکنش از هر نوع را می‌توان از ضرب کردن شار در سطح مقطع ماکروسکوپی آن اندرکنش بدست آورد. با توجه به این نکته، ضریب تکثیر مؤثر سیستم را برای هر سیکل می‌توان از روشی که به روش طول مسیر<sup>(۲)</sup> معروف است، از رابطه (۴) بدست آورد:

$$K_{eff}^{TL} = \frac{W}{H} \times \sum_{h=1}^H \left[ \sum_{i=1}^C \left( L_{h,i} \sum_k Df_k v_k(E) \sigma_{f_k}(E) \right) + R_h \sum_k Df_k v_k(E) \sigma_{f_k}(E) \right] \quad (4)$$

که در آن چگالی اتمی،  $f_k$  کسر اتمی ایزوتوپ kام،  $v_k(E)$  تعداد نوترون‌های آزاد شده در اثر برخورد منجر به شکافت نوترونی با انرژی E با ایزوتوپ kام و  $\sigma_{f_k}(E)$  سطح مقطع شکافت وابسته به انرژی ایزوتوپ kام است. در صورتیکه برخوردهای i-1 و iام در یک محیط انجام گیرند و ذره از آن محیط خارج نشود،  $L_{h,i}$  فاصله بین این برخوردها از تاریخچه hام است، که در این حالت پارامترهای  $D$ ،  $f_k$ ،  $v_k(E)$  و  $\sigma_{f_k}(E)$  مربوط به همان محیط می‌باشند. در صورتیکه ذره از محیطی که در آن است خارج شود،  $L_{h,i}$  برای هر محیط (با پارامترهای همان محیط) بطور جداگانه حساب و با هم جمع می‌شوند.

ضریب تکثیر سیستم را می‌توان با استفاده از چگالی برخوردهای نوترون، همچنین میزان جذب نوترون در هسته‌های شکافت‌پذیر نیز حساب کرد. اگر تخمین ضریب تکثیر با استفاده از چگالی برخورد را با  $K_{eff}^C$  و تخمین آن با استفاده از جذب در هسته‌های شکافت‌پذیر را با  $K_{eff}^A$  نشان دهیم، داریم:

$$K_{eff}^C = \frac{W}{H} \times \sum_{h=1}^H \left[ \sum_{i=1}^C \left( \frac{\sum_k f_{m,k} v_k(E) \sigma_{f_k}(E)}{\sum_k f_{m,k} \sigma_{t_k}(E)} \right) \right] \quad (5)$$

اندیس m مربوط به محیطی است که برخورد در آن روی می‌دهد، اندیس k مربوط به ایزوتوپ‌های موجود در آن محیط و  $\sigma_{t_k}(E)$  سطح مقطع کل وابسته به انرژی ایزوتوپ kام است.



مدت زمان تولید یک نسل بوده و معادل  $\tau_p$  می‌باشد. کد MCNP طول عمر متوسط نوترون در سیستم یا  $\tau_D$  را به چند روش تخمین می‌زند، ولی  $\tau_p$  را حساب نمی‌کند. از اینرو، همانطور که در راهنمای این کد اشاره شده است، نمی‌توان از طول عمر حساب شده توسط این کد، برای بررسی تغییرات جمعیت نوترونی در سیستم‌های شکافت‌پذیر استفاده کرد [۳]. محاسبه  $\tau_D$  و  $\tau_p$  از مزایای TDMC است.

اگر  $t_{h,i}$  فاصله زمانی ترابرد نوترون از مبداء تا محل برخورد  $\bar{h}$  از تاریخچه  $\bar{h}$  ام باشد، زمان متوسط تولید از رابطه (۱۸) حساب می‌شود:

$$\tau_p = W \times \sum_{h=1}^H \left[ \sum_{i=1}^C t_{h,i}(E) \left( \frac{\sum_k f_k v_k(E) \sigma_{f_k}(E)}{\sum_k f_k \sigma_{t_k}(E)} \right) \right] / \left[ \sum_{h=1}^H W \times \left[ \sum_{i=1}^C \left( \frac{\sum_k f_k v_k(E) \sigma_{f_k}(E)}{\sum_k f_k \sigma_{t_k}(E)} \right) \right] \right] \quad (18)$$

که با توجه به رابطه (۵) می‌توان آن را بصورت زیر نوشت:

$$\tau_p = \frac{W}{H \cdot K_{eff}^C} \times \sum_{h=1}^H \left[ \sum_{i=1}^C t_{h,i}(E) \left( \frac{\sum_k f_k v_k(E) \sigma_{f_k}(E)}{\sum_k f_k \sigma_{t_k}(E)} \right) \right] \quad (19)$$

که  $v$ ،  $f$ ،  $\sigma_f$  و  $\sigma_t$  مربوط به محیط یا سلولی است که برخورد در آن صورت گرفته و اندیس  $k$  مربوط به ایزوتوپ‌های موجود در این محیط یا سلول بوده و:

$$t_{h,i}(E) = \sum_{j=1}^i \frac{L_{h,j}}{v(E)} \quad (20)$$

که  $v$  سرعت نوترون در هر گروه انرژی می‌باشد. مدت زمان متوسط از بین رفتن نوترون عبارتست از:

$$\tau_D = \frac{W}{H} \times \sum_{h=1}^H \left[ \sum_{i=1}^C t_{h,i}(E) \left( \frac{\sum_k f_k [\sigma_{f_k}(E) + \sigma_{c_k}(E)]}{\sum_k f_k \sigma_{t_k}(E)} \right) \right] \quad (21)$$

تعداد نوترون‌های چشمه تولید شده در نسل بعدی است که به ترتیب با  $N_D(t)$  و  $N_P(t)$  نشان داده شده و عبارتند از:

$$N_D(t) = \iiint dV d\Omega dE \Sigma_a(\bar{r}, E) \Phi_i(\bar{r}, \bar{\Omega}, E, t) + \int \nabla_n \Phi_i(\bar{r}, \bar{\Omega}, E, t) ds \quad (13)$$

و

$$N_P(t) = \iiint dV d\Omega dE v(E) \Sigma_f(\bar{r}, E) \Phi_i(\bar{r}, \bar{\Omega}, E, t) \quad (14)$$

در سمت راست رابطه (۱۳)، از انتگرال اول نوترون‌های جذب شده و از انتگرال دوم نوترون‌هایی که از سیستم نشت کرده‌اند، حساب می‌شوند. با محاسبه گشتاور اول کمیات فوق می‌توان زمان‌های متوسط برای از بین رفتن و تولید نوترون را تخمین زد. اگر این زمان‌ها را به ترتیب با  $\tau_D$  و  $\tau_p$  نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$\tau_D = \left[ \int_0^\infty N_D(t) t dt \right] / \left[ \int_0^\infty N_D(t) dt \right] \quad (15)$$

$$\tau_p = \left[ \int_0^\infty N_P(t) t dt \right] / \left[ \int_0^\infty N_P(t) dt \right] \quad (16)$$

که  $\tau_D$  زمان متوسط عمر نوترون‌ها از لحظه تولید تا از بین رفتن آنها در سیستم و  $\tau_p$  زمان متوسط بوجود آمدن نوترون‌های نسل بعدی، یا زمان تولید است. از این روابط معلوم می‌شود که در حالت کلی رابطه خاصی بین  $\tau_D$  و  $\tau_p$  وجود ندارد. با توجه به این واقعیت فیزیکی که بین زمانی که نوترون در سیستم (مثلاً قلب و بازتابنده) بسر می‌برد و زمانی که برای تکثیر آن نیاز است، رابطه مستقیمی وجود ندارد، اختلاف بین این دو زمان مشخص می‌شود. همچنین روشن می‌شود که  $\tau_D$  بزرگتر یا حداقل مساوی  $\tau_p$  است. در سیستم‌هایی با بازتابنده نسبتاً ضخیم،  $\tau_D$  ممکن است چندین برابر  $\tau_p$  باشد. وقتی از رابطه (۱۷):

$$N(t) = N_0 \exp\left(\frac{k-1}{\ell} t\right) \quad (17)$$

برای محاسبه تغییرات جمعیت نوترونی بر حسب زمان استفاده می‌شود، باید در این رابطه  $\tau_p$  را به جای  $\ell$  قرار داد. در واقع  $\ell$



### ۳- روش کار برنامه کامپیوتری TDMC

بطوریکه گفته شد، برنامه کامپیوتری TDMC با استفاده از روش مونت کارلو کمیات نوترونی یک سیستم شکافت‌پذیر و خطای آماری آنها را حساب می‌کند. این برنامه با ترابرد هر نوترون که از شکافت یا چشمه خارجی (در صورت وجود چشمه خارجی) آزاد می‌شود، با استفاده از روش‌های پیش گفته، کلیه اندرکنش‌های محتمل را شبیه‌سازی می‌کند. دنبال کردن نوترون تا زمانی ادامه می‌یابد که نوترون نشت کند و امکان بازگشت آن به سیستم وجود نداشته باشد، یا این نوترون جذب یکی از ایزوتوپ‌های موجود در سیستم گردد، که در اینصورت تاریخچه آن به پایان می‌رسد. برخوردهایی که نوترون در طول مدت عمر خود از زمان تولید تا زمان پایان یافتن تاریخچه‌اش انجام می‌دهد یا از نوع پراکندگی (کشسان، ناکشسان) است، یا از نوع جذبی (گیراندازی، شکافت، ...) با توجه به این موضوع می‌توان ترابرد نوترون‌ها را به دو روش در نظر گرفت: در روش اول کلیه برخوردها از زمان تولید نوترون تا زمان نشت آن از سیستم به عنوان برخورد پراکندگی در نظر گرفته شده و پس از هر برخورد تابع وزنی:

$$W_i(t) = W_0 \left( \prod_{j=1}^i \frac{\Sigma_s(E)}{\Sigma_t(E)} \right) \delta \left( t - \sum_{j=1}^i \frac{L_j(E)}{v(E)} \right) \quad (26)$$

به نوترون نسبت داده می‌شود. در این رابطه  $W_0$  وزن اولیه ذره در زمان آزاد شدن از چشمه،  $L_j$  فاصله طی شده بین برخوردهای  $j-1$  و  $j$ ،  $\Sigma_t$  سطح مقطع ماکروسکوپی کل،  $\Sigma_s$  سطح مقطع ماکروسکوپی پراکندگی،  $v$  سرعت ذره و  $t$  فاصله زمانی رسیدن ذره از چشمه (خارجی یا شکافت) تا نقطه برخورد می‌باشند. در روش دوم پس از هر برخورد، نمونه‌برداری از نوع اندرکنش انجام شده و در صورتی که برخورد از نوع جذبی باشد تاریخچه ذره پایان یافته تلقی می‌گردد، در غیر این صورت ترابرد نوترون با تابع وزن قبلی ادامه می‌یابد. هر دو روش مذکور در TDMC قابل شبیه‌سازی می‌باشند.

در هر سیکل تاریخچه تعدادی نوترون  $N$  دنبال می‌شود و با ثبت اطلاعات مربوطه کمیتهای موردنیاز حساب می‌شوند. معمولاً برای رسیدن به دقت بهتر، این تعداد که تعداد تاریخچه‌ها<sup>(۴)</sup> نامیده می‌شود، عدد نسبتاً بزرگی در حدود ۵۰۰۰۰ انتخاب می‌شود. بدیهی است هرچه این عدد بزرگتر باشد دقت کمیتهای بدست آمده بیشتر است. در سیستم‌های فوق بحرانی

$t_{h,c}$ ، زمانی که نوترون از سیستم نشت می‌کند برابر است با:

$$t_{h,c} = \left( \sum_{i=1}^c \frac{L_{h,i}}{v} \right) + \frac{R_h}{v} \quad (22)$$

کمیات حساب شده از روش مونت کارلو، با استفاده از نمونه‌برداری‌های انجام شده از تاریخچه تعداد زیادی ذره بدست می‌آید. بنابراین یک نکته مهم درباره مقادیر این کمیات خطای آماری یا عدم قطعیت مربوط به این مقادیر بوده و لازم است همراه مقدار متوسط آن کمیته ذکر گردد. در این روش، با دنبال کردن یک ذره و انجام نمونه‌برداری، یک مقدار  $X_i$  به کمیته موردنظر نسبت داده می‌شود (مثلاً طول عمر نوترون یا ضریب تکثیر سیستم). مقدار متوسط کمیته موردنظر،  $\bar{x}$ ، از متوسط نمونه‌های بدست آمده بصورت زیر تخمین زده می‌شود:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (23)$$

که  $N$  تعداد تاریخچه‌های بکار گرفته شده است. انحراف معیار تخمین زده شده جمعیت  $X$  با استفاده از مقادیر نمونه‌برداری شده  $X_i$  عبارتست از:

$$S^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \cong \overline{x^2} - \bar{x}^2 \quad (24)$$

و  $\overline{x^2} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2$  و ردایی تخمین زده شده  $\bar{x}$  عبارتست از:

$$S_{\bar{x}}^2 = \frac{S^2}{N} \quad (25)$$

انحراف معیار تخمین زده شده  $\bar{x}$  در نهایت عبارتست از  $S_{\bar{x}}$ . بطوریکه ملاحظه می‌شود  $S_{\bar{x}}$  متناسب با  $1/\sqrt{N}$  است که اشکال ذاتی در روش مونت کارلو می‌باشد. مثلاً برای ثلث کردن  $S_{\bar{x}}$ ، لازم است که تعداد تاریخچه‌ها نه برابر شود نه سه برابر و این امر سبب وقتگیر بودن این نوع محاسبات است. برای یک  $N$  خاص با کاهش  $S$  می‌توان به مقدار کمتری از  $S_{\bar{x}}$  رسید. این کار با استفاده از تکنیک‌های کاهش ردایی<sup>(۳)</sup> قابل انجام است.



با توجه به اینکه محاسبات برای هر سیکل که کسر بسیار کوچکی از ثانیه است، بطور جداگانه انجام می‌شود، می‌توان در ابتدای هر سیکل هندسه سیستم را تغییر داده و محاسبات مربوط به سیستم‌های دارای مرز متغیر را که کاربردهای مختلفی دارند نیز انجام داد. همچنین می‌توان اثرهایی مانند تغییر در چگالی‌های مواد موجود در سیستم را که سبب تغییر رآکتیویته می‌شوند، بررسی کرد. تغییر در سطح مقطع ماکروسکوپی در اثر تغییر چگالی بعضی از ایزوتوپ‌ها (از بین رفتن یک ایزوتوپ یا تولید ایزوتوپ جدید) هم قابل لحاظ کردن است.

برنامه TDMC خطای آماری مربوط به هر یک از کمیات تخمین زده شده مانند ضریب تکثیر مؤثر سیستم، طول عمر نوترون یا توزیع شار سطحی را بصورت مراحل زیر حساب کند: (الف): برای هر رویداد، مقدار نمونه‌برداری شده  $Y_i$  برای کمیت موردنظر مشخص می‌شود، (مثلاً برای محاسبه ضریب تکثیر مؤثر سیستم با استفاده از روش طول مسیر،  $Y_i$  برابر با حاصلضرب طول مسیر در سطح مقطع ماکروسکوپی شکافت در تعداد نوترون‌های موجود آمده از آن شکافت می‌باشد).  $Y_i$  برای همه رویدادهای یک تاریخچه محاسبه و پس از پایان آن تاریخچه، با یکدیگر جمع می‌شوند:

$$Y_i = \sum_{j=1}^C y_j \quad (28)$$

که در آن  $C$  تعداد رویدادهای موردنظر در هر تاریخچه است. (که در محاسبه ضریب تکثیر مؤثر سیستم با استفاده از روش طول مسیر، برابر با تعداد برخوردهاست).

(ب): پس از پایان یافتن هر سیکل، مقادیر متوسط  $Y$  و  $Y^2$  مربوط به همه تاریخچه‌ها، با در نظر گرفتن  $WE$ ، تابع وزنی مربوط به بهنجار کردن تعداد ذرات در هر سیکل، محاسبه می‌شوند:

$$\bar{x} = \frac{WE}{N} \times \sum_{i=1}^N Y_i \quad , \quad \overline{x^2} = \frac{WE}{N} \times \sum_{i=1}^N Y_i^2 \quad (29)$$

(ج): در پایان هر سیکل، تخمین مقدار کمیت موردنظر به صورت  $\bar{x} \pm \sqrt{(x^2 - \bar{x}^2)/N}$  گزارش داده می‌شود. معمولاً برای دستیابی به دقت بیشتر، مقدار کمیت‌های موردنظر در مسائل استاتیکی در چندین سیکل محاسبه و مقدار متوسط آنها بعنوان مقدار متوسط نهایی گزارش می‌شود. در

تعداد نوترون‌های حاصل از شکافت در هر سیکل رو به افزایش است و اگر سیستم تفاوت قابل ملاحظه‌ای با حالت بحرانی داشته باشد، افزایش آنها در سیکل‌های متوالی زیاد بوده و دنبال کردن آنها در سیکل‌های بعدی به لحاظ محاسبات کامپیوتری و حافظه موردنیاز مشکل خواهد بود. برای سیستم‌های زیر حالت بحرانی که تفاوت قابل ملاحظه‌ای با حالت بحرانی دارند، این مشکل نیز بصورت کاهش شدید نوترون‌های تولید شده و عدم دقت در جواب‌های بدست آمده وجود دارد. برای برطرف کردن این مشکل، خارج قسمت تعداد تاریخچه‌های انتخاب شده بر مجموع تعداد نوترون‌های بوجود آمده از شکافت در هر سیکل، حساب شده و بعنوان تابع وزنی نوترون در سیکل بعدی بکار می‌رود. در اینصورت چنانچه در هر سیکل بجای تعداد  $N$  تاریخچه اولیه،  $M$  نوترون بوجود آمده از شکافت سیکل قبلی دنبال گردد، بهنجارش تعداد نوترون‌های پیگیری شده به تعداد تاریخچه‌های اولیه نیز رعایت شده است.

در هر یک از این دو روش با نمونه‌برداری از سطح مقطع انواع اندرکنش‌های ممکن چنانچه وقوع شکافت محتمل باشد، مختصات محل برخورد جهت نمونه‌برداری از آن در سیکل بعدی بعنوان توزیع مکانی چشمه، ثبت شده و با استفاده از رابطه زیر یک عدد درست به عنوان تعداد نوترون‌های حاصل از شکافت ثبت می‌گردد:

$$n = INT [W \bar{v} (\sigma_f / \sigma_t) (1 / k_{eff}) + R] \quad (27)$$

که در آن  $W$  تابع وزنی نوترون،  $\sigma_t$  و  $\sigma_f$  بترتیب سطح مقطع‌های میکروسکوپی شکافت و کل،  $k_{eff}$  ضریب تکثیر مؤثر سیستم در سیکل قبل (در سیکل اول به این کمیت یک مقدار حدسی نسبت داده می‌شود)،  $R$  یک عدد تصادفی و  $\bar{v}(E)$  تعداد نوترون‌های حاصل از شکافت هسته هدف با نوترونی دارای انرژی  $E$  است که از تابع توزیع مربوطه نمونه‌برداری می‌شود. این اعداد را در پایان هر سیکل با هم جمع کرده و به عنوان تعداد نوترون‌های شکافت بوجود آمده در آن سیکل منظور می‌داریم یعنی:

$M = \sum_{i=1}^H n_i$  در سیستم‌های شکافت‌پذیری که توزیع مکانی ذرات چشمه در سیکل‌های اولیه از نقطه‌ای یا نقاطی نمونه‌برداری می‌شوند که با توزیع مکانی واقعی ذرات چشمه یکی نیستند، چند سیکل اولیه به عنوان سیکل‌های غیرفعال کنار گذاشته شده و مقادیر نهایی براساس سیکل‌های باقیمانده تخمین زده می‌شوند.



اینصورت خطای آماری نیز برابر با مقدار متوسط خطای آماری در این چندین سیکل خواهد بود.

#### ۴- مقایسه نتایج بدست آمده

برای ارزیابی نتایج TDMC، ابتدا محاسبات این کد در حالت استاتیک و برای هندسه‌های ساده با نتایج بدست آمده از روش‌های دیگر، سپس با نتایج تجربی مقایسه شده است. در قدم اول نتایج بدست آمده از TDMC با نتایج روش ارائه شده توسط آسانوکا مورد ارزیابی قرار گرفته است. این روش که بنام  $J_N$  نامگذاری شده است برای حل معادله ترابرد نوترون در مورد هندسه تیغه و کره بکار می‌رود [5]. برای این منظور، پارامترهای نوترونیک سه کره به شعاع‌های ۱/۱، ۱/۱۸۳۳ و ۱/۲۵ برابر پوشش آزاد متوسط (به ترتیب متناظر با وضعیت‌های زیر بحرانی، بحرانی و فوق بحرانی) با استفاده از سطح مقطع‌های یک گروهی، توسط TDMC حساب شده و نتایج با تقریب  $J_7$  مقایسه شده‌اند و این نتایج بدست آمده در جدول ۱ مندرج است.

برای مقایسه با داده‌های آزمایشی، دو راکتور کروی با نام‌های Godiva (یک راکتور کروی بدون بازتابنده) و Topsy (یک راکتور کروی با ضخامت ۲۰ سانتی‌متر بازتابنده) انتخاب شده‌اند [۶ و ۷]. به همین منظور نتایج TDMC در کنار نتایج روش  $S_N$  با تقریب  $S_4$  حساب شده و با مقادیر تجربی مقایسه شده‌اند. در این محاسبات از سطح مقطع‌های ۱۶ گروهی

Hansen استفاده شده است [۸]. جدول ۲ نتایج بدست آمده را نشان می‌دهد.

برای محاسبه توزیع مکانی شار، از یک سیستم یک بعدی با دو گروه انرژی، که با کد TDTORT حل شده، استفاده شده است. این مسأله ترابرد نوترون را در راکتوری شامل سوخت، بازتابنده و میله‌های کنترل شبیه‌سازی می‌کند. شکل هندسی این مسأله متشکل از هفت تیغه مجاور هم است و اطراف آن خلاء می‌باشد. نواحی ۱ و ۷ بازتابنده، نواحی ۲، ۴ و ۶ سوخت و نواحی ۳ و ۵ میله‌های کنترل را تشکیل می‌دهند. ضخامت این نواحی به ترتیب عبارتند از ۴۰/۰۰، ۴۷/۳۷، ۹/۰۰، ۳۴/۰۰، ۹/۰۰، ۴۷/۳۷ و ۴۷/۳۷ سانتی‌متر (ضخامت کل ۲۲۶/۷۶ سانتی‌متر). سطح مقطع‌های ماکروسکوپی نواحی مختلف در جدول ۳ داده شده است [۱]. همه داده‌های مورد نیاز جهت تولید کتابخانه کد MCNP که مانند TDMC محاسبات را بروش مونت کارلو انجام می‌دهد، در مقالات منتشره از جمله در مقاله مذکور وجود نداشت. از اینرو با توجه به هندسه یک بعدی مسأله، از کد ANISN برای مقایسه توزیع شار استفاده می‌شود. توزیع مکانی شار نوترون‌های سریع و حرارتی (گروه ۱ و گروه ۲) در این سیستم یک بعدی که توسط TDMC و ANISN حساب شده است و همچنین میزان خطای<sup>(۵)</sup> نتایج TDMC که با استفاده از ۳۰۰۰۰۰ تاریخچه نوترونی بدست آمده است، در شکل ۲ نشان داده شده‌اند. نواحی مختلف این راکتور تیغه‌ای روی این شکل با شماره‌های مربوطه مشخص شده‌اند.

جدول ۱- نتایج بدست آمده از  $J_7$  و TDMC برای یک کره با یک گروه انرژی.

سطح مقطع‌ها	روش	شعاع	$K_{eff}$	$\tau_p$	$\tau_D$
$\Sigma_t = 1/0$	$J_7$	۱/۱	۰/۹۴۴	۰/۵۷۵	۰/۷۲۶
	TDMC	۱/۱	۰/۹۴۳±۰/۰۰۳	۰/۵۶۷±۰/۰۰۴	۰/۷۲۵±۰/۰۰۲
$\nu \Sigma_f = 1/3$	$J_7$	۱/۱۸۳۳	۱/۰۰۰	-	۰/۷۶۹
	TDMC	۱/۱۸۳۳	۱/۰۰۰±۰/۰۰۳	۰/۶۱۶±۰/۰۰۴	۰/۷۷۰±۰/۰۰۲
$\Sigma_s = 0/5$	$J_7$	۱/۲۵	۱/۰۴۴	۰/۶۳۴	۰/۸۰۳
	TDMC	۱/۲۵	۱/۰۴۳±۰/۰۰۳	۰/۶۴۹±۰/۰۰۴	۰/۸۰۳±۰/۰۰۲

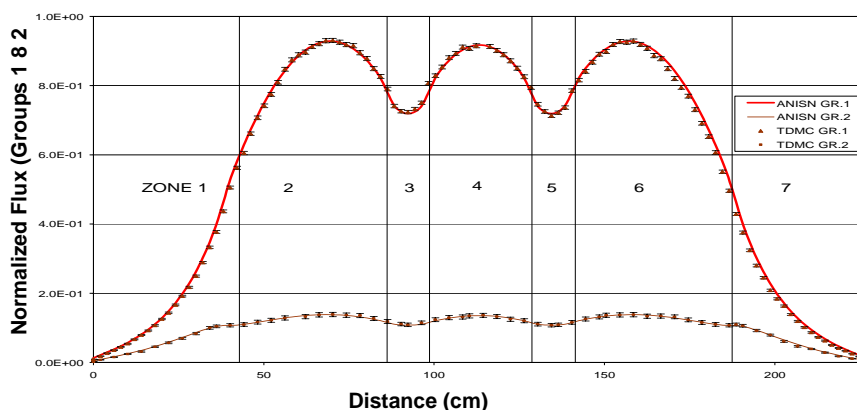
جدول ۲- مقایسه نتایج آزمایشی با نتایج بدست آمده از TDMC و روش  $S_4$  برای دو راکتور Godiva و Topsy.

راکتور	روش	$K_{eff}$	$\tau_p$ (nsec)	$\tau_D$ (nsec)
Godiva	Experiment	۱/۰۰۰	۶/۰۴	---
	$S_4$	۱/۰۰۵	۵/۸۸	۵/۹۰
	TDMC	۰/۹۹۶±۰/۰۰۳	۵/۵۱±۰/۰۰۵	۵/۸۹±۰/۰۰۳
Topsy	Experiment	۱/۰۰۰	۱۸/۲	---
	$S_4$	۱/۰۰۵	۱۳/۴	۶۲/۰
	TDMC	۰/۹۹۳±۰/۰۰۵	۱۷/۳±۰/۰۰۳	۶۱/۹±۰/۰۰۴



جدول ۳- سطح مقطع‌های مسئله آزمون.

$\Sigma_s^{g \rightarrow g'}$	$\Sigma_s^{g \rightarrow g}$	$\Sigma_t^g$	$\Sigma_f^g$	گروه انرژی	ناحیه
$3/598 \text{ E-}3$	$2/336 \text{ E-}1$	$2/411 \text{ E-}1$	$8/3441 \text{ E-}4$	۱	۷ و ۱
۰	$4/070 \text{ E-}1$	$4/172 \text{ E-}1$	$3/2776 \text{ E-}4$	۲	
$2/085 \text{ E-}3$	$1/777 \text{ E-}1$	$1/849 \text{ E-}1$	$7/4518 \text{ E-}3$	۱	۶ و ۴ و ۲
۰	$3/537 \text{ E-}1$	$3/668 \text{ E-}1$	$1/1061 \text{ E-}2$	۲	
$1/717 \text{ E-}3$	$8/571 \text{ E-}2$	$9/432 \text{ E-}2$	۰	۱	۵ و ۳
۰	$1/713 \text{ E-}1$	$1/876 \text{ E-}1$	۰	۲	



شکل ۲- توزیع مکانی شار برای نوترون‌های گروه ۱ و گروه ۲ با استفاده از ANISN و TDMC

## References:

1. S. Goluoglu and H.L. Dodds, "A time-dependent three-dimensional neutron transport methodology," Nucl.Sci. & Eng. 139, 248-261 (2001).
2. H. Rief and H. Kschwendt, "Reactor analysis by Monte Carlo," Nucl.Sci. & Eng. 30, 395-418 (1967).
3. "MCNP4C, Monte Carlo N-Particle Code System," Los Alamos National Laboratory, Los Alamos, New Mexico (2000).
4. H. Kahn, "Application of Monte Carlo," AECU-3259, Rand Corporation, Santa Monica (1954).
5. T. Asaoka, "Neutron transport in a spherical reactor, a study in the application of the  $J_N$  approximation of the Multiple Collision Method," EUR 2627. e, Euratom-Ispra (1966).
6. R.E. Peterson and G.A. NEWBY, "An unreflected U-235 critical assembly," Nucl. Sci. & Eng. 1, 112 (1965).
7. R.H. White, "Topsy, a remotely controlled critical assembly machine," Nucl.Sci. & Eng. 1, 53 (1965).
8. G.E. Hansen and W.H. Roach, "Six and sixteen group cross sections for fast and intermediate critical assemblies," LAMS-2543, Los Alamos Scientific Laboratory (1961).

## ۵- نتیجه‌گیری

با توجه به نتایج بدست آمده در جدول ۱، TDMC ضریب تکثیر مؤثر سیستم را برای وضعیت‌های زیر بحرانی، بحرانی و فوق بحرانی در مقایسه با روش  $J_7$  بخوبی تخمین می‌زند. همچنین توافق خوبی بین نتایج بدست آمده برای  $\tau_p$  و  $\tau_D$  به وسیله TDMC و روش  $J_7$  دیده می‌شود. نتایج مندرج در جدول ۲ نیز توافق خوبی بین محاسبات TDMC و مقادیر تجربی برای سیستم‌های برهنه و دارای بازتابنده نشان می‌دهند. بطوریکه مشاهده می‌شود این مقادیر نیز به نتایج روش  $S_N$  نزدیکند. شکل ۲ نیز حاکی از توافق بسیار خوبی بین مقادیر بدست آمده برای توزیع شار نوترونی به وسیله TDMC با مقادیر محاسبه شده به وسیله ANISN می‌باشد.

## پی‌نوشت‌ها:

- ۱- TDMC: Time Dependent Monte Carlo
- ۲- Track Length
- ۳- Variance Reduction
- ۴- Histories
- ۵- Error Bar