

آنالیز فوریۀ نتایج آزمایشها در توکامک الوند IIC

رضا امراللهی، مارکوس آواکیان، ساکو آواکیان
مرکز تحقیقات گداحت هسته‌ای - سازمان انرژی اتمی ایران

چکیده:

افتاخیزهای الکتریکی در پلاسمای توکامک الوند IIC به وسیلهٔ دوکاونده (پروب)^(۱) الکتروستاتیکی مورد مطالعه و بررسی قرار گرفت. برای تجزیه و تحلیل علامتهای (سیگنالهای) دریافتی از کاونده‌ها، شکل عددی آنها به رایانه داده شد و به وسیلهٔ آن طیف و تابع همبستگی علامتها تعیین گردید. در این مقاله، روش تحلیلی در پردازش علامتهای بکار رفته عرضه شده است: طیف افتاخیزهای بتانسیل شناور^(۲) در نوار بپنی تقریباً از ۱ kHz تا ۲۰۰ kHz گسترده است. قله‌های منظمی در طیف مشاهده شده است که مربوط به مدهای مختلف (۳ و ۲ و ۱ m) سمنی پلازما می‌باشند. ارتعاشات پلازما با سرعت فاز یکنواختی که مقدار متوسط آن حدود 10⁶ cm/sec است در جهت سوق دیامناطیسی یونها انتشار می‌یابند. علامات دریافتی از کاونده‌ها در قله‌های طیف تقریباً همدوسند و طول همبستگی سمنی تقریباً ۴ سانتی‌متر است.

۱- مقدمه:

همبستگی^(۳) آنها را حساب کرده‌ایم. شیوهٔ تحلیلی که در این محاسبه بکار رفته به شرح زیر است:
فرض می‌کنیم علامتهای دو کاونده به صورت $f_1(t)$ و $f_2(t)$ باشد به طور یک‌مقدامیر هر یک از آنها در 2N نقطه با بازهٔ زمانی مساوی و مشخص، معلوم باشد. در مورد کار ما 2N=1024 و این مقادیر با بازهٔ زمانی ۲ میکروثانیه معلوم می‌شوند. اگر مقادیر $f_1(t)$ را به $X_{1,n}=x_1(n)$ نشان دهیم که در آن 2N-1، ۲، ۳، ...، ۱، ۰ $n=$ است سری فوریۀ $X_{1,n}$ به صورت زیر خواهد بود:

$$X_{1,n} = \frac{a_1(0)}{2} + \sum_{k=1}^{N-1} \left[a_1(k) \cos \frac{\pi vk}{N} + b_1(k) \sin \frac{\pi vk}{N} \right] + \frac{a_1(N)}{2} (-1)^n \quad (1)$$

انتقال غیر عادی ذرات و انرژی در پلاسماهای چنبره‌ای معمولاً به افتاخیزهای چگالی، دما و پتانسیل الکتریکی پلازما نسبت داده می‌شود [۱]. برای بررسی این امر در توکامک الوند IIC، دستگاهی متشکل از دو کاوندهٔ الکتروستاتیکی طراحی و ساخته شد (شکل ۱). این دو کاونده را می‌توان در پلاسمای توکاماک در سه راستای سمنی، شعاعی و محوری به فاصله‌های معین از یکدیگر، بدون آنکه خلاء محفظهٔ پلازما شکسته شود، قرارداد. با استفاده از این دستگاه کاونده، کیفیت افتاخیزها در پلاسمای توکامک الوند IIC مورد مطالعه و بررسی قرار گرفت. نتیجهٔ حاصل مؤید این نظر بود که انتقال غیر عادی انرژی و ذرات در پلاسمای توکاماک الوند IIC به علت ناپایداریهای پارگی است که با ناپایداریهای سوقی پلاسمای حامل جریان تقویت می‌گردد. در پردازش علامتها از آنالیز فوریۀ استفاده شد.

۲- نظریه و روش کار

برای مطالعهٔ اصولی افتاخیزها در پلاسمای توکامک الوند IIC، علامتهای دو کاونده، پیش‌گفته را به رایانه داده‌ایم و طیف و تابع

1- probe

2- floating potential

3- correlation function

ضربنی چگالی طیفی چنین تعریف می‌شود [۲]:

$$P_{12}(k) = F_1^*(k) F_2(k) = A_1^*(k) A_2(k) \quad (9)$$

$$e^{i[\Theta_2(k) - \Theta_1(k)]} \equiv A(k) + iB(k)$$

و داریم:

$$F_1^*(k) F_2(k) = [a_1(k) - ib_1(k)][a_2(k) + ib_2(k)]$$

$$= a_1(k)a_2(k) + ia_1(k)b_2(k) - ib_1(k)a_2(k)$$

$$a_2(k) + b_1(k)b_2(k) \equiv A(k) + B(k)$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$A(k) = a_1(k)a_2(k) + b_1(k)b_2(k) \quad (11)$$

$$B(k) = a_1(k)b_2(k) - b_1(k)a_2(k) \quad (12)$$

چون دامنه و فاز تابع توان ضربنی چگالی طیفی، تابع‌های همواری از k نیستند، مقدار متوسط آنها در گستره k' به صورت زیر حساب شده است:

$$AMPLITUDE(k') = \left[\bar{A}(k')^2 + \bar{B}(k')^2 \right]^{1/2} \quad (13)$$

$$PHASE(k') = ATAN \left[\bar{B}(k') / \bar{A}(k') \right] \quad (14)$$

که در آن $\bar{A}(k')$ و $\bar{B}(k')$ به ترتیب مقادیر متوسط $A(k)$ و $B(k)$ روی نقاط $k' - i, k' - (i+1), \dots, k', \dots, k' + i - 1, k' + i$ و i عدد صحیح، $k' + i \leq 512$ و $k' \geq i$ است. به عنوان مثال $\bar{A}(k')$ برابر است با:

$$F_1(k) = a_1(k) + ib_1(k) = \frac{1}{NT} \int_0^{2\pi} x_1(t) e^{-i\pi kt/NT} dt; \quad k=0,1,2,3,\dots,N \quad (2)$$

به همین ترتیب برای $F_2(k)$ داریم:

$$F_2(k) = a_2(k) + ib_2(k) = \frac{1}{NT} \int_0^{2\pi} x_2(t) e^{-i\pi kt/NT} dt; \quad k=0,1,2,3,\dots,N \quad (3)$$

در این صورت دامنه علامت هر یک از کاونده‌ها در بسامد مشخصی از طیف فوری چنین خواهد بود:

$$AMP[F_1(k)] = [a_1^2(k) + b_1^2(k)]^{1/2} \quad (4)$$

$$AMP[F_2(k)] = [a_2^2(k) + b_2^2(k)]^{1/2} \quad (5)$$

و زاویه فاز بین دو علامت در بسامد مشخص چنین است:

$$\Theta(k) = ATAN \left[\frac{b_1(k)}{a_1(k)} \right] - ATAN \left[\frac{b_2(k)}{a_2(k)} \right]; \quad k=0,1,2,3,\dots,N \quad (6)$$

برای اجتناب از محدودیتی که رایانه در محاسبه زاویه فاز بوجود می‌آورد تابع توان ضربنی چگالی طیفی^(۴) حساب شد. اگر سری فوری علامتهای هر یک از کاونده‌ها را به صورت زیر در نظر بگیریم:

$$F_1(k) = A_1(k) e^{i\Theta_1(k)}; \quad k=0,1,2,3,\dots,512 \quad (7)$$

$$F_2(k) = A_2(k) e^{i\Theta_2(k)}; \quad k=0,1,2,3,\dots,512 \quad (8)$$

که در آنها $A_1(k)$ و $A_2(k)$ متغیرهای حقیقی هستند، تابع توان

$$\bar{A}(k') = \frac{W(-i)A(k'-i) + W(-i+1)A(k'-i+1) + \dots + W(+i)A(k'+i)}{NF} \quad (15)$$

که در آن W تابع وزن است و داریم:

$$G^*(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(t) e^{i2\pi f t} dt \quad (18)$$

$$NF = \sum_{l=-i}^{+i} W(l) \quad (16)$$

$$K(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} k(t) e^{i2\pi f t} dt \quad (19)$$

تابع ضربی همبستگی^(۵) مربوط به دو علامت کاونده‌ها یا پیچک^(۶) آنها نیز محاسبه شد. برای دو تابع حقیقی نسبت به $g(t)$ و $k(t)$ ، تابع ضربی همبستگی به صورت زیر تعریف می‌شود [۳ و ۴]:

$$\rho(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(t) k(t+\tau) dt \quad (17)$$

بنابراین، می‌توان انتظار داشت که سرعت‌های فاز حساب شده برای افتاخیز الکتریکی به وسیله تابع ضربی همبستگی، با سرعت‌های فاز حساب شده به وسیله تابع توان ضربی چگالی طیفی یکسان باشند و این امر در عمل به اثبات رسید.

تابع همبستگی بهنجار به کمک علامتهای حاصل از دوکاونده که مقدار هر یک از آنها در 1024 نقطه معین شده‌اند به وسیله دو رابطه زیر حساب می‌شوند.

بنابر قضیه پیچک [۳]، انتگرال (۱۷) دارای تبدیل فوری‌ای به صورت $G^*(f)K(f)$ است که در آن:

$$\rho_1(IA) = \frac{\frac{1}{1025-IA} \sum_{m=1}^{1025-IA} \tilde{x}_1[(m-1)T] \tilde{x}_2[(m-2)+IA] T}{\frac{1}{1024} \left[\left(\sum_{m=1}^{1024} \tilde{x}_1^2[(m-1)T] \right) \left(\sum_{m=1}^{1024} \tilde{x}_2^2[(m-1)T] \right) \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (20)$$

$$\rho_2(IA) = \frac{\frac{1}{1025-IA} \sum_{m=1}^{1025-IA} \tilde{x}_2[(m-1)T] \tilde{x}_1[(m-2)+IA] T}{\frac{1}{1024} \left[\left(\sum_{m=1}^{1024} \tilde{x}_1^2[(m-1)T] \right) \left(\sum_{m=1}^{1024} \tilde{x}_2^2[(m-1)T] \right) \right]^{\frac{1}{2}}} ; IA = 1, 2, 3, \dots, 1024 \quad (21)$$

5- cross correlation function

6- convolution

که در آن:

$$\tilde{x}_1(mT) = x_1(mT) - \bar{x}_1 \quad (22)$$

و

$$\tilde{x}_2(mT) = x_2(mT) - \bar{x}_2; m=0,1,2,\dots,1023 \quad (23)$$

$\bar{x}_1$ و $\bar{x}_2$ مقادیر متوسط $x_1(mT)$ و $x_2(mT)$ در گستره $m=0,1,2,\dots,1023$ می باشد. $\rho_1(IA)$ تابع همبستگی است وقتی که x_2 ها در زمان دیرتری نسبت به x_1 ها اندازه گیری شده باشند و برعکس، $\rho_2(IA)$ تابع همبستگی است وقتی که x_1 ها در زمانهای دیرتری نسبت به x_2 ها اندازه گیری شده باشند. لازم به یادآوری است که متوسط تابع توان ضریبی چگالی طیفی با استفاده از تابع وزن گوسی در گستره بسامد، معادل ضرب تابع همبستگی در یک تابع گوسی در گستره زمان می باشد [۴].

و بالاخره با بهنجارش تابع توان ضریبی چگالی طیفی به شرح زیر:

$$P_{11} = F_1^*(k)F_1(k) \quad (24)$$

$$P_{22} = F_2^*(k)F_2(k) \quad (25)$$

$$Y_{12}(k) = \frac{|F_1^*(k)F_2(k)|}{\left[F_1^*(k)F_1(k)\right]^{\frac{1}{2}} \left[F_2^*(k)F_2(k)\right]^{\frac{1}{2}}} \quad (26)$$

طیف همدوسی^(۷) بدست می آید:

$Y_{12}(k)$ میزانی از درجه همبستگی ضریبی بین $f_1(t)$ و $f_2(t)$ در هر بسامد می باشد. اگر $Y_{12}(k)$ در بسامد معینی صفر باشد $f_1(t)$ و $f_2(t)$ همدوس نخواهند بود، ولی اگر $Y_{12}(k)$ برابر یک باشد آن دو همدوسند.

۳- نتایج آزمایش و بحث

خروجی دو کاوند به دو کانال دستگاه ثبت رقمی علایم گذرا^(۸) داده شد. در مدت تخلیه الکتریکی توکاماک و در زمان

انتخاب شده، دستگاه ثبت به مدت ۲ میلی ثانیه و در هر ۲ میکروثانیه یک بار علامت کاونده ها را به صورت ارقام در خود ذخیره می کند و تا وصول دستور ثبت بعدی آنرا نگه می دارد و برای پردازش به رایانه می دهد. نمونه ای از علامتهای دو کاوند در شکل ۲ نشان داده شده است. سری فوریه این علامتها حساب شده است و شکل ۳ طیف آنرا نشان می دهد. به طوری که ملاحظه می شود طیف تا بسامد ۲۰۰ کیلوهرتز ادامه می یابد. از محاسبه دامنه و فاز متوسط تابع توان ضریبی چگالی طیفی با روابط ۱۳ و ۱۴، طیف واضحتری بدست آمد. دامنه، قله های مجزایی را در بسامدهای خاص نشان داد و اختلاف فاز بین علامتهای کاونده ها تغییر خطی با بسامد را به نمایش گذاشت (شکل ۴). تغییرات خطی اختلاف فاز برای فاصله سمتی ثابت کاونده ها گویای این مطلب است که پریشیدگیهای سمتی با سرعت فاز ثابتی انتشار می یابند. بنابراین اگر پریشیدگیهایی از هر نوع با بستگی سمتی به صورت $e^{i(m\theta - \omega t)}$ در پلاسما وجود داشته باشد، باید انتظار داشت که قله هایی در بسامدهای $f = m\nu_p / 2\pi$ در طیف مشاهده شوند. در این رابطه، ν_p سرعت فاز سمتی پریشیدگی، m عدد مُد پریشیدگی و r فاصله نقطه آزمایش تا مرکز پلاسما است. با استفاده از شیب مناسبترین خط مار بر نقاط آزمایش (شکل ۴)، مقدار سرعت فاز مشخص می شود:

$$\theta = \frac{\omega x}{\nu_p} = \frac{2\pi x}{\nu_p} f$$

$$\tan \frac{\Delta\theta}{\Delta f} = \frac{2\pi x}{\nu_p} \quad \& \quad x=2 \Rightarrow \nu_p = 1.2 \times 10^6 \text{ cm/sec}$$

و با معلوم بودن r می توان بسامد مدهای سمتی را حساب کرد. نتایج این محاسبات و دامنه تابع توان ضریبی چگالی طیفی برای دو تخلیه مختلف توکاماک در شکل ۵ نشان داده شده است. ملاحظه می شود که بسامد قله ها در طیف و بسامدهای حساب شده همخوانی خوبی با هم دارند. این همخوانی در تمام تخلیه های توکاماک در این آزمایشها (متجاوز از ۴۰۰ تخلیه) مشاهده شد. بنابراین می توان



توکاماگ است، به ویژه در توکاماگهای کوچک مانند توکاماگ الوند IIC که دمای پلاسما در آن زیاد بالا نیست و فرستادن کاونده به داخل پلاسما اختلال زیادی در آن ایجاد نمی‌کند. این روش بر روشهای دیگر، مانند پراکندگی امواج میکروویو یا نور لیزر در پلاسما، از چند نظر مزیت دارد: زیرا، اولاً حجم پراکندگی در این روشها بزرگ است، به طوری که در آن منطقه از پلاسما میدان مغناطیسی و دما و چگالی هر یک به تنهایی می‌تواند مقادیر مختلف داشته باشد. بنابراین، تعدادی از پارامترهای فیزیکی که ممکن است بر پریشیدگیها اثر کنند نادیده گرفته می‌شوند یا قابل بررسی نیستند. ثانیاً تعیین جهت انتشار و طول همبستگی در جهت‌های شعاعی و سمتی با روش پراکندگی امکان‌پذیر نیست یا بسیار مشکل است. با آنالیز فوریة علامتهای دو کاونده که قبلاً بیشتر شباهت به نوبه داشته‌اند، منحنی‌های معنی‌داری حاصل می‌شوند که می‌توان به وسیله آنها طیف، جهت و سرعت انتشار و طول همبستگی پریشیدگی را حساب کرد.

تشکر و قدردانی

از آقای جهانگیر بهروزی‌نیا به خاطر انجام آزمایشها، از آقای مهندس عباس بیات جهت ساخت قسمتهای شیشه‌ای کاونده‌ها و جوشهای شیشه به فلز مورد نیاز، و از آقای عباسعلی فلاح‌مراد برای تراشیدن قسمتهای دقیق فلزی کاونده‌ها تشکر می‌شود.

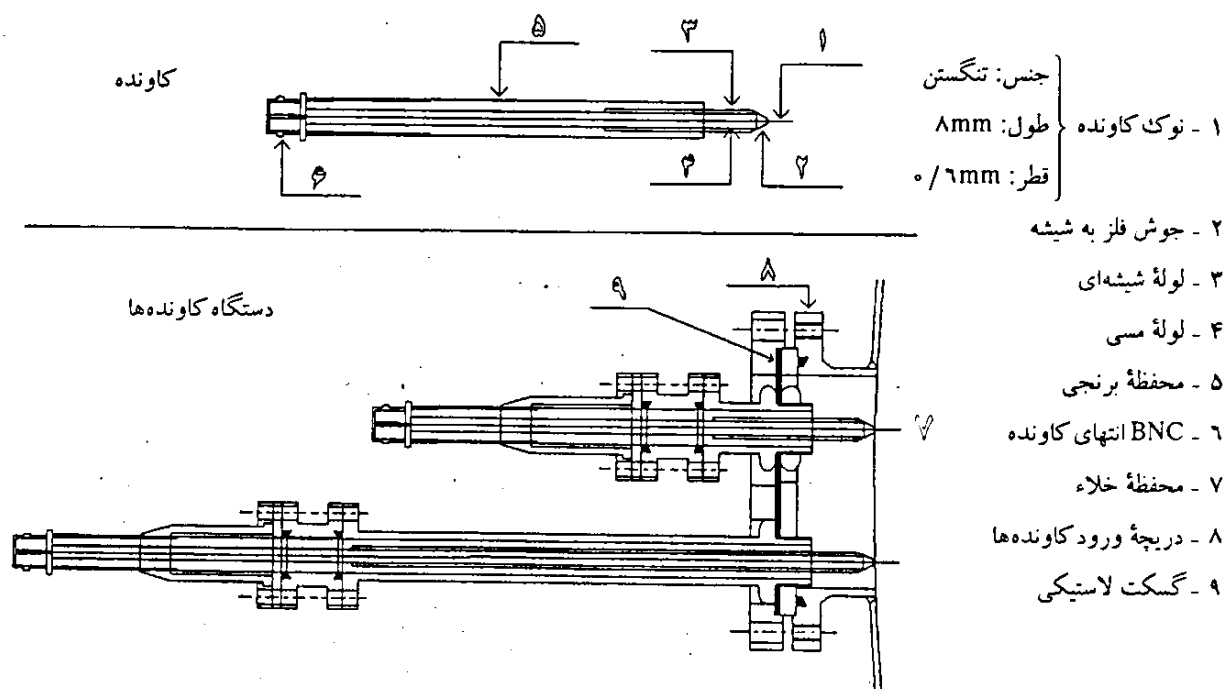
گفت که قله‌های مشاهده شده مربوط به مدهای ویژه پلاسما می‌باشد.

از روی دامنه طیف، برطبق رابطه (۲۶)، طیف همدوسی حساب شد. شکل‌های ۶ و ۷ نمونه‌هایی از این دو منحنی می‌باشند. همدوسی در قله‌های دامنه تقریباً ۷۵٪ است و نشان می‌دهد که علامتهای دو کاونده در بسامدهای مربوط به قله‌ها تقریباً همدوس می‌باشند.

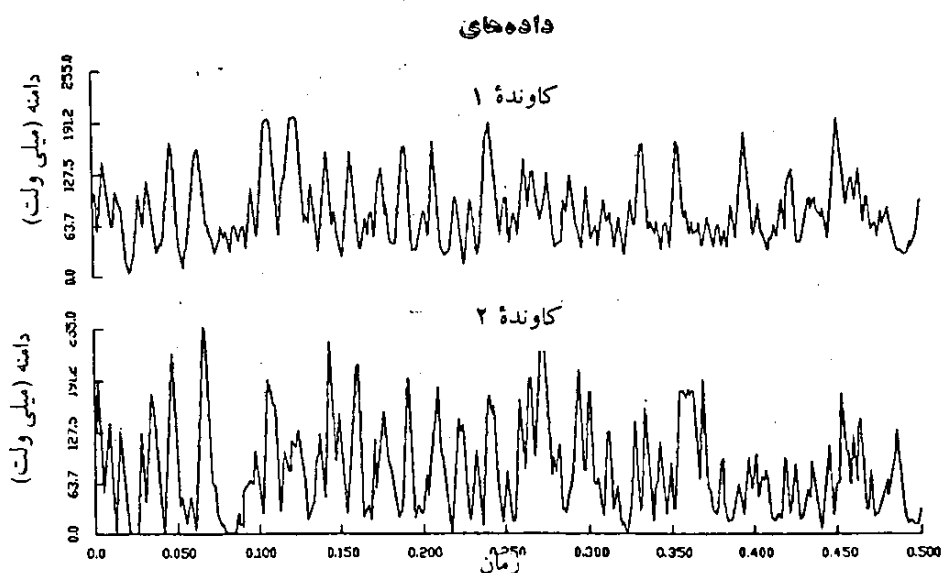
با تغییر دادن فاصله بین دو کاونده در جهت سمتی، طول همبستگی^(۹) پریشیدگیها برآورد گردید. تابع همبستگی بهنجار شده برای فواصل مختلف کاونده‌ها (x) در شکل ۸ نشان داده شده است. وقتی فاصله میان کاونده‌ها به چهار سانتیمتر برسد همبستگی به تقریباً ۲۵٪/۰ تقلیل می‌یابد. از تغییر محل قله منحنیها نسبت به تأخیر زمانی صفر، این نتیجه بدست آمد که سرعت فاز در جهت سقوق دیسک مغناطیسی یون و مقدار آن $\bar{v}_p = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right) = 1.23 \times 10^6 \text{ cm/sec}$ است که همخوانی خوبی با سرعت محاسبه شده از تابع توان ضریبی چگالی طیفی دارد (این همخوانی را از تئوری پیچک نیز انتظار داشتیم).

نتیجه:

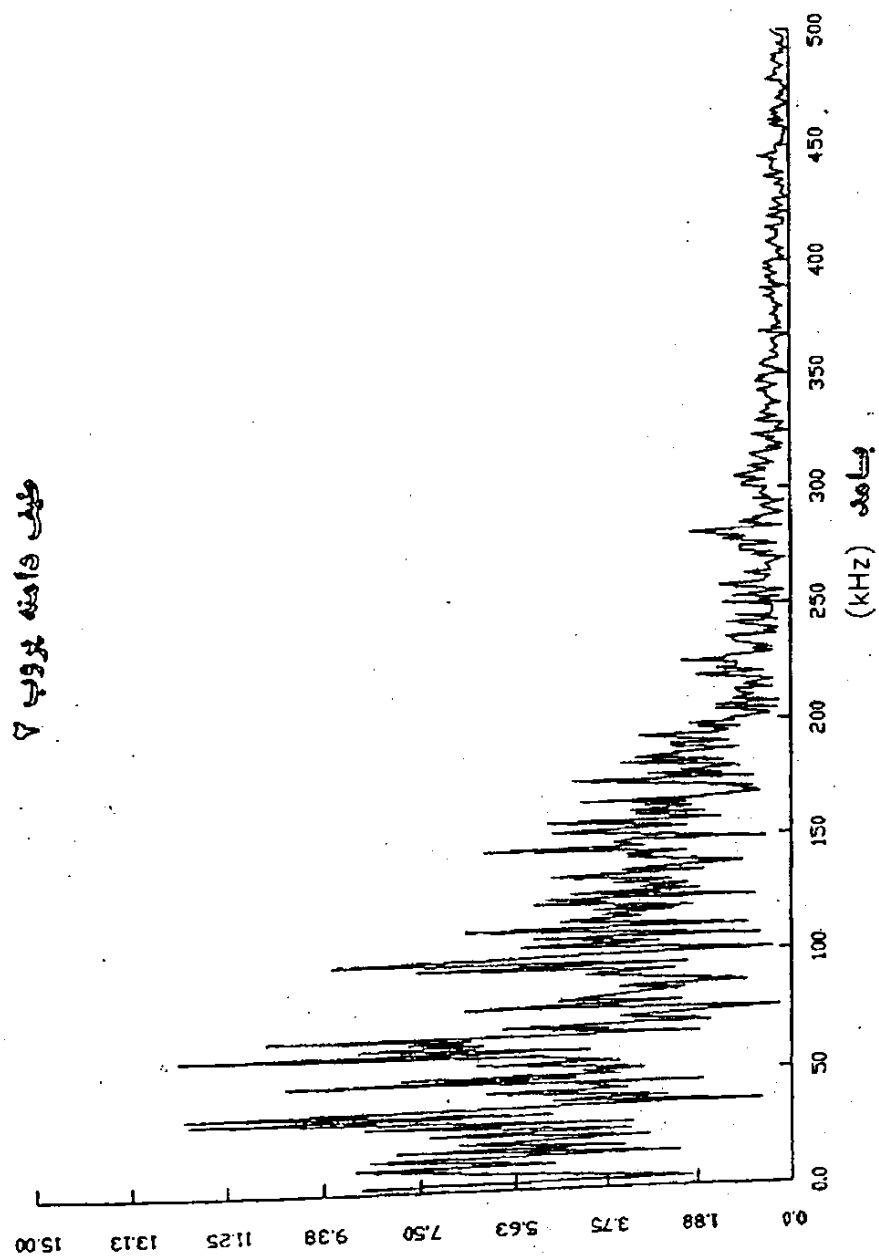
از راه آنالیز فوریة علامتهای دو کاونده الکتروستاتیکی، که به فاصله تغییرپذیر در جهت‌های سمتی بزرگ و کوچک و شعاعی در پلاسمای توکاماگ قرار می‌گیرند، می‌توان مشخصات افتاخیز الکتریکی را در پلاسما به خوبی تعیین کرد. استفاده از دو کاونده الکتروستاتیکی روش مناسبی برای مطالعه پریشیدگیها در پلاسمای



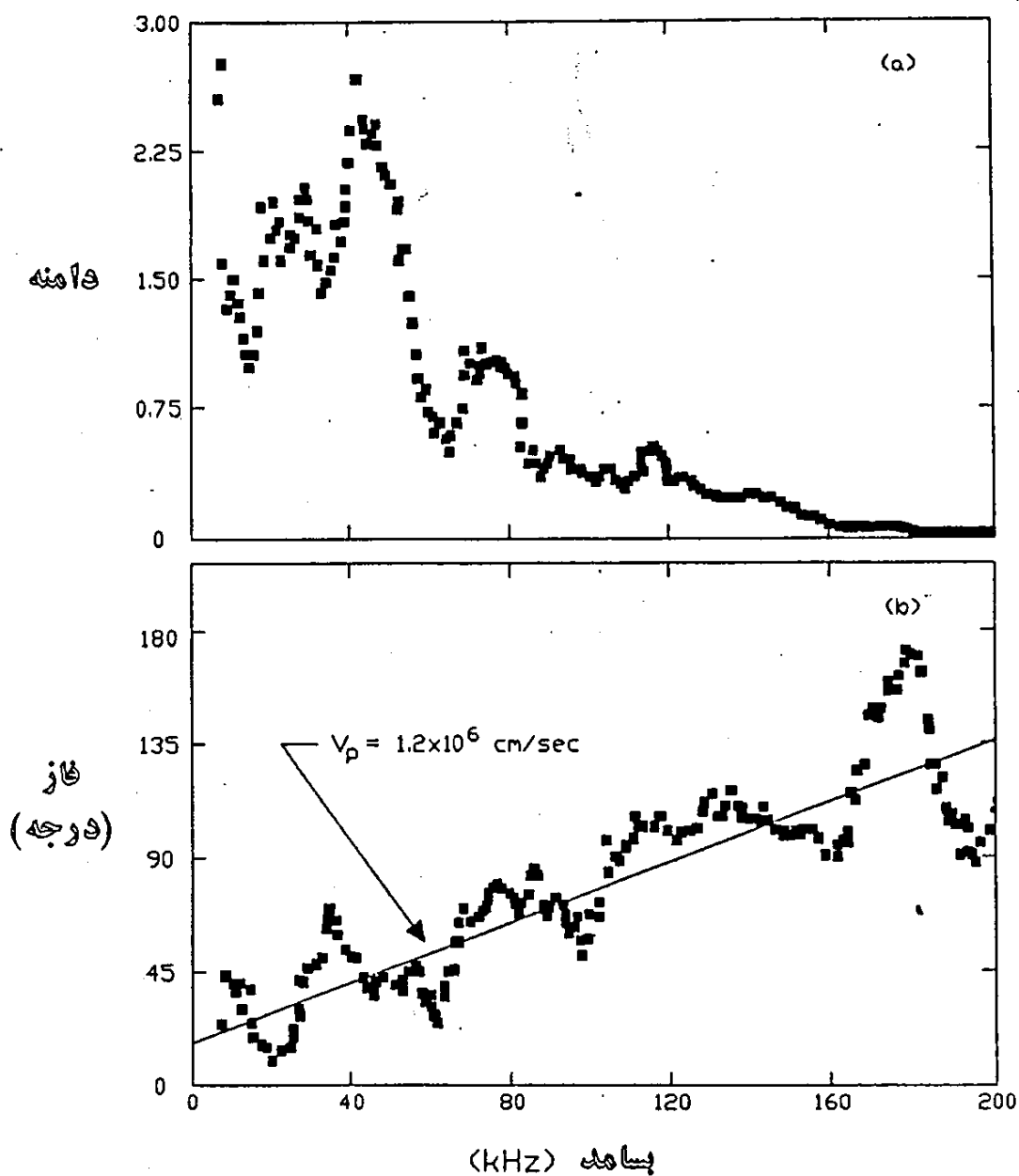
شکل ۱: کاونده الکترواستاتیک بکار رفته در مطالعه افتاخیز پلاسما، کاونده پایینی فقط در جهت شعاعی حرکت می‌کند و کاونده بالایی هم در جهت شعاعی جلو و عقب می‌رود و هم در یک مخروط با زاویه راس ۲۰ درجه می‌تواند حرکت کند.



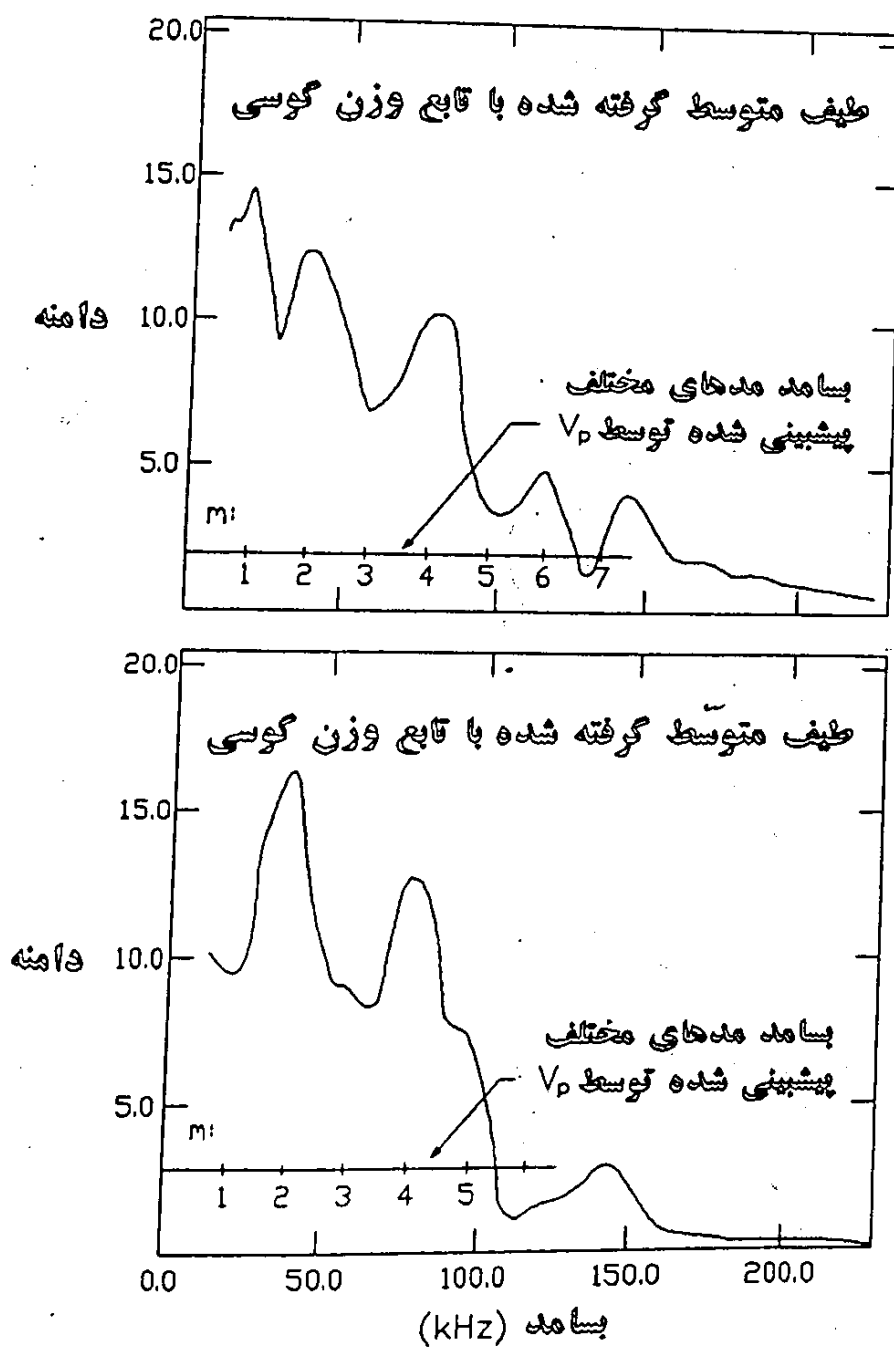
شکل ۲: نمونه‌ای از علامت (سیگنال) کاونده‌ها که در زمان ۲ تا ۲/۵ میلی ثانیه بعد از تشکیل پلاسما گرفته شده است. فاصله کاونده‌ها از مرکز پلاسما $r=10\text{cm}$ و فاصله سمتی بین کاونده‌ها $x=2\text{cm}$



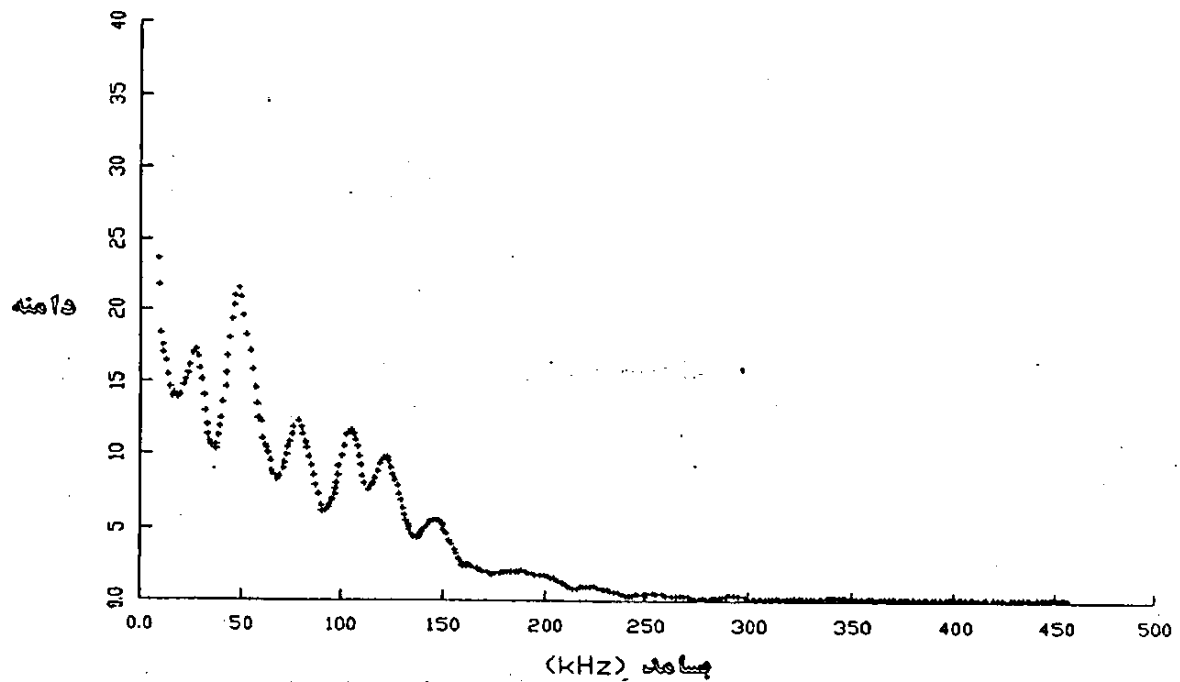
شکل ۳: سری فوریة سیگنال کاونده شماره ۲ در شکل ۲



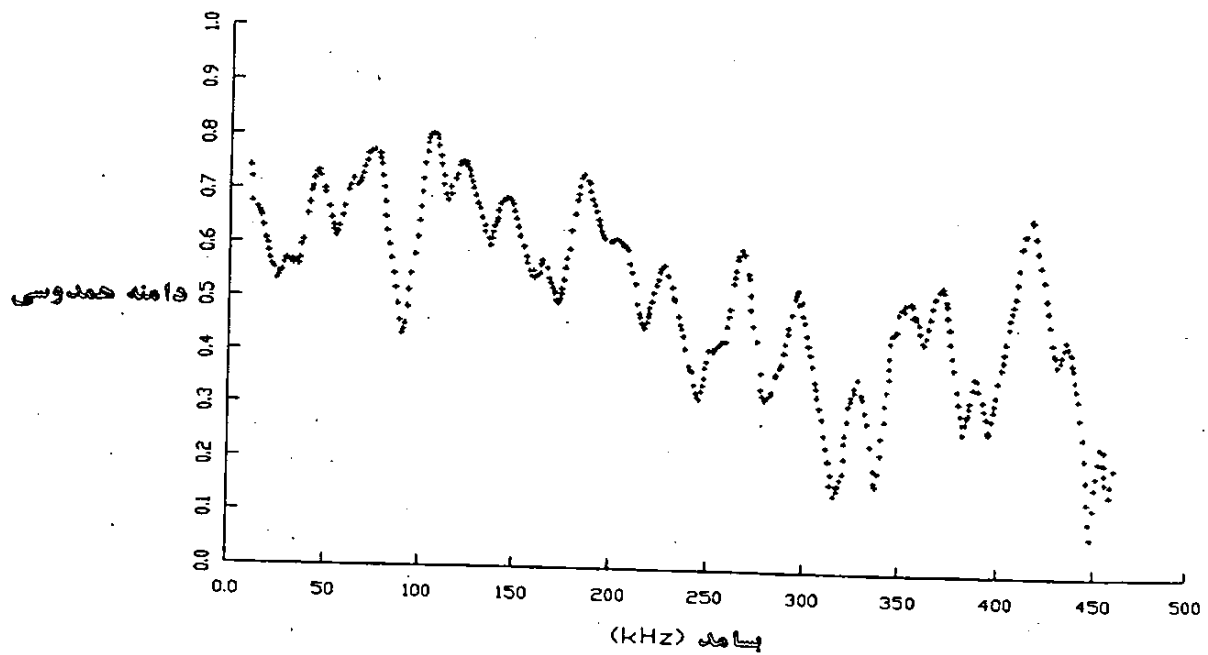
شکل ۴: مقدار متوسط دامنه (a) و فاز (b) تابع توان ضربه‌ای چگالی طیفی برای علامتهای نشان داده شده در شکل ۲. از شیب خط ماربر نقاط مناسب فاز سرعت فاز 1.2×10^6 سانتی متر بر ثانیه حساب شد.



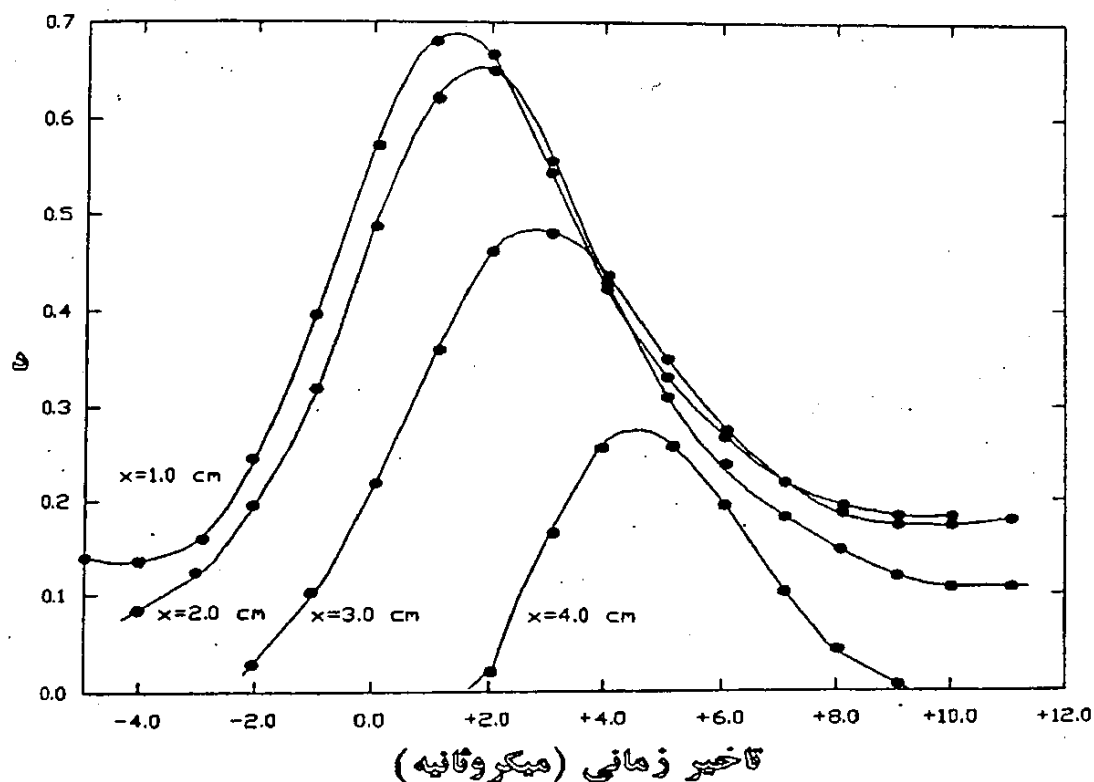
شکل ۵: طیف دامنه متوسط برای دو تخلیه مختلف در توکاماک، که همخوانی بین بسامد بیکها و بسامد مد های را که از طریق محاسبه با V_p انتظار داشتیم، نشان می دهد.



شکل ۶: نمونه‌ای از طیف دامنه که برای آن طیف هم‌دوسی در شکل ۷ محاسبه شده است.



شکل ۷: طیف هم‌دوسی برای پلاسما‌ی مربوط به شکل ۶ (فاصله بین کاونده‌ها ۳ سانتی‌متر بوده است).



شکل ۸: تابع همبستگی بهنجار شده برای چند فاصله سمتی مختلف α $I_p = 25 \text{ KA}$, $B_T = 8 \text{ KG}$, $r = 10 \text{ cm}$, $t = 2-3 \text{ msec}$ نتایج از متوسط نتایج ۵ تخلیه توکاماک بدست آمده است.

References

1. M. Ender et al., Measurement and Modeling of Electrostatic Fluctuation in the Scrape-off Layer of ASDEX. Nuclear Fusion. vol. 35No.11, pp 1307-1339,(1995).
2. D.E. Smith et al., Fast-Fourier -Transform Spectral-Analysis techniques. IEEE Transactions on plasma science PS-2 pp 261-268, (1974).
3. Taub & Schilling, Principles of Communication Systems, McGraw-Hill 14th printing pp 3-35, (1983).
4. A. Bruce Carlson, Communication Systems, McGraw-Hill second edition, pp 16-84,(1975).

۱۲۳۴۵۶۷۸۹۱۰



Fourier Analysis of Experimental results in ALVAND IIC Tokamak

R. Amrollahi, M. Avakian, S. Avakian

Plasma Physics and Fusion Research center

Atomic Energy Organization of Iran

Abstract:

An experimental investigation in the ALVAND IIC Tokamak plasma fluctuation has been carried out, using two spatially separated electrostatic probes. In order to study the fluctuation systematically the spectra and the correlation function were calculated from the digitized probe signals. In this article the analytical methods used for the signal processing are presented. The spectra extended from 1 kHz to roughly 200 kHz with regularly spaced peaks, which seems to be related to the specific azimuthal modes ($m=1,2,3,\dots$). The plasma waves travel azimuthally in the ion diamagnetic drift direction with a uniform average phase velocity of 10^6 cm/sec. The two probe signals were fairly coherent at the frequencies corresponding to the amplitude maxima, and the azimuthal correlation length was roughly 4 cm.